Modellierung von Anlagen und Systemen

Teil 2

Antriebe und Systeme

Ausgabe 0.6, 20.4.2019
Autoren: Stephan Rupp

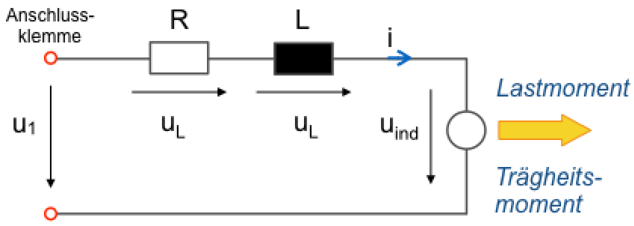
Kontakt: Stephan.Rupp@cas.srupp.de
Web: http://www.srupp.de

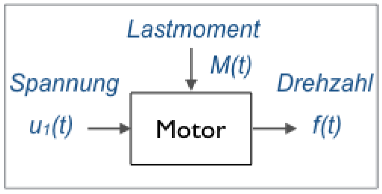
Inhaltsverzeichnis

1. Gleichstrommaschine

1.1. Ersatzschaltbild und Maschinengleichungen

Ein Gleichstrommotor besitzt folgendes Ersatzschaltbild.





Hierbei bedeuten R den Ankerwiderstand (Verlustwiderstand), L die Induktivität der Ankerwicklung und u_{ind} die bei Drehung der Maschine im Ankerkreis induzierte Spannung. Hierbei sei angenommen, dass die Ankerwicklung auf dem Rotor angebracht ist. Im Stator finden sich dann entweder Permanentmagnete oder eine Erregerwicklung zur Erzeugung eines statischen Magnetfeldes. Der Strom der Ankerwicklung wird mit jeder halben Umdrehung kommutiert. Das Prinzip entspricht also unmittelbar dem einer Leiterschleife in einem Magnetfeld.

An die Welle der Maschine koppelt das Lastmoment M an. Außerdem besitzt der Rotor das Trägheitsmoment J. Legt man an die Anschlussklemme eine Gleichspannung u_1 an, so läuft die Maschine im Motorbetrieb an. Umgekehrt lässt sich durch Antreiben der Maschinenwelle mit Hilfe des Lastmoments M an der Anschlussklemme eine Spannung induzieren, die Maschine läuft im Generatorbetrieb.

Die Maschine wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$u_1(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + u_{ind}(t) \qquad (1.1.1)$$

$$M_M(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + M(t) \qquad (1.1.2)$$

Gleichung (1.1.1) folgt der Maschenregel für die Spannungen in der elektrischen Ersatzschaltung. Gleichung (1.1.2) ist die Summe der Momente: Drehimpulsänderung des Motors und Lastmoment ergeben das Moment des Motors. Die elektrische Gleichung und die mechanische Gleichung sind durch den Motorstrom miteinander verbunden:

$$k_M \cdot i(t) = M_M(t) \qquad (1.1.3)$$

Der Motorstrom ist proportional zum Drehmoment des Motors. Die Motorkonstante k_M lässt sich aus dem Datenblatt errechnen bzw. durch Messung ermitteln (bei gegebenem Lastmoment im eingeschwungenem Zustand). Weiterhin ist die Drehzahl proportional zur induzierten Spannung $u_{ind}(t)$:

$$\omega(t) = k_\omega \cdot u_{ind}(t) \qquad (1.1.4)$$

Frage 1.1.1: Beispiel. Für einen Motor finden sich folgende Daten auf dem Typenschild bzw. im Datenblatt: Nennspannung U_n = 24 V, Nennstrom I_n = 3 A, Nennleistung P_n = 45 W, Nenndrehzahl f_n = 50 Hz. Berechnen Sie hieraus (1) das Nennmoment M_n, (2) die induzierte Spannung $u_{ind,0}$ im Leerlauf, (3) den Ankerwiderstand R, (4) die Leerlaufdrehzahl f_0, (5) den Anlaufstrom, (6) das Anlaufmoment. Hinweis: Die Nennleistung ist die abgegebene mechanische Leistung.

