1. Strecke mit P-Regler (28 Punkte)

Ein Regelstrecke besitzt den in der Abbildung gezeigten Signalfluss.



Frage 1.1 (4 Punkte): Differenzialgleichung. Wie lautet die Differenzialgleichung der Strecke?

Lösung: Aus dem Diagramm entnimmt man: ÿ(t) = 3 u(t) - 4 ẏ(t) - 3 y(t)

Hieraus erhält man durch Umformung: ÿ(t) + 4 ẏ(t) + 3 y(t) = 3 u(t)

Frage 1.2 (4 Punkte): Übertragungsfunktion. Wie lautet die Übertragungsfunktion der Strecke?

Lösung: Durch Transformation in den Bildbereich erhält man

s2 Y(s) + 4s Y(s) + 3 Y(s) = 3 U(s)

Hieraus folgt G(s) = Y(s) / U(s) = 3 / (s2 + 4s + 3)

Frage 1.3 (4 Punkte): Stabilität. Ist die Strecke als System stabil? Untersuchen Sie hierzu die Lage der Polstellen.

Lösung: Das Nennerpolynom (s2 + 4s + 3) = (s + 1) (s + 3) = 0 besitzt die beiden reellen Polstellen s1 = -1 und s2 = -3. Da sich beide Pole in der linken komplexen Halbebene befinden, ist das System stabil.

Frage 1.4 (4 Punkte): Verhalten im eingeschwungenen Zustand. Auf welchen Wert schwingt die Sprungantwort des Systems ein? Welcher Pol beeinflusst das Zeitverhalten mass-geblich? Skizzieren Sie den Verlauf der Sprungantwort. Begründen Sie Ihre Aussage.

Lösung: h(t→∞) = G(s→0), es gilt also im eingeschwungenen Zustand h(t→∞) = 1. Wegen der beiden reellen Pole schwing sich die Sprungantwort schwingt sich auf diesen Wert ohne Überschwinger ein, hierbei bestimmt Pol s1 = -1 wegen seiner größeren Zeitkonstanten das Einschwingverhalten.

Frage 1.5 (6 Punkte): P-Regler. Zur Regelung der Strecke soll ein P-Regler eingesetzt werden. Skizzieren Sie den Regelkreis. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion der geregelten Strecke.

Lösung: Mit GR(s) = KP ergibt sich

Gges(s) = KP GS(s) / (1 + KP GS(s)).



Mit GR(s) = KP ergibt sich

Gges(s) = KP GS(s) / (1 + KP GS(s)).

Mit dem Zählerpolynom Z(s) und dem Nennerpolynom N(s) von GS(s) = Z(s) / N(s) erhält man allgemein für die geregelte Strecke:

Gges(s) = KP Z(s) / (N(s) + KP Z(s)).

Hieraus ergibt sich im speziellen Fall:

Gges(s) = 3 KP  / (s2 + 4s + 3 + 3 KP).

Frage 1.6 (6 Punkte): Reglerparameter. Als Reglerkonstante wird KP = 1 gewählt. Welche Polstellen besitzt das geregelte System hiermit? Auf welchen Wert schwingt sich die Sprungantwort des geregelten Systems ein? Wie ändert sich das Einschwingverhalten im vergleich zum ungeregelten Zustand?

Lösung: Polstellen: s1,2 = -2 ± j √2; eingeschwungener Zustand: h(t→∞) = 3 KP / (3 + 3KP) = 3/6 = 0,5; Einschwingverhalten: wird schneller, da Pol s1 = -1 nun zusammen mit s2 = -3 nach s1,2 =-2 ± j √2 verschoben wurde.

1. Zustandsregler (32 Punkte)

Eine Regelstrecke wird durch folgenden Signalfluss beschrieben.



Frage 2.1 (6 Punkte): Zustandsmodell. Wie lauten die Zustandsgleichungen des Systems? Welche Werte besitzt die Zustandsmatrix A, der Eingangsvektor b und der Ausgangs-vektor cT?

