

Wellen und Leitungen

Übersicht

Stephan Rupp

Nachrichtentechnik

www.dhbw-stuttgart.de

Wellen und Leitungen

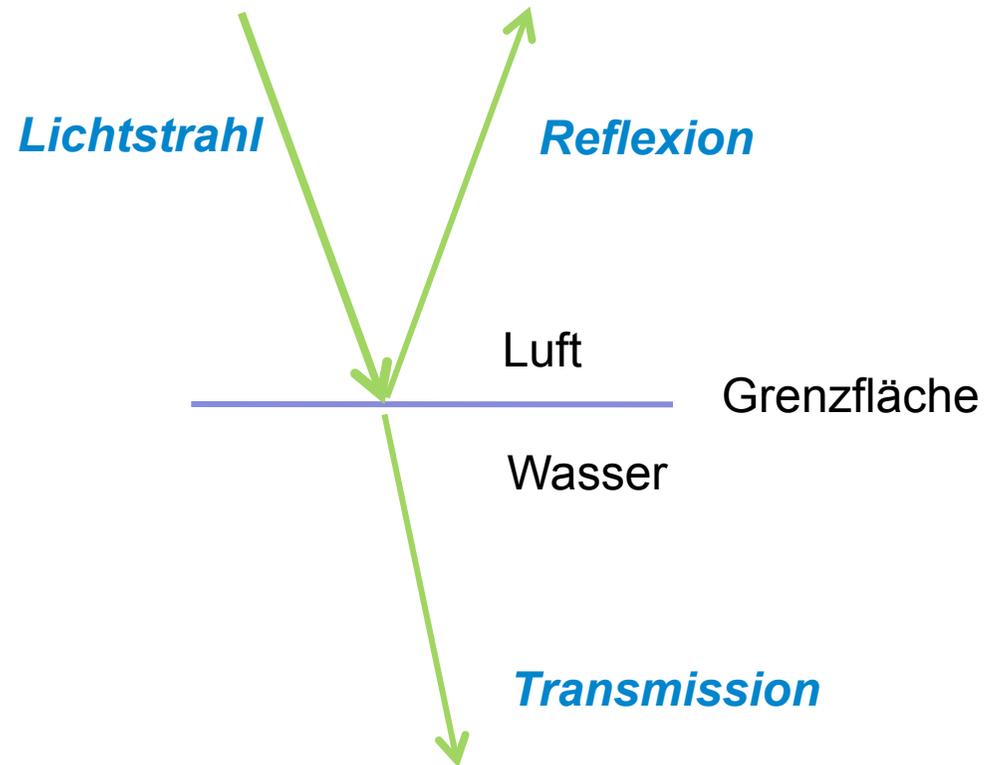
- **Schwingungen und Wellen**
- Reflexionen
- Anpassung
- Wellenausbreitung in Zweileitersystemen
- Hintergründe