Lösung: Es wird jeweils der eingeschwungene Zustand betrachtet.

(1) Für die mechanische Leistung gilt $P_n = M_n\, \omega_n$.

- Hieraus folgt das Nennmoment M_n = 45 W / (2π 50 1/s) = 0,143 Nm.

(2) Die abgegebene mechanische Leistung entspricht $P_n = I_n * U_{ind,n}$ = 45 W

- Hieraus errechnet sich die induzierte Spannung bei Nennlast: $U_{ind,n}$ = 45W / 3A = 15 V.

(3) Aus der Maschengleichung $U_n = I_n R + U_{ind,n}$ ergibt sich R = (24 V – 15 V) / 3 A = 3 Ω.

(4) Im Leerlauf ist der Strom I = 0.

- Somit ist die induzierte Spannung $U_{ind,0}$ gleich der Klemmenspannung $U_{ind,0} = U_1$.
- Wird für $U_1 = U_n$ verwendet, so ist $U_{ind,0} = U_n$.
- Die Leerlaufdrehzahl f_0 verhält sich wegen Gleichung (1.1.4) zur Nenndrehzahl f_n wie die induzierte Spannung im Leerlauf $U_{ind,0}$ zur induzierten Spannung $U_{ind,n}$ im Nennbetrieb.
- Somit ist $f_0 = f_n\, U_{ind,0} / U_{ind,n} = f_n\, U_n / U_{ind,n}$ = 50 Hz 24 V / 15 V = 80 Hz

(5) Anlaufstrom: Bei stehendem Rotor ist $U_{ind,an}$ = 0. Bei Vernachlässigung der Induktivität ist der Anlaufstrom dann nur durch den Ankerwiderstand begrenzt: $I_{an} = U_n / R$ = 24 V / 3 Ω = 8 A.

(6) Anlaufmoment: Lässt sich mit Hilfe von Gleichung (1.1.3) berechnen:

- $M_{an} / M_n = I_{an} / I_n$
- Somit beträgt das Anlaufmoment M_{an} = 0,143 Nm 8 A / 3 A = 0,381 Nm.

Frage 1.1.2: Ermitteln Sie die Maschinenkonstanten k_M und k_ω. Hinweis: Verwenden Sie die Daten aus der vorausgegangenen Aufgabe.

Lösung: Die Gleichungen (1.1.3) und (1.1.4) beschreiben Geraden durch den Ursprung. Zur Festlegung der Steigungen k_M und k_ω genügt jeweils ein Messpunkt.

- Aus dem Nennmoment und dem Nennstrom folgt: $k_M = M_n / I_n$
- Aus der Nenndrehzahl und der zugehörigen induzierten Spannung folgt: $k_\omega = 2\pi f_n / U_{ind,n}$

Hinweis: Wegen der abgegebenen mechanischen Leistung

$$M_n \cdot \omega_n = P_n = U_{ind,d} \cdot I_n \tag{1.1.5}$$

gilt

$$\omega_n / U_{ind,n} = I_n / M_n$$

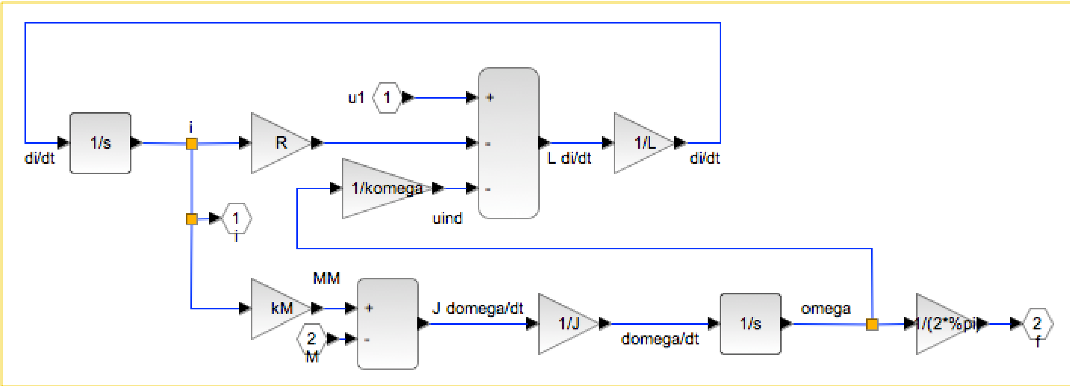
und somit

$$k_\omega = 1 / k_M \quad .$$

Der Motor ist durch die Konstante k_M bereits beschrieben, k_ω folgt hieraus..