Lösung: Wählt man x1(t) = y(t) und x2(t) = ẏ(t), so erhält man aus dem Signalfluss

ẋ1(t) = x2(t)

ẋ2(t) = -4 x2(t) - 3 x1(t) + 3 u(t)

y(t) = x1(t)

Es lauten also: A = [0, 1; -3, -4], b = [0; 3], cT = [1, 0].

Frage 2.2 (4 Punkte): Zustandsregler. Zur Regelung der Strecke soll ein Zustandsregler eingesetzt werden. Skizzieren Sie die Strecke mit dem Zustandsregler.



Lösung:



Frage 2.3 (6 Punkte): Zustandsmodell des geregelten Systems. Wie lauten die Zustands-gleichungen des geregelten Systems? Welche Werte besitzt die Zustandsmatrix AR des geregelten Systems, der Eingangsvektor bR und der Ausgangsvektor cRT. Hinweis: Mit dem Regler errechnet man u(t) = u0(t) - uR(t).

Lösung: Ausgangspunkt sind die Zustandsgleichungen

ẋ1(t) = x2(t) (1)

ẋ2(t) = -4 x2(t) - 3 x1(t) + 3 u(t) (2)

Durch Einsetzen von

u(t) = u0(t) - uR(t) = u0(t) - k1 x1(t) - k2 x2(t)

in (2) ergibt sich:

ẋ1(t) = x2(t) (1‘)

ẋ2(t) = - (4 + 3 k2) x2(t) - 3 (1 + k1) x1(t) + 3 u0(t) (2‘)

Es lauten also: A = [0, 1; -3 (1 + k1), - (4 + 3 k2)], b = [0; 3], cT = [1, 0].

Frage 2.4 (6 Punkte): Wie lautet die Differenzialgleichung des geregelten Systems? Welche Polstellen hat das geregelte System für folgende Reglerparameter: k2=0, k1=1? Welchen Einfluss hat der Regler?

Lösung: Die Struktur der Zustandsgleichungen hat sich nicht geändert, bis auf u0(t) als neue Eingangsgröße, und andere Koeffizienten vor den Zustandsvariablen. Durch Einsetzen von (1) in (2) und Verwendung der Ausgangsgleichung (3) y(t)=x1(t) erhält man also:

ÿ(t) + (4 + 3 k2) ẏ(t) + 3 (1+ k1) y(t) = 3 u0(t)

Für k2 = 0 und k1 = 1 erhalt man:

ÿ(t) + 4 ẏ(t) + 6 y(t) = 3 u0(t)

Die Polstellen des Systems ergeben sich aus den Nullstellen des Polynoms

s2 + 4 s + 6 = 0

Die Polstellen haben sich durch Einfluss des Reglers verschoben nach s1,2 =-2 ± j √2.

Frage 2.5 (4 Punkte): Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geregelten Systems mit den Reglerparametern aus Aufgabe 2.4. Auf welchen Wert schwingt sich das System ein? Wie hat sich das Zeitverhalten durch den Zustandsregler geändert?

Lösung: G(s) = 3 / (s2 + 4 s + 6), siehe Aufgabe 2.4. Das System ist nach Lage der Polstellen stabil. eingeschwungener Zustand: h(t→∞) = 3/6 = 0,5 Einschwingverhalten: wird schneller, da Pol s1 = -1 nun zusammen mit s2 = -3 (siehe auch Aufgabe 1.3) nach s1,2 =-2 ± j √2 verschoben wurde.

Frage 2.6 (6 Punkte): Vergleich mit P-Regler. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des per Zustandsregler geregelten Systems für den allgemeinen Fall der Reglerparameter k1 und k2. Vergleichen Sie mit der Übertragungsfunktion des mit einem P-Regler geregelten Systems. Welche Unterschiede ergeben sich?

