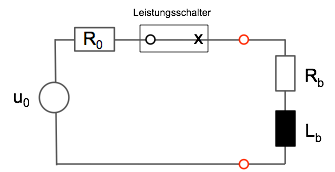
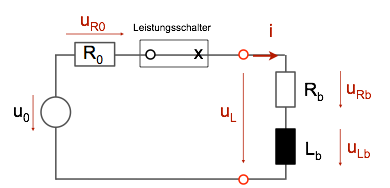
1. Induktive Last

Eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand Ra wird mit einer Wirklast Rb und einer induktiven Last Lb betrieben, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Frage 1.1 (8 Punkte): Erstellen Sie die Differentialgleichung der Schaltung. Hinweis: Geben Sie bitte Zählpfeile für Strom und Spannung vor, aus denen sich die Vorzeichen ableiten lassen.



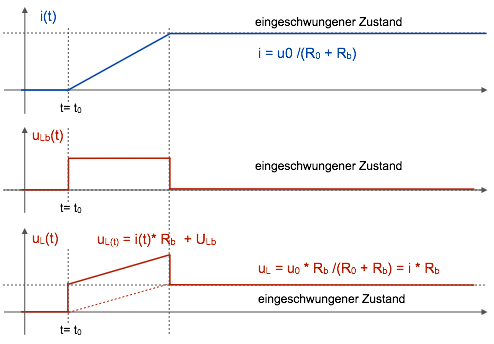
Lösung: Aus der Maschenregel folgt mit den angegebenen Zählpfeilen:

* u0 = uR0 + uRb + uLb , wobei ausserdem gilt
* uR0 = R0 \* i
* uRb = Rb \* i
* uR0 = Lb \* di/dt

Insgesamt erhält man also: u0 = R0 \* i + Rb \* i + Lb \* di/dt

Frage 1.2 (8 Punkte): Es wird eine Gleichspannungsquelle u0 verwendet. Zum Zeitpunkt t = t0 wird die Spannungsquelle eingeschaltet (durch Schließen des vorher geöffneten Leistungsschalters). Skizzieren Sie den Verlauf des Stroms, den Spannungsverlauf über der Induktivität, sowie den Spannungsverlauf über der Last (Rb und Lb) auf der Zeitachse.

Lösung:



Frage 1.3 (8 Punkte): Die Schaltung wird mit Gleichspannung betrieben. Im eingeschwungenen Zustand wird der Leistungsschalter zur Unterbrechung des Stromes zum Zeitpunkt t = t1 geöffnet, es entsteht ein Lichtbogen im Leistungsschalter. Wie groß muss die Spannung über dem Lichtbogen werden, damit der Strom ausgeschaltet werden kann? Was geschieht beim Ausschalten mit der in der Induktivität gespeicherten Energie?

Lösung: (1) Die Spannung ULs über dem Lichtbogen (Leistungsschalter) wird in der Gleichung mit Zählrichtung wie UR0 ergänzt: u0 = R0 \* i + uLs + Rb \* i + Lb \* di/dt

Für die Spannung über dem Lichtbogen ergibt sich somit:

uLs = u0 - (R0 + Rb) \* i - Lb \* di/dt

Da di/dt negativ sein muss, damit der Strom abnimmt, liegt die Spannung über dem Leistungsschalter während des Ausschaltvorgangs oberhalb von uLs > u0 - (R0 + Rb) \* i. Nach Abklingen der transienten Vorgänge gilt uLs = u0.

(2) Die in der Induktivität gespeicherte Energie wird im Lichtbogen und in den ohmschen Widerständen in Wärme umgesetzt.

Frage 1.4 (6 Punkte): Die Schaltung wird mit Wechselspannung der Frequenz 50 Hertz betrieben. Erstellen Sie die Differentialgleichung in Phasorenschreibweise. Stellen Sie die Spannung über der Last als Zeiger dar und berechnen Sie den Kosinus des Phasenwinkels (cos (φ)) zwischen Strom und Spannung.