Animationen im Web

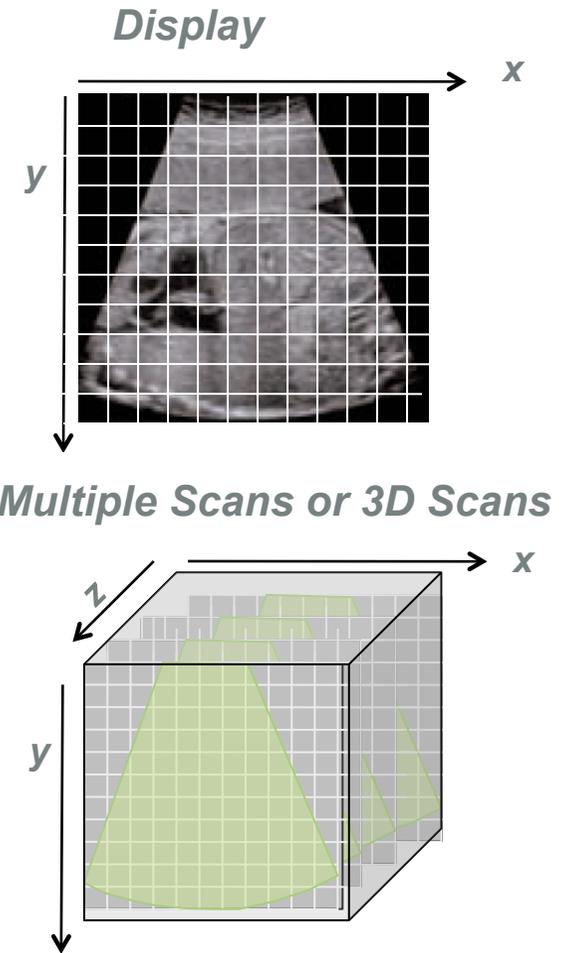
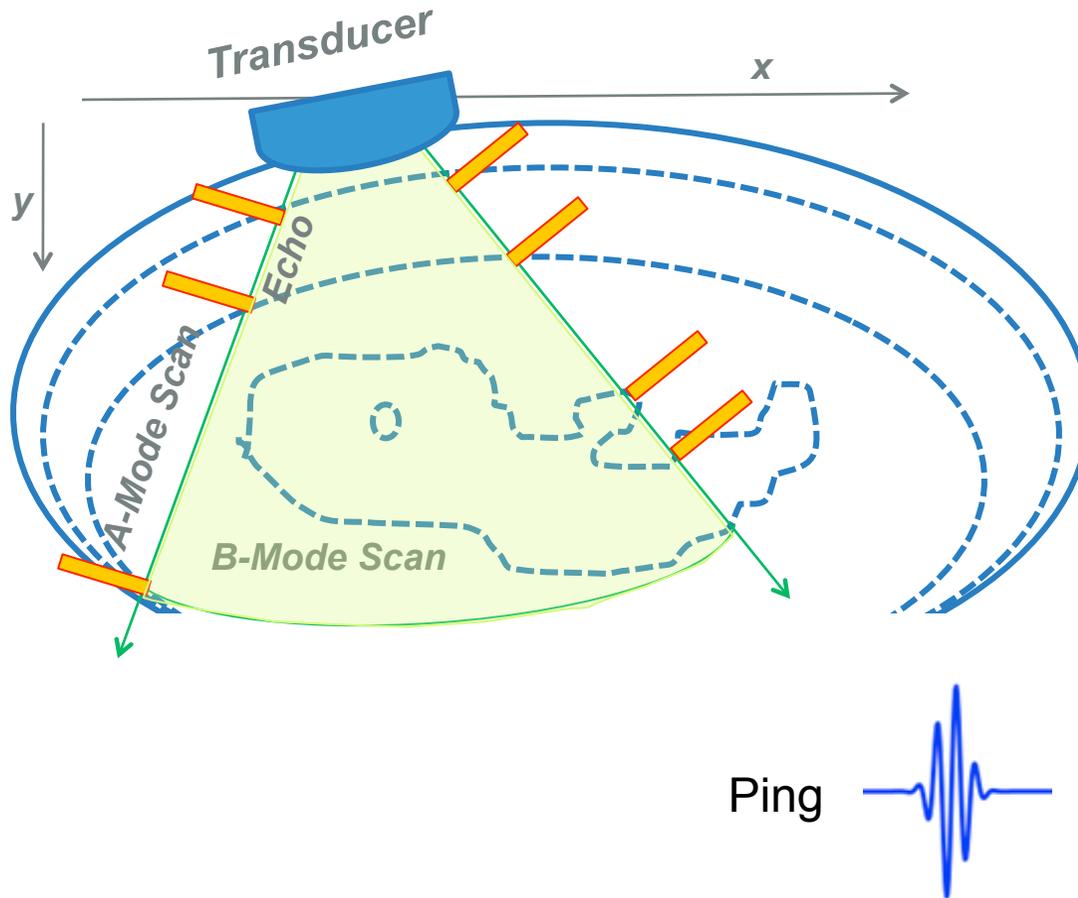
Wellen und Leitungen

- Schwingungen und Wellen
- **Reflexionen**
- Anpassung
- Wellenausbreitung in Zweileitersystemen
- Hintergründe