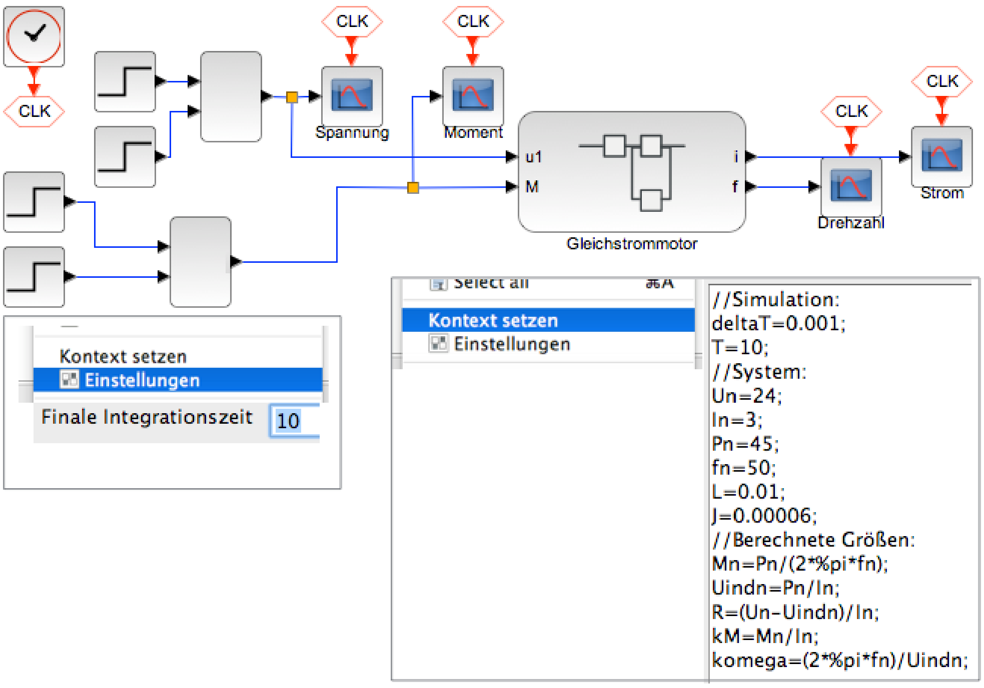
Frage 1.1.3: Signalfluss. Das Trägheitsmoment des Rotors sei J = 600 gcm². Für die Induktivität der Ankerwicklung wird ein Wert von L = 10 mH angenommen. Stellen Sie den Signalfluss des Gleichungssystems dar, wenn Sie die Klemmenspannung $u_1(t)$ als Eingangsgröße verwenden, die Drehzahl f(t) = ω(t) / 2π als Ausgangsgröße, und das Lastmoment M(t) als Störgröße (d.h weitere Eingangsgröße).

Lösung:

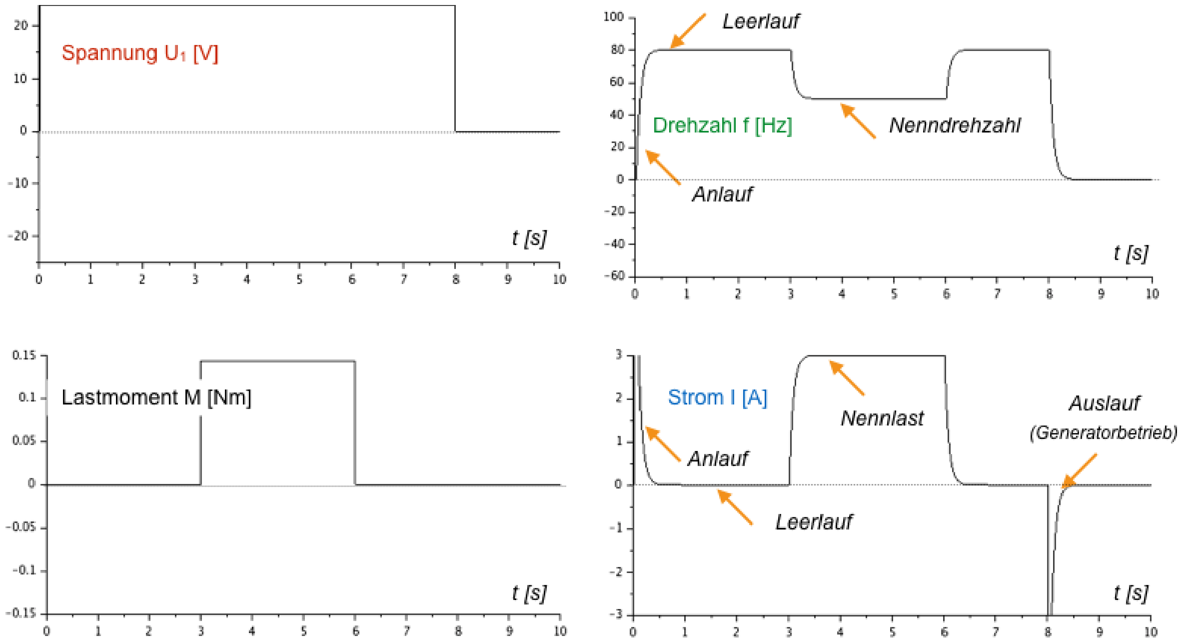


Frage 1.1.4: Erstellen Sie ein Streckenmodell und simulieren Sie die Strecke. Verwenden Sie die in den vorausgegangenen Aufgaben verwendeten Dimensionierungsgrößen.

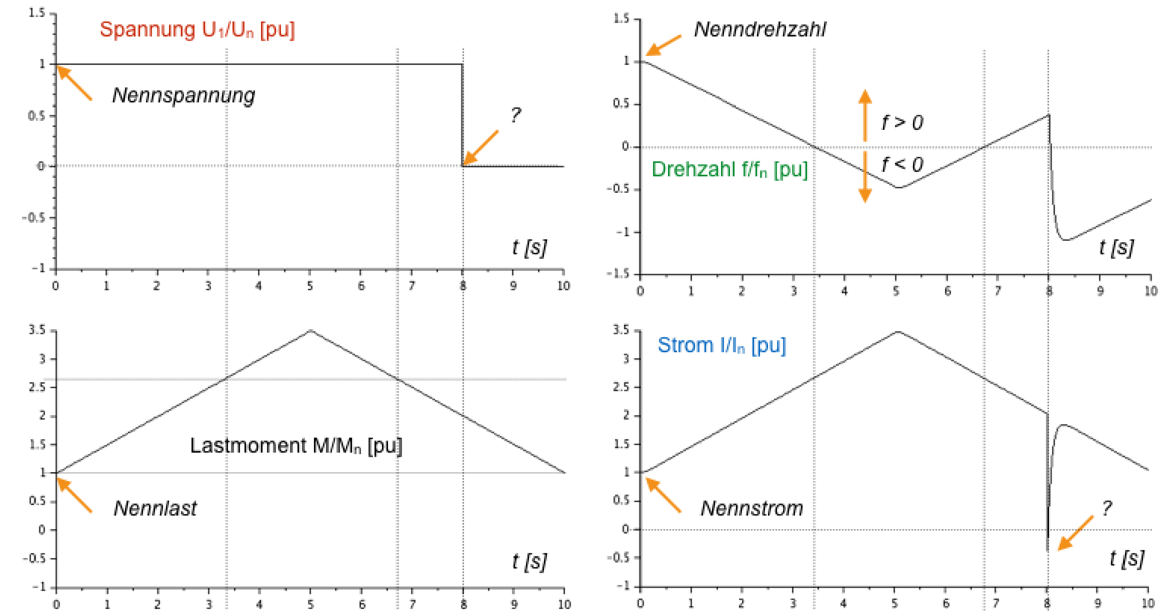
Lösung:



Eine Simulation der Strecke mit vorgegebener Spannung (einschalten, ausschalten) und vorgegebenem Lastprofil zeigt folgender Ergebnisse.