Lösung: Die Induktivität Lb wird als Reaktanz jX = jωLb behandelt. Man erhält:

U0 = (R0 + Rb) \* I + jωLb\* I

UL = Rb \* I + jωLb\* I Zeiger mit Realteil (Rb \* I) und Imaginärteil (ωLb\* I )

cos (φ) = URb / ∣UL∣ = Rb / √( Rb2 + (ωLb)2)

Frage 1.5 (6 Punkte): Abschalten von Wechselstrom. Die zu Frage 1.1 erstellte Differential-gleichung gilt auch für das Abschalten von Wechselstrom. Wodurch vereinfacht sich bei Wechselstrom im Vergleich zum Gleichstrom der Abschaltvorgang? Gemessen an der Spannung über der Last, wann wäre ein günstiger bzw. ungünstiger Zeitpunkt zum Betätigen des Leistungsschalters?

Lösung: Wechselstrom hat Nulldurchgänge, an denen der Lichtbogen verlöschen kann. Die Spannung über der Last eilt dem Strom um den Phasenwinkel φ vor. Vom Nulldurchgang der Spannung an gemessen, wäre t = φ \* 20 ms/ 2π ein günstiger Zeitpunkt. Den ungünstigsten Zeitpunkt erhält man an den Maxima des Stroms.

Frage 1.6 (6 Punkte): Die Last soll nun mit Hilfe einer Leitung an das Netz angeschlossen werden. In der elektrischen Energieversorgung spricht man von der natürlichen Leistung einer Leitung, wenn die Leitung mit einer Last der Größe ihres Wellenwiderstandes ab-geschlossen ist, d.h. RL = RW. Folgende Abbildung zeigt hierzu eine Kompensation des induktiven Anteils der Last mit Hilfe einer Kapazität, so dass diese Bedingung erfüllt ist.



Welche Leistung überträgt die Leitung in Abhängigkeit der Netzspannung UN und des Wellen-widerstandes RW? Wie groß ist die Spannung UL über der Last im Verhältnis zu UN? Wie groß ist cos (φ) (der Kosinus des Phasenwinkels zwischen Strom und Spannung) am Anfang der Leitung und am Ende der Leitung?

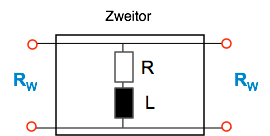
Lösung: (1) PN = UN \* I = UN2 / RW.

(2)∣UL∣ = ∣UN∣ (verlustlose Leitung), phasenverschoben durch die Leitungstransformation (abhängig von der Leitungslänge im Verhältnis zur Wellenlänge).

(3) UN ist in Phase mit dem Strom am Anfang der Leitung. UL ist in Phase mit dem Strom am Ende der Leitung (fortschreitende Welle ohne Reflexionen), daher ist stets cos(φ) = 1.

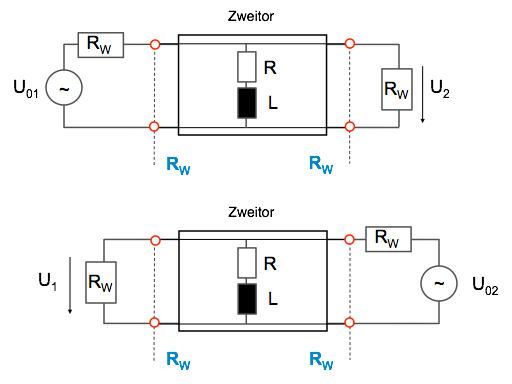
1. Berechnung der Streuparameter

Ein Zweitor aus konzentrierten Bauteilen (keine Leitungen und Leitungseffekte) besteht aus zwei Widerständen und einem Kondensator, wie in der Abbildung gezeigt. Die Komponenten haben folgende Werte: R = 50 Ω, L = 125 nH. Die Bezugsgröße RW beträgt 50 Ω.



Frage 2.1 (8 Punkte): Geben Sie die Beschaltung zur Ermittlung der Streuparameter an (Skizze).

Lösung: Jeweils an einem Ende einspeisen, am anderen Ende mit Wellenwiderstand abschliessen.



Frage 2.2 (4 Punkte): Ist das Zweitor übertragungssymmetrisch (reziprok, d.h. s21 = s12)? Geben Sie bitte eine qualitative Begründung an. Ist das Zweitor verlustfrei?