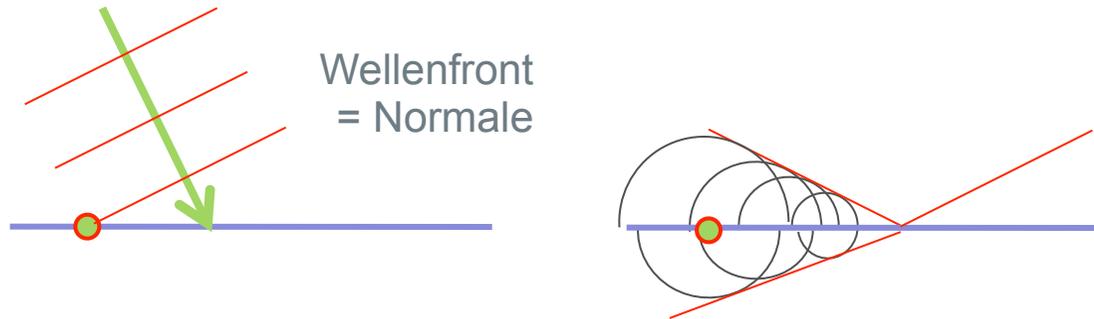
Reflexionen



Beispiel: Ultraschall

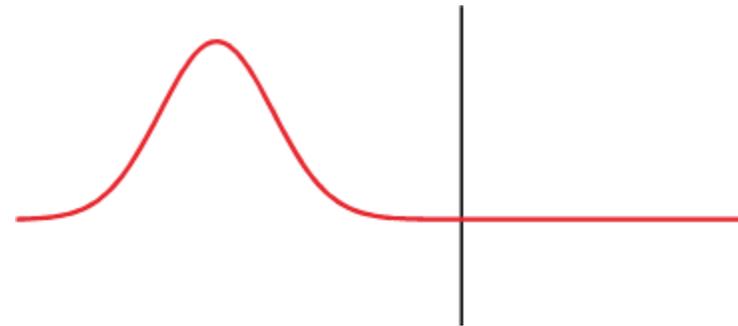


Wellenfront und Elementarwellen



Unterschiedlich schnelle Ausbreitung der Elementarwellen in Luft und Wasser

Reflexion und Transmission an der Grenzfläche



Wann immer die Abmessungen einer Schaltung oder einer Anordnung in die Größenordnung der Wellenlänge kommen.

Wellenlängen	Schall (Luft)	Licht (Freiraum)
Frequenz	300 m/s	$300 \cdot 10^6$ m/s
1 kHz	300 mm	300 km
10 kHz	30 mm	30 km
1 MHz	300 μ m	300 m
1 GHz	300 nm	300 mm

Audio (green oval)

Ultraschall (cyan oval)

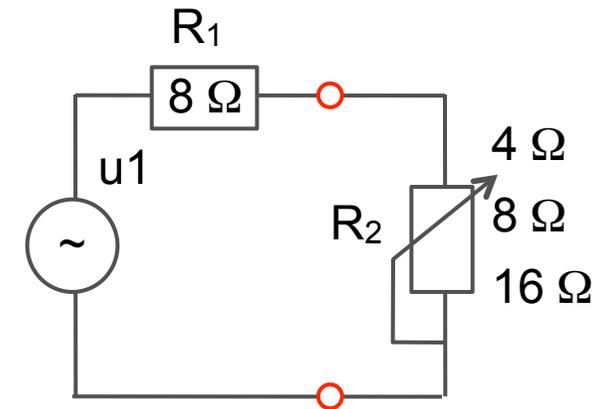
Hochfrequenz (yellow oval)

Wellen und Leitungen

- Schwingungen und Wellen
- Reflexionen
- **Anpassung**
- Wellenausbreitung in Zweileitersystemen
- Hintergründe

Welche Leistung wird übertragen?

- Beispiel: Verstärker an Lautsprecher



Ersatzschaltung:

- $U_2 = ?$
- $P_2 = ?$

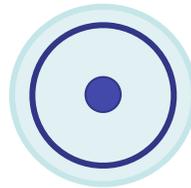
Wellen und Leitungen

- Schwingungen und Wellen
- Reflexionen
- Anpassung
- **Wellenausbreitung in Zweileitersystemen**
- Hintergründe

Längshomogene Strukturen (konstanter Querschnitt)

- Wellenlänge \gg Querausdehnung der Leiter
- Beschränkung auf verlustlose Leitungen
- Beispiele:

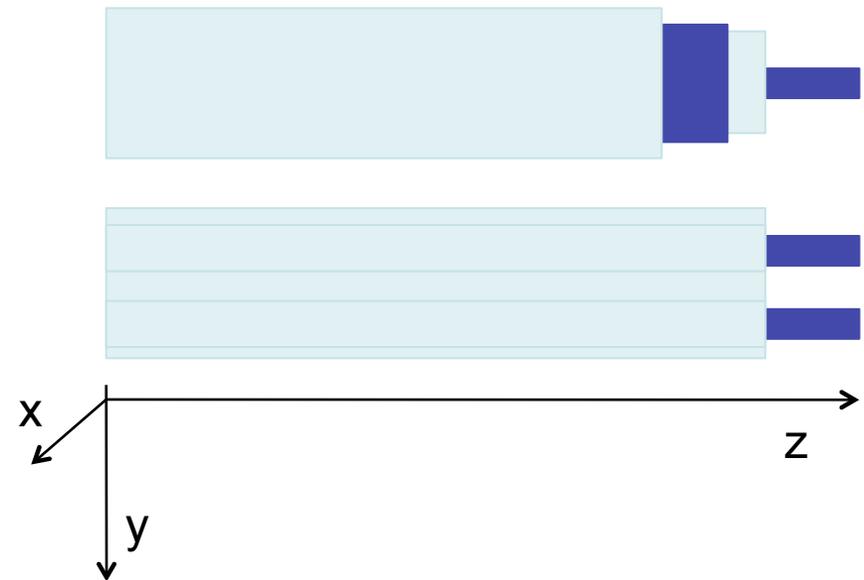
– Koaxiale Leitung



– Zweidraht-Leitung

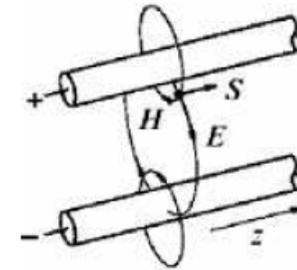


– Leiterbahnen

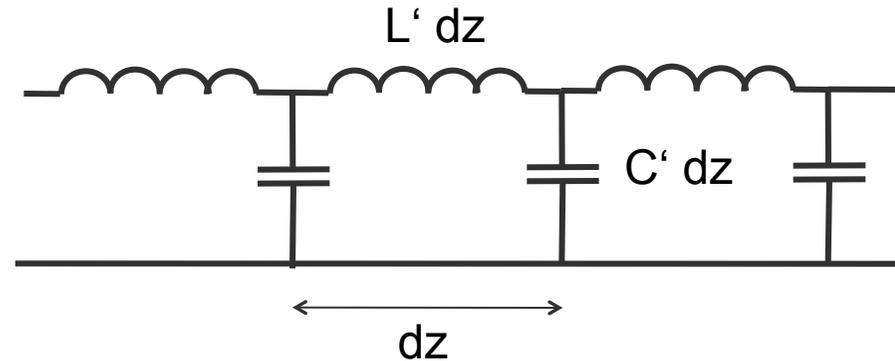


im Zweileitersystem

- Transversale Elektro-Magnetische (TEM) Wellen:
keine Feldlinien in Ausbreitungsrichtung

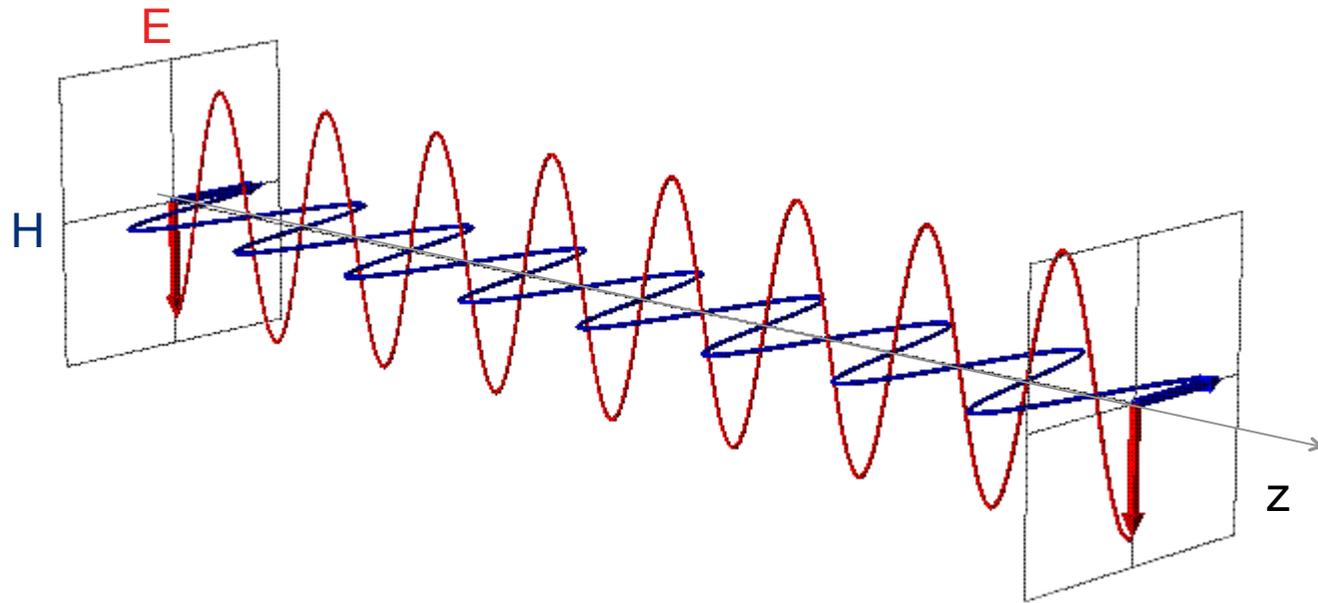


- Leitungsmodell
 - Kapazitätsbelag C'
 - Induktivitätsbelag L'