Frage 1.1.5: Lastprofile. Simulieren Sie die Maschine unter starker Belastung. Interpretieren Sie folgendes Lastverhalten: Wann ist die Maschine im Motorbetrieb? Wann ist die Maschine im Generatorbetrieb? Wie sieht die Ersatzschaltung aus in diesen Fällen (Richtung des Stroms, Richtung der induzierten Spannung U_{ind})?

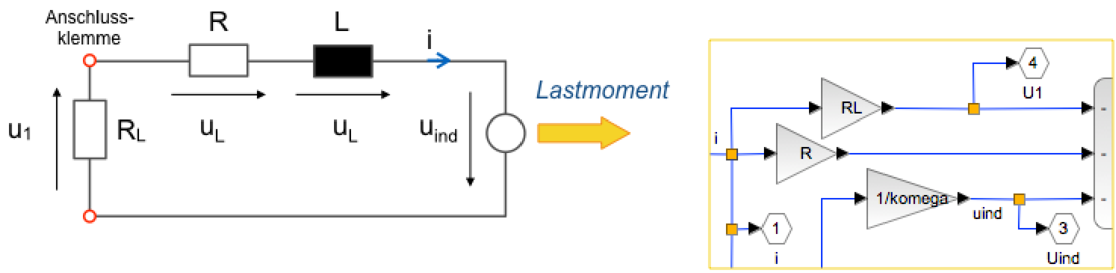


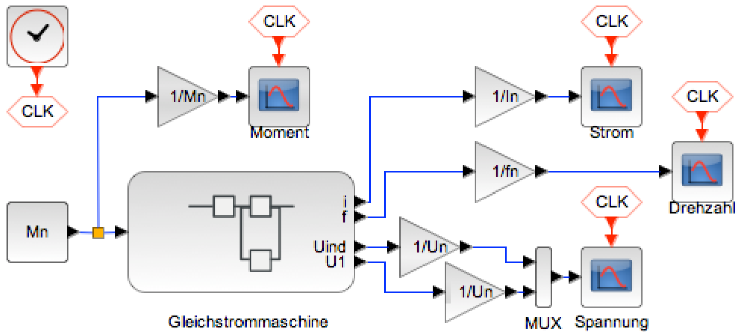
Lösung: Im Verbraucherzählpfeilsystem bedeutet P>0 Leistungsaufnahme und P<0 Leistungsabgabe. Hierbei muss jedoch zwischen der induzierten Spannung und der Klemmenspannung unterschieden werden.

Frage 1.1.6: Leistung. Wie berechnen sich die mechanische Leistung und die elektrische Leistung? Wann wird Leistung aufgenommen? Wann wird Leistung abgegeben? Ergänzen Sie Ihr Modell um die Anzeige der elektrischen und mechanischen Leistung und prüfen Sie Ihr Modell auf Plausibilität.