Lösung: (1) Reziprozität: Ja, wegen des völlig symmetrischen Aufbaus des Zweitors ist die Vorwärtstransmission offensichtlich gleich der Rückwärtstransmission. Generell ist dieser Fall bei Verwendung passiver Bauelemente ohne richtungsabhängige Komponenten gegeben. (2) Verlustfreiheit: Nein, im Widerstand R geht Leistung verloren.

Frage 2.3 (4 Punkte): Ist das Zweitor symmetrisch (s22 = s11)? Geben Sie bitte eine qualitative Begründung an.

Lösung: Ja, die Schaltung ist völlig symmetrisch aufgebaut, d.h. es gibt keinen Unter-schied zwischen Tor 1 und Tor 2 in der Beschaltung zur Ermittlung der Streuparameter.

Frage 2.4 (8 Punkte): Berechnen Sie die Streumatrix für die Frequenz f = 400/2π MHz mit den weiter oben angegebenen Werten für R, L und RW. Hinweis: Beschreiben Sie bitte auch kurz den Lösungsweg, z.B. durch eine Skizze bzw. Formel.

Lösungsweg:

* Eingangsreflexionsfaktor s11 und Ausgangsreflexionsfaktor s22 gemäß Formel r = (Z/RW - 1) / Z/RW + 1), wobei sich Z jeweils aus der Beschaltung ergibt
* Vorwärtstransmissionsfaktor S21 und Rückwärtstransmissionsfaktor S12 aus der Formel s21=2U2/U01 bzw. s12=2U1/U02 aus Spannungsteiler mit den gegebenen Werten
* Für die Berechnung gilt: R = RW = 50 Ω, XL = ωL = 50 Ω; Zq = RW + j XL
* für s11 = s22: Z = Zq // Rw = Zq \* Rw / (Zq + Rw); z=Z/RW; s11 = s22 = (z -1)/(z +1)
* s11 = s22 = Rw / (2 Zq + Rw);
* für s21 = s12: aus Spannungsteiler U2/U01 = Z / (RW + Z) = RW // Zq / (RW + (RW // Zq))
* s21 = s12 = 2U2/U01 = 2 Zq /(2 Zq + RW)

Lösung:

* s11 = s22 = - 1/ (3 + 2j) = -(1/13) \* (3 - 2j)
* s12 = s21 = (2 + 2j) / (3 + 2j) = (2/13) \* (5 + j)

Frage 2.5 (8 Punkte): Wie lautet die Streumatrix für folgende Fälle: (1) Frequenz f = 0Hz, (2) sehr hohe Frequenzen (f -> unendlich). Prüfen Sie die Ergebnisse auf Plausibilität.

Lösung: (1) Für niedrige Frequenzen: Die Reaktanz XL kann ignoriert werden, d.h. Zq=R=RW. Es ergeben sich:

* s11 = s22 = Rw / (2 Zq + Rw) = 1/3
* s21 = s12 = 2 Zq /(2 Zq + RW) = 2/3

1. Für hohe Frequenzen: Die Reaktanz kann als offene Leitung betrachtet werden (Zq -> unendlich). Es ergeben sich:

* s11 = s22 = Rw / (2 Zq + Rw) = 0
* s21 = s12 = 2 Zq /(2 Zq + RW) = 1.

Frage 2.6 (6 Punkte): Bei Einspeisung an Tor 1 und Betriebsfrequenz aus Frage 2.4: (1) Welcher Anteil der Wirkleistung wird an Tor 1 reflektiert? (2) Welcher Anteil der Wirk-leistung läuft auf Tor 2 an? (2) Welcher Anteil der Wirkleistung wird im Zweitor konsumiert? Wie lautet die Leistungsbilanz bei den Spezialfällen aus Frage 2.5, d.h. für niedrige Frequenzen (f -> 0Hz), bzw. für sehr hohe Frequenzen (f -> unendlich)

1. Lösung für Betriebsfrequenz gemäß Frage 2.4: Die Leistungsanteile berechnen sich aus dem Betragsquadrat der Streuparameter. Bei Betrieb in Vorwärtsrichtung ergeben sich folgende Werte:

* s11 = -(1/13) \* (3 - 2j) -> ∣s11∣2= (1/132)\*(9+4) = 1/13 (reflektierte Wirkleistung)
* s21 = (2/13) \* (5 + j) -> ∣s21∣2= (4/132)\*(25+1) = 8/13 (übertragene Wirkleistung)
* Somit werden 13/13 - 1/13 - 8/13 = 4/13 im Zweitor konsumiert.