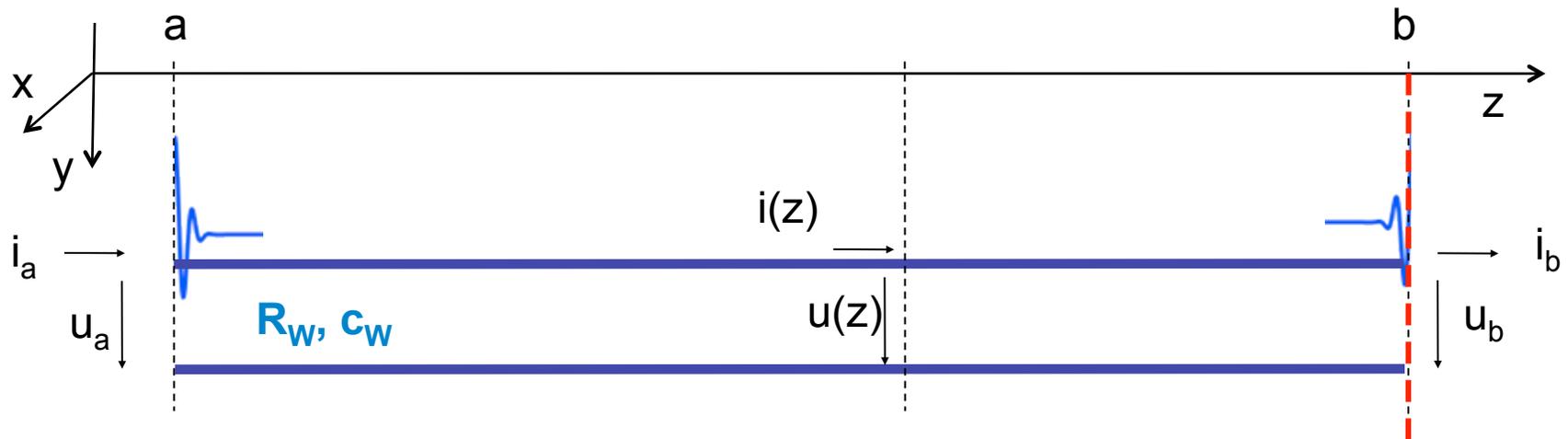


- Ausbreitungsgeschwindigkeit: $c_w = 1/\sqrt{L' C'}$
- Wellenwiderstand: $R_w = \sqrt{L'/C'}$

Transversale Elektro-Magnetische Wellen



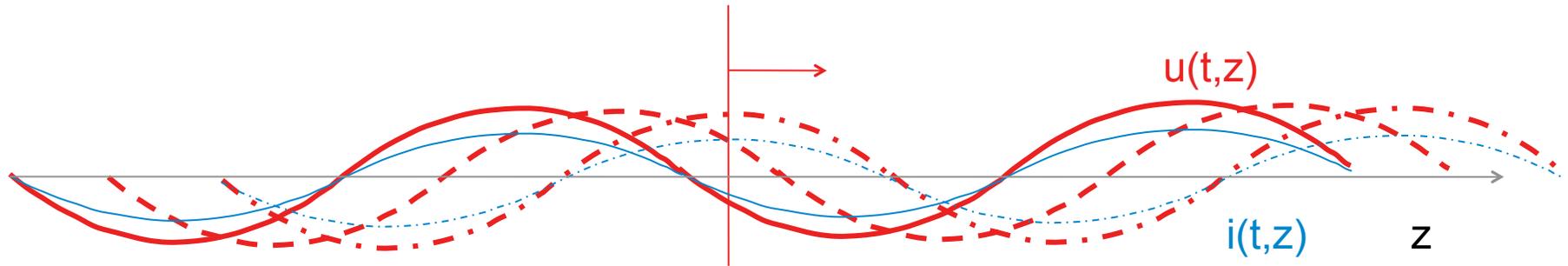
- Hinlaufende und rücklaufende Wellen
- Superpositionsprinzip: Überlagerung hin- und rücklaufender Wellen