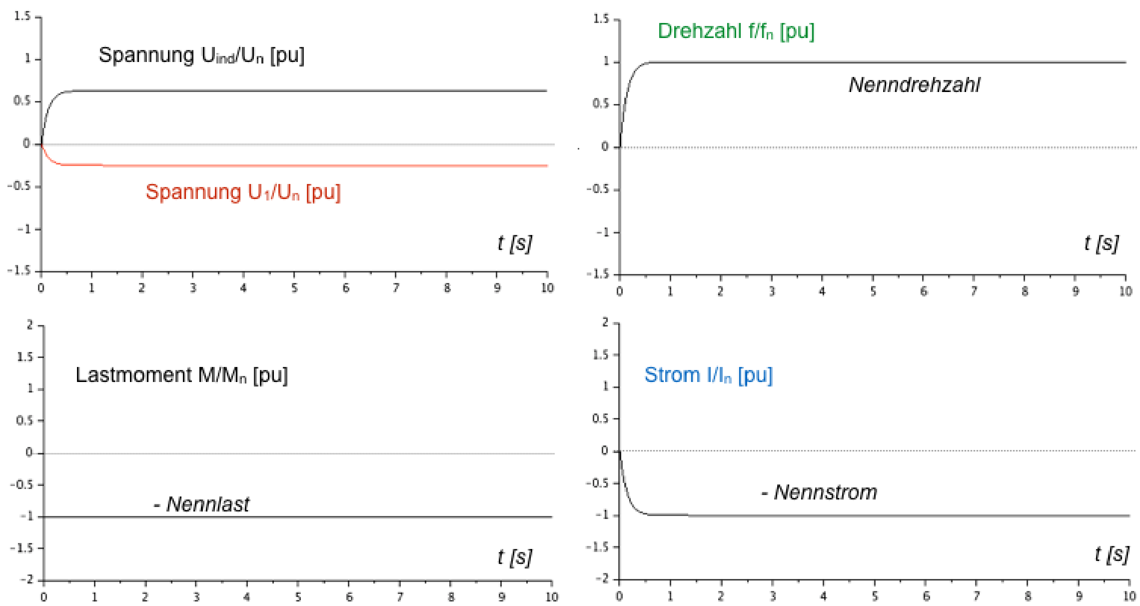
Frage 1.1.7: Generatorbetrieb. Betreiben Sie die Maschine als Generator. Was müssen Sie hierfür an der Beschaltung bzw. am Modell ändern? Testen Sie Ihr Modell auf Plausibilität. Hinweise: (1) Verwenden Sie das Ersatzschaltbild der Maschine. Interpretieren Sie die Zählpfeile. (2) Führen Sie die induzierte Spannung U_{ind} der Maschine heraus.

Lösungsbeispiel:





Ein Testlauf ergibt folgende Ergebnisse:



Frage 1.1.8: Leistung im Generatorbetrieb. Wie berechnen sich die mechanische Leistung und die elektrische Leistung? Wann wird Leistung aufgenommen? Wann wird Leistung abgegeben? Ergänzen Sie Ihr Modell um die Anzeige der elektrischen und mechanischen Leistung und prüfen Sie Ihr Modell auf Plausibilität.

1.2. Ansteuerung der Maschine

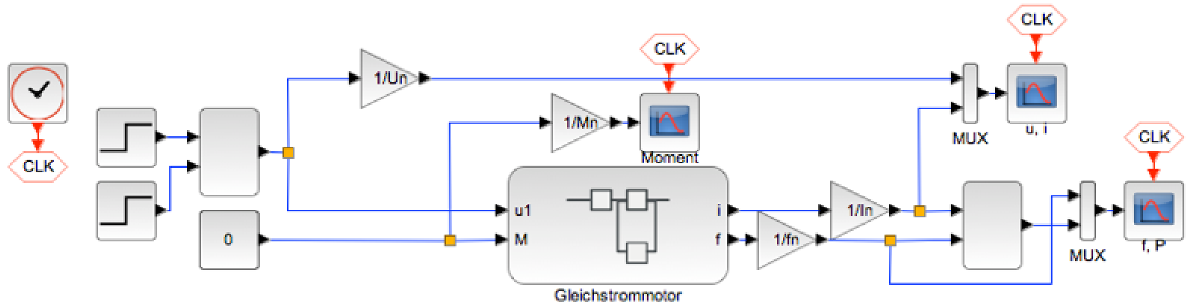
Die Drehrichtung des Gleichstrommotors ist abhängig von der Polarität der Klemmenspannung. Damit die Drehzahl verändert werden kann, ist eine variable Gleichspannung erforderlich. Da in der Regel nur feste Spannungen vorhanden sind, soll hieraus eine variable Spannung per Leistungselektronik und Pulsweitenmodulation erzeugt werden. Damit Drehzahl und Drehrichtung einstellbar sind, soll aus der festen Spannung U_0 eine variable Spannung im Bereich $\{-U_0, U_0\}$ erzeugt werden.