Lösung: Durch Transformation der Differenzialgleichung

ÿ(t) + 4 (1+ k2) ẏ(t) + 3 (1+ k1) y(t) = 3 u0(t)

in den Bildbereich erhält man

s2 Y(s) + 4 (1+ k2) s Y(s) + 3 (1+ k1) Y(s) = 3 U(s)

Die Übertragungsfunktion lautet somit

GZ,ges(s) = 3 / (s2 + 4 (1+ k2) s + 3 (1+ k1))

Für den P-Regler erhält man die Übertragungsfunktion

GP,ges(s) = 3 KP  / (s2 + 4s + 3 + 3 KP)

Unterschiede: (1) Der Zustandsregler hat größeren Einfluss auf die Lage der Polstellen als der P-Regler und bietet somit mehr Einstellmöglichkeiten. (2) Da der Z-Regler nur im Rückführungszweig sitzt, hat er keinen Einfluss auf denn Zähler der Übertragungsfunktion. (3) Die Einstellung des Z-Reglers ist aus den in (1) und (2) genannten Gründen schwieriger im Sinne von weniger intuitiv.

1. Gleichstrommotor als Regelstrecke (20 Punkte)

Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf des Gleichspannungsmotors. Der Motor ist in diesem Fall die Regelstrecke. Die Zustandsgröße x1(t) entspricht dem Motorstrom, x2(t) der Drehzahl. Als Eingangsgröße dient die Ankerspannung des Motors u(t). In der abgebildeten Simulation sind diese Größen auf die jeweiligen Nennwerte normiert. Als Störgröße wirkt ein Lastmoment ML auf die Strecke ein.



Frage 3.1 (4 Punkte): Lastmoment. Ergänzen Sie den Verlauf des Lastmomentes im Diagramm. Begründen Sie Ihren Verlauf stichwortartig aus dem Verhalten des Motors.

Lösung: Der Motor in den Leerlauf. Zum Zeitpunkt t1 wird als Lastmoment das Nenn-moment MN wird zugeschaltet (Drehzahl und Motorstrom bewegen sich auf die Nennwerte zu). Zum Zeitpunkt t2 wird das dreifache Nennmoment zugeschaltet (Motorstrom wächst auf das dreifache des Nennstromes).



Frage 3.2 (6 Punkte): Zustandsgrößen. Welches ist die Startbedingung der Regelstrecke? Erklären Sie das Verhalten der Regelstrecke zu den Zeitpunkten t1, t2 und t3. Wie sind die negativen Drehzahlen zum Zeitpunkt t3 zu interpretieren? Wird elektrische Leistung aufgenommen oder abgegeben?

Lösung: Zu den Zeitpunkten t1 und t2 erfolgen Laständerungen (siehe oben, Frage 3.1).

Der Motor startet aus dem Ruhezustand in den Leerlauf (Spannung U wird zum Zeitpunkt t = 0 auf denn Nennwert eingeschaltet, der Motorstrom nimmt mit wachsender Drehzahl ab). Zum Zeitpunkt t1 wird als Lastmoment das Nennmoment MN wird zugeschaltet (Drehzahl und Motorstrom bewegen sich auf die Nennwerte zu). Zum Zeitpunkt t2 wird das dreifache Nennmoment. t3 zugeschaltet (Motorstrom wächst auf das dreifache des Nennstromes). Zum Zeitpunkt t3 wird die Drehzahl negativ, d.h. Der Motor ist nicht in der Lage, das Lastmoment zu bewältigen, sondern wird von der Last gezogen. Die Leistungsbilanz bleibt hierbei positiv (positiver Motorstrom, d.h. P> 0, es wird Leistung aufgenommen).

Frage 3.3 (4 Punkte): Drehzahlregler. Skizzieren Sie einen Regelkreis mit dem Motor als Regel-strecke und wahlweise einem P-Regler bzw. mit einem Zustandsregler. Hätte ein Zustandsregler Vorteile gegenüber einem P-Regler?

Frage 3.4 (6 Punkte): Simulation der geregelten Strecke. Wie würde sich eine mit Hilfe eines P-Reglers geregelte Strecke bei gleichem Lastprofil wie in Aufgabe 3.1 verhalten? Ergänzen Sie den Verlauf der Stellgröße (Motorspannung) und der beiden Zustands-größen (Motorstrom, Drehzahl) in normierter Darstellung in folgendem Diagramm. Begründen Sie Ihre Skizze.