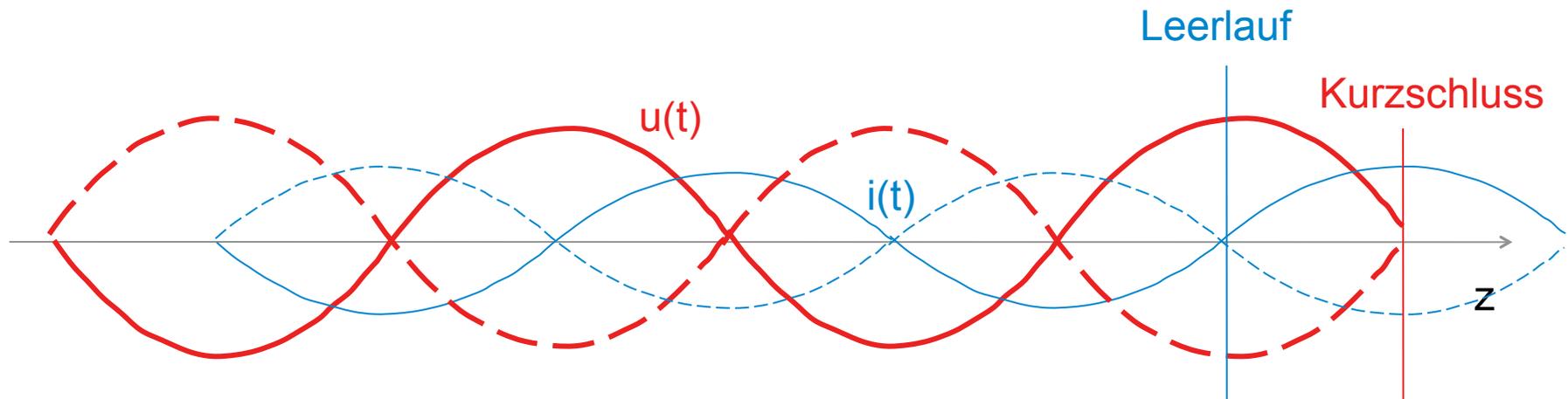
Grenzfläche:
Reflexionsfaktor

Beispiel

Abgeschlossene Leitung: Energietransport, $u(t,z)$ und $i(t,z)$ in Phase

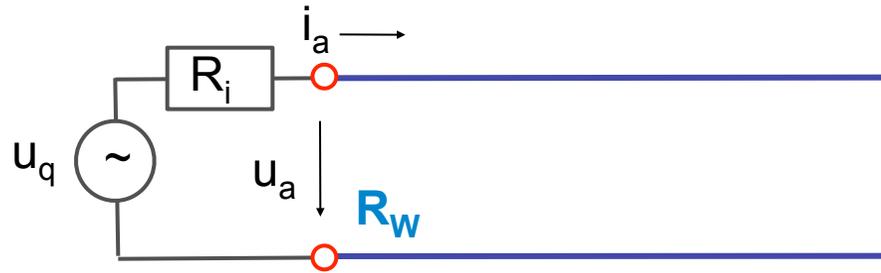


Offene Leitung: stehende Wellen, kein Energietransport

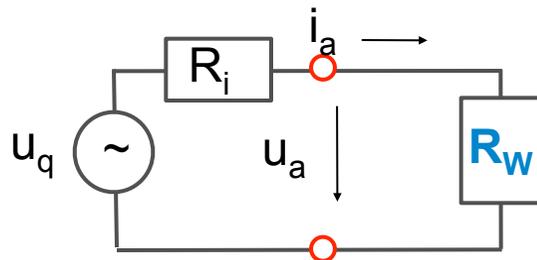


Wellenwiderstand

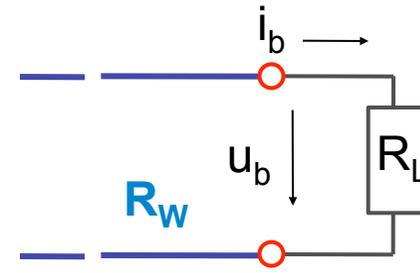
- Leitungsanfang



Einlaufende Welle nimmt R_W wahr
(für eine hinreichend lange Leitung)



- Leitungsende



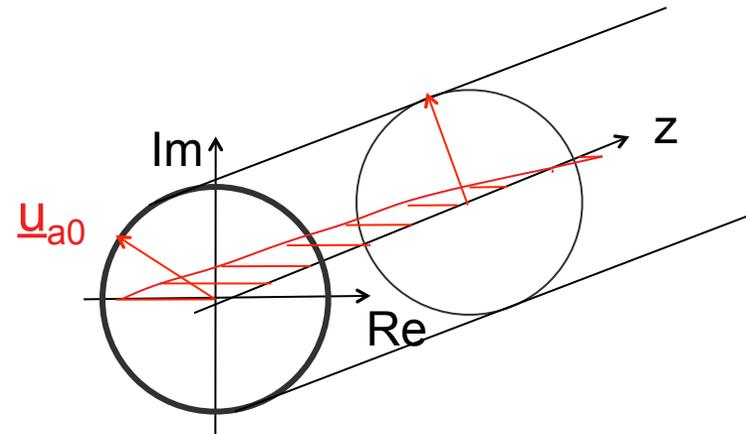
Reflexionen für $R_L \neq R_W$

Reflexionsfaktor:

$$\Gamma_L = \frac{R_L - R_W}{R_L + R_W}$$

- Periodische Funktionen in komplexer Schreibweise:
 - $\underline{u}(t) = \underline{u}_0 e^{j\omega t}$ mit $u(t) = \text{Re} \{ \underline{u}(t) \}$
 - $\underline{u}_a(z,t) = \underline{u}_{a0} e^{-j\beta z} e^{j\omega t}$ hinlaufende Welle
 - $\underline{u}_b(z,t) = \underline{u}_{b0} e^{+j\beta z} e^{j\omega t}$ zurücklaufende Welle
 - mit $\beta = 2\pi / \lambda$ (Phasenkonstante), $\lambda = c/f$