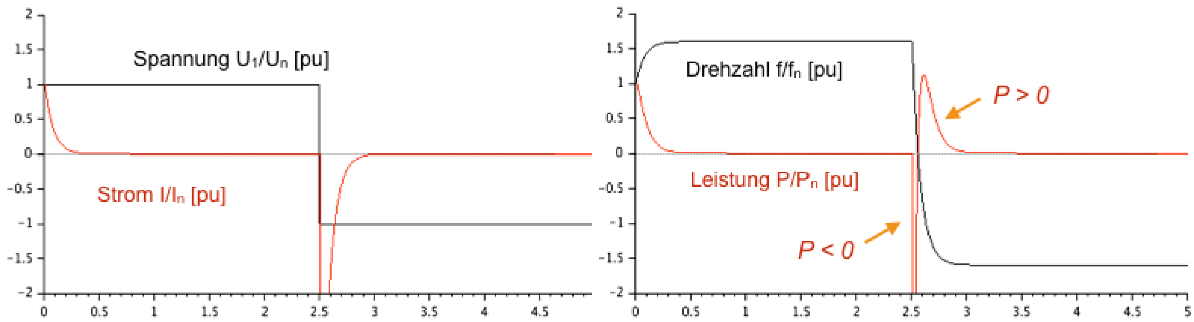
Frage 1.2.1: Rechtslauf und Linkslauf mit fester Spannung U_0. Erstellen Sie eine Ansteuerung, die mit Hilfe der festen Spannung U_0 das Umschalten der Maschine zwischen Rechtslauf und Linkslauf ermöglicht.

Lösung: Motor im Lastzweig einer H-Brücke. Umschalten zwischen $U_1 = U_0$ und $U_1 = - U_0$.

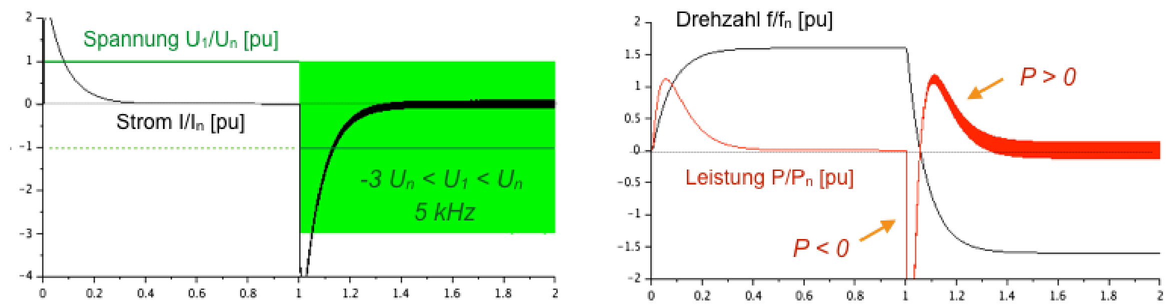
Frage 1.2.2: Wie reagiert der Motor am Umschaltzeitpunkt der Spannung? Untersuchen Sie das Verhalten in einer geeigneten Simulation.

Lösungsbeispiel: Leerlaufbetrieb, Umschaltung zum Zeitpunkt t = 5 s.