(2) Für niedrige Frequenzen: Die Reaktanz XL kann ignoriert werden, d.h. Zq=R=RW. Es ergeben sich:

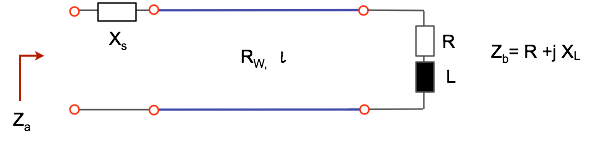
* s11 = 1/3 -> ∣s11∣2 = 1/9 (reflektierte Wirkleistung)
* s21 = 2/3 -> ∣s21∣2= 4/9 (übertragene Wirkleistung)
* Somit werden 9/9 - 1/9 - 4/9 = 4/9 im Zweitor konsumiert. Die Aufteilung der konsumierten und übertragenen Leistung erscheint logisch, da die Widerstände gleich groß sind.

(3) Für hohe Frequenzen: Die Reaktanz kann als offene Leitung betrachtet werden (Zq -> unendlich). Es ergeben sich:

* s11 = 0 -> ∣s11∣2 = 0 (reflektierte Wirkleistung)
* s21 = 1 -> ∣s21∣2= 1 (übertragene Wirkleistung)
* Somit ergeben sich ideale Übertragungseigenschaften.

1. Anpassschaltung

Die Aufgabe soll mit Hilfe des Smith-Diagramms gelöst werden. Anpassschaltung: Die Abschlussimpedanz Zb soll wie in der folgenden Abbildung gezeigt mit Hilfe einer Leitung der Länge ℓund einer Serienreaktanz Xs auf die Eingangsimpedanz Za angepasst werden.

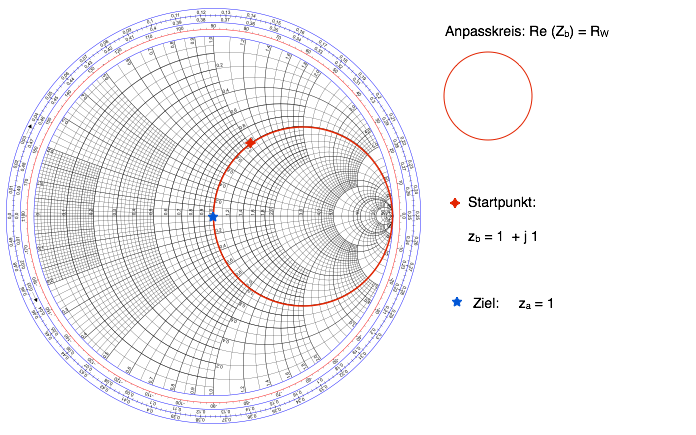


Gegeben sind folgende Werte: RW = 50 Ω, Zb = (50 + j50) Ω, Za = 50 Ω. Zur Anpassung soll eine Leitung der Länge ℓ, sowie ein konzentriertes Bauteil verwendet werden.

Die Schaltung wird einer Frequenz von f = 400/2π MHz betrieben. Der Verkürzungsfaktor der Leitung beträgt v/c = 0,66.

Frage 3.1 (8 Punkte): Erläutern Sie den Lösungsweg. Beschreiben Sie hierzu Startpunkt und Ziel der Transformation, sowie mögliche Wege der Transformation im Smith Diagramm. Beschreiben Sie die möglichen Lösungen. Wählen Sie eine Lösung aus.