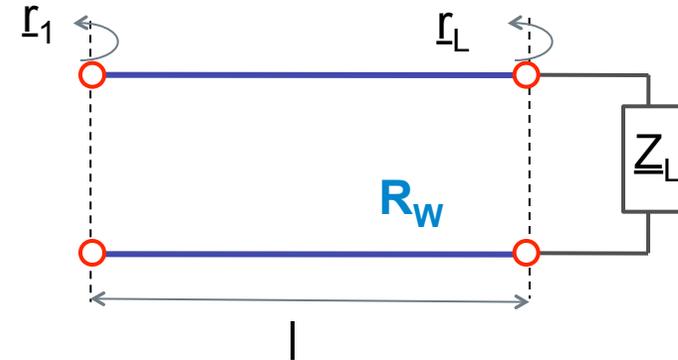
- Momentaufnahme ($t = t_n$):



Allgemein

$$\underline{r}_1 = \underline{r}_L e^{-j\beta 2l}$$

Phasendrehung von r_L um $-2\beta l$



Beispiel: $\lambda/4$ Leitung (Viertelwellentransformator)

$$2 \beta l = 2 * 2\pi / \lambda * \lambda/4 = \pi \quad \Rightarrow e^{-j\pi} = -1$$

$$\Rightarrow \underline{r}_1 = -\underline{r}_L$$

$$\underline{Z}_1 = R_W^2 / \underline{Z}_L$$

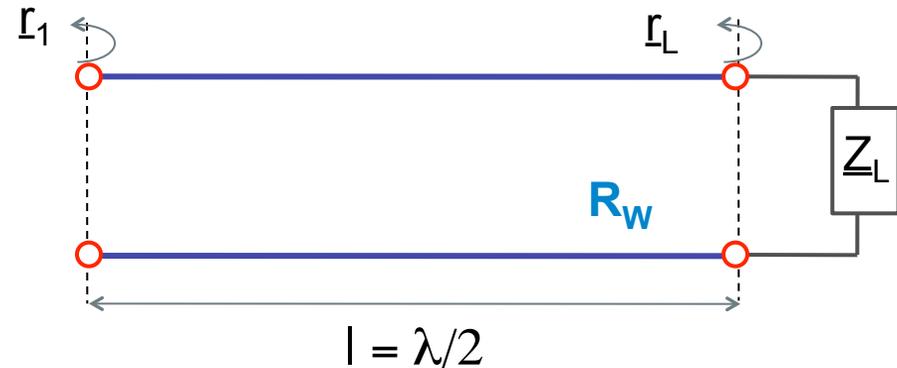
Praktische Anwendung:

Anpassung von R_L an Quellimpedanz R_1 durch geeigneten R_W

$$R_W = \sqrt{R_L R_1}$$

Halbwellenleitung ($\lambda/2$ Leitung)

$$\underline{r}_1 = \underline{r}_L e^{-j\beta 2l}$$



Keine Impedanz-Transformation, da:

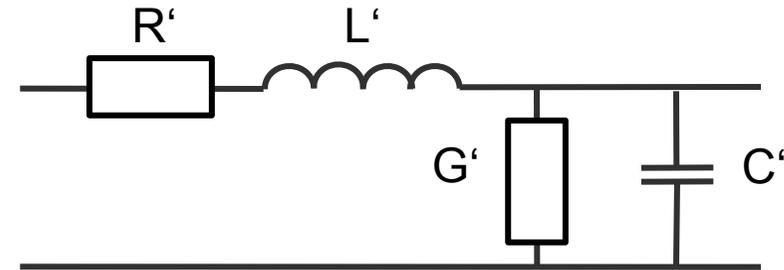
$$2 \beta l = 2 * 2\pi / \lambda * \lambda/2 = 2\pi$$

$$\Rightarrow e^{-j2\pi} = 1$$

$$\Rightarrow \underline{r}_1 = \underline{r}_L$$

Modell:

$$Z_w = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$



Praktische Relevanz:

(1) HF-Technik ($f > 100$ kHz): annähernd verlustlos

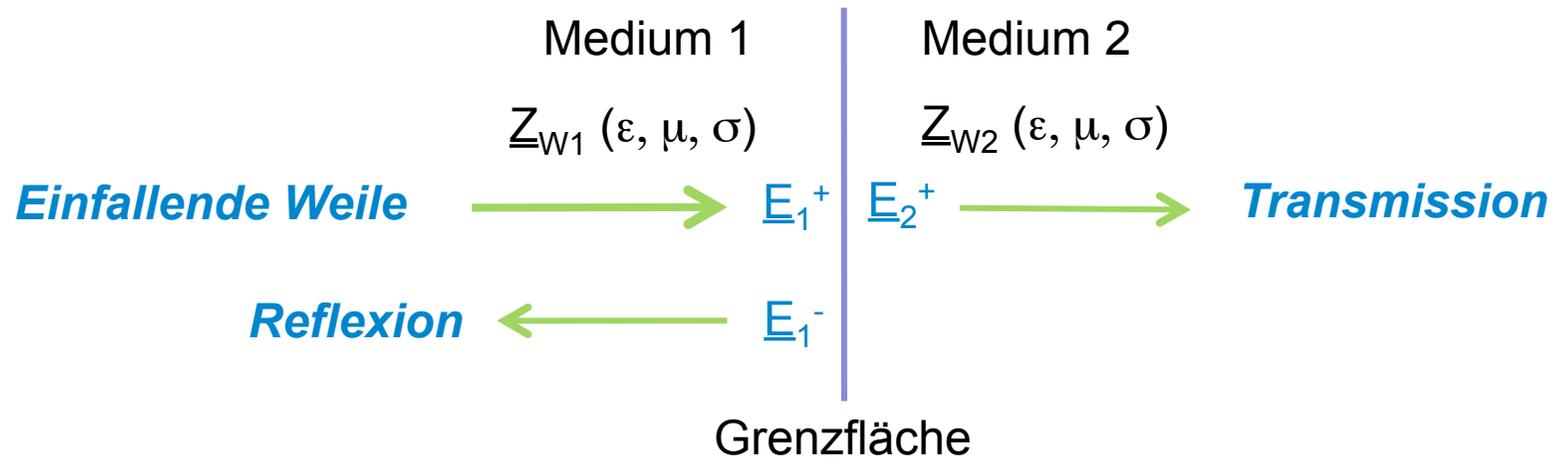
- R' : Skin-Effekt, frequenzabhängiger Belag
 - G' : Verluste durch Dielektrikum
- } können separat betrachtet werden

(2) Telefonleitung ($f < 10$ kHz): komplexer Wellenwiderstand

- R' wegen langer Leitungen

Wellen und Leitungen

- Schwingungen und Wellen
- Reflexionen
- Anpassung
- Wellenausbreitung in Zweileitersystemen
- **Hintergründe**



- Stetigkeit an der Grenzfläche:

1. $\underline{E}_2^+ = \underline{E}_1^+ + \underline{E}_1^-$

2. $(\underline{E}_1^+ - \underline{E}_1^-) / \underline{Z}_{W1} = \underline{E}_2^+ / \underline{Z}_{W2}$

- Definitionen:

Reflexionsfaktor: $\underline{r} = \underline{E}_1^- / \underline{E}_1^+ = (\underline{Z}_{W1} - \underline{Z}_{W2}) / (\underline{Z}_{W1} + \underline{Z}_{W2})$

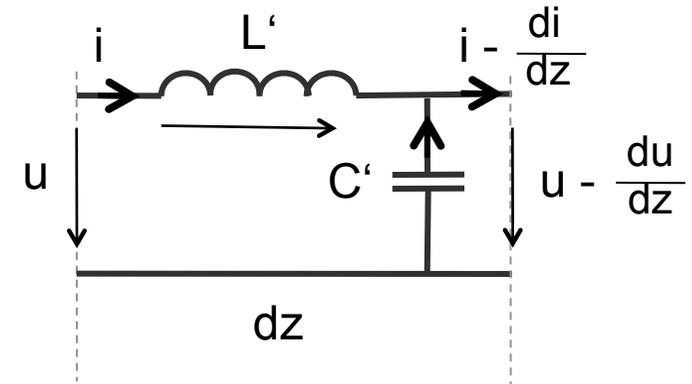
Transmissionsfaktor: $\underline{t} = \underline{E}_2^+ / \underline{E}_1^+ = 2 \underline{Z}_{W2} / (\underline{Z}_{W1} + \underline{Z}_{W2})$

Wellenwiderstand

- Gleichungssystem

- $du/dz = j\omega L' i$ (1)

- $di/dz = j\omega C' u$ (2)



- Differenzieren von (1) d/dz und einsetzen von (2)

- $d^2u/dz^2 = j\omega L' j\omega C' u$ (Wellengleichung)

- Ansatz: $u = e^{\gamma z}$

- $d^2u/dz^2 = \gamma^2 u \Rightarrow \gamma = j\omega \sqrt{L'C'}$

- Einsetzen in (1):

- $\gamma u = j\omega L' i \Rightarrow u/i = R_W = j\omega L' / \gamma$

$$\Rightarrow R_W = \sqrt{L'/C'}$$

ENDE der Übersicht

Literaturempfehlung:

Frank Gustrau, Hochfrequenztechnik: Grundlagen der mobilen Kommunikationstechnik (Taschenbuch), Carl Hanser Verlag, 2011, ISBN-13: 978-3446425880