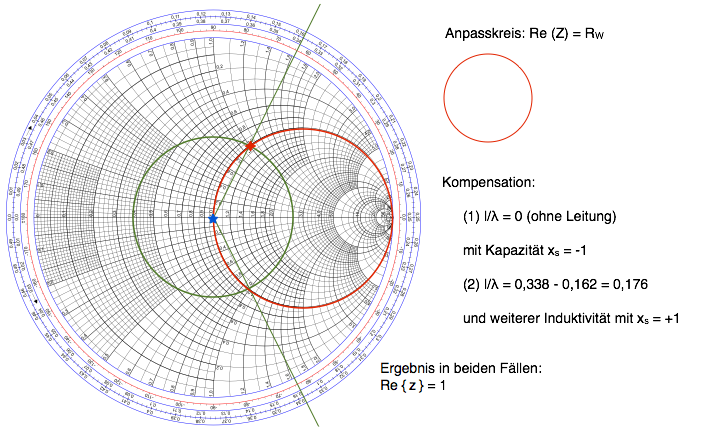
Startpunkt ist die Abschlussimpedanz Zb, in normierter Schreibweise zb= 1 + j. Ziel der Transformation ist eine angepasste Eingangsimpedanz Za = RW, bzw. in normierter Schreibweise za = 1.



Lösungswege: (1) Da der Startpunkt in diesem Fall bereits auf dem Anpasskreis liegt, könnte man eine Serienreaktanz Xs = -XL ohne Leitungstransformation unmittelbar an Zb anschliessen. Damit ist Zb‘ = RW und die Leitungslänge hat keinen Einfluss mehr. (2) Man transformiert auf einen konjugiert komplexen Schnittpunkt mit dem Anpasskreis und kompensiert am Anfang der Leitung mit einer Serienreaktanz Xs = XL.

Frage 3.2 (4 Punkte): Berechnen Sie die benötigte Kapazität bzw. Induktivität bzw. Leitungs-länge für die von Ihnen gewählte Lösung.

Lösung (1): Serienreaktanz xs = -1 => Xs = - 50 Ω = -1/ωC => C = 50 pF.



Lösung (2): Transformation mit ℓ/λ = 0,176 zum konjugiert komplexen Schnittpunkt mit dem Anpasskreis und anschliessender Serienreaktanz Xs = 50 Ω = ωL => L = 125 nH.

Leitungslänge: λ = c \* v/c / f = 3,11 m => ℓ= 0,547 m

Frage 3.3 (4 Punkte): Welche Wirkleistung im Verhältnis zur eingespeisten Leistung im angepassten Fall nimmt die Schaltung auf in den folgenden Fällen: (1) ohne Anpass-schaltung (Zb direkt an der Quelle angeschlossen), (2) mit Anpassschaltung. Hinweis: Verwenden Sie den Reflexionsfaktor.

Ohne Anpassschaltung:

* Reflexionsfaktor: Betrag aus dem Smith-Diagramm ermitteln, ∣rb∣= 0,45 (durch Vermessen mit Hilfe eines Zirkels bzw. durch Ablesen von z auf der reellen Achse und errechnen aus ∣rb∣ = ∣(z-1)/(z+1)∣.
* reflektierte Wirkleistung: Pr = ∣rb∣2 Pin . Anteil Pr / Pin = ∣rb∣2 = 0,2. Es werden also 20% der Wirkleistung reflektiert und somit 80% der Wirkleistung aufgenommen.

Mit Anpassschaltung:

* Reflexionsfaktor: ra=0
* reflektierte Wirkleistung: Null, somit wird die gesamte Wirkleistung aufgenommen.

Frage 3.4 (4 Punkte): Wie wirken sich Ungenauigkeiten in der Leitungslänge aus? Erläutern Sie den Einfluss einer zu langen bzw. zu kurzen Leitung auf die Anpassung.

Lösung (1): Kompensation am Leitungsende: kein Einfluss der Leitungslänge. Ungenau-igkeiten der Kompensation führen zu einem Reflexionsfaktor ungleich 0, dessen Phase durch die Leitung gedreht wird.

Lösung (2): Leitungstransformation plus Kompensation am Leitungsanfang: Der Anpass-kreis wird nicht genau getroffen, d.h. (a) es verbleibt für za ein Realteil ungleich dem Wellen-widerstand, (b) die Kompensation des Imaginärteils mit der berechneten Reaktanz funktioniert ebenfalls nicht mehr genau, es verbleibt ein Imaginärteil.

Zu lange Leitung: Realteil wird kleiner als der Wellenwiderstand, die Kompensation mit der berechneten Reaktanz fällt zu klein aus (es verbleibt ein negativer Imaginärteil). Zu kurze Leitung: Realteil wird größer als der Wellenwiderstand, es wird überkompensiert (es verbleibt ein positiver Imaginärteil).