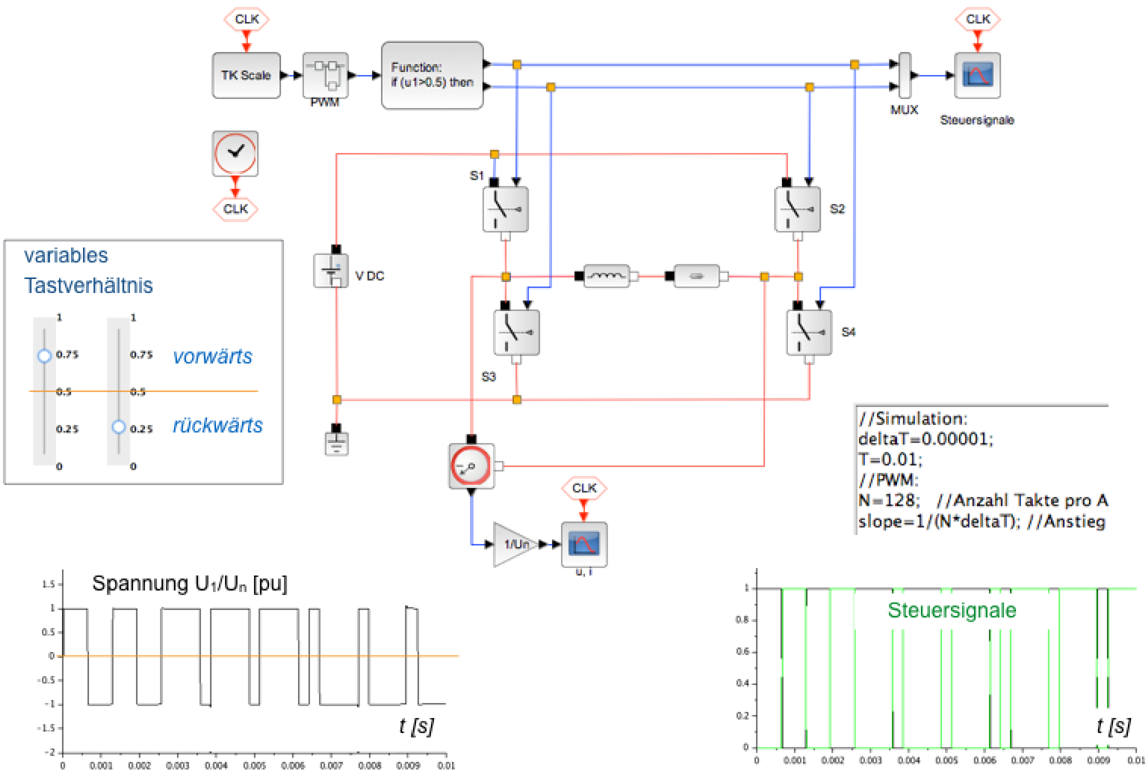
Während des Umschaltens ist die Leistung kurzzeitig negativ, d.h. der Motor gibt Leistung ab, dann wieder positiv, bis er sich mit umgekehrter Leerlaufdrehzahl bewegt. Ursache ist die Schwungmasse des Motors. Es braucht eine Weile, bis der Drehimpuls umgepolt ist. Die vorhandene Rotationsenergie wird abgegeben (im Leerlauf über dem Verlustwiderstand R verheizt), bis die Drehzahl Null erreicht ist. Dann nimmt der Motor wieder Leistung auf, bis der Drehimpuls umgepolt ist.



Wir der Motor so schnell zwischen zwei Spannungsniveaus umgeschaltet, dass der Drehimpuls sich hierdurch kaum ändert, reagiert der Motor nur auf das mittlere Spannungsniveau. Im Beispiel wurde zum Zeitpunkt t = 1 s eine rechteckförmige Wechselspannung an den Motor gegeben, die mit der Frequenz 5 kHz (d.h. mit 0.2 ms Periode) zwischen den Pegeln -3 U_n und U_n wechselt. Der Motor reagiert nur auf den Mittelwert der Spannung ($U_{1,mittel}$ = -U_n).

Frage 1.2.3: Variable Drehzahl mit Pulsweitenmodulation. Erstellen Sie eine Ansteuerung, die mit Hilfe der festen Spannung U_0 die Einstellung einer variablen Drehzahl ermöglicht. Erweitern Sie die Schaltung um Rechtslauf und Linkslauf mit variabler Drehzahl.

Lösungsbeispiel:



Frage 1.2.4: Anstiegsrate der Rampenfunktion für die PWM. Es sei Δt die Taktrate des Systems. Welcher Anstieg pro Sekunde ergibt sich, wenn pro Tastintervall der PWM eine Anzahl von N Takten Δt durchlaufen werden?

Lösung: Innerhalb von N Takten erreicht die Rampe den Wert 1. Die Steigung (engl. slope) der Rampe pro Zeiteinheit beträgt somit a = 1/(N Δt) [1/s].

Beispiel: Die Taktrate sei Δt = 0.01 ms. Für ein Tastintervall der PWM sollen N = 128 Werte durchlaufen werden (entsprechend einer Quantisierung von 128 Werten). Der Wert N Δt entspricht der Abtastrate des PW-modulierten Signals (Abtastintervall 12,8 ms). Die Steigung der Rampenfunktion pro Zeiteinheit beträgt somit a = 1/(N Δt) = 10^5 /128 1/s = 78125 1/s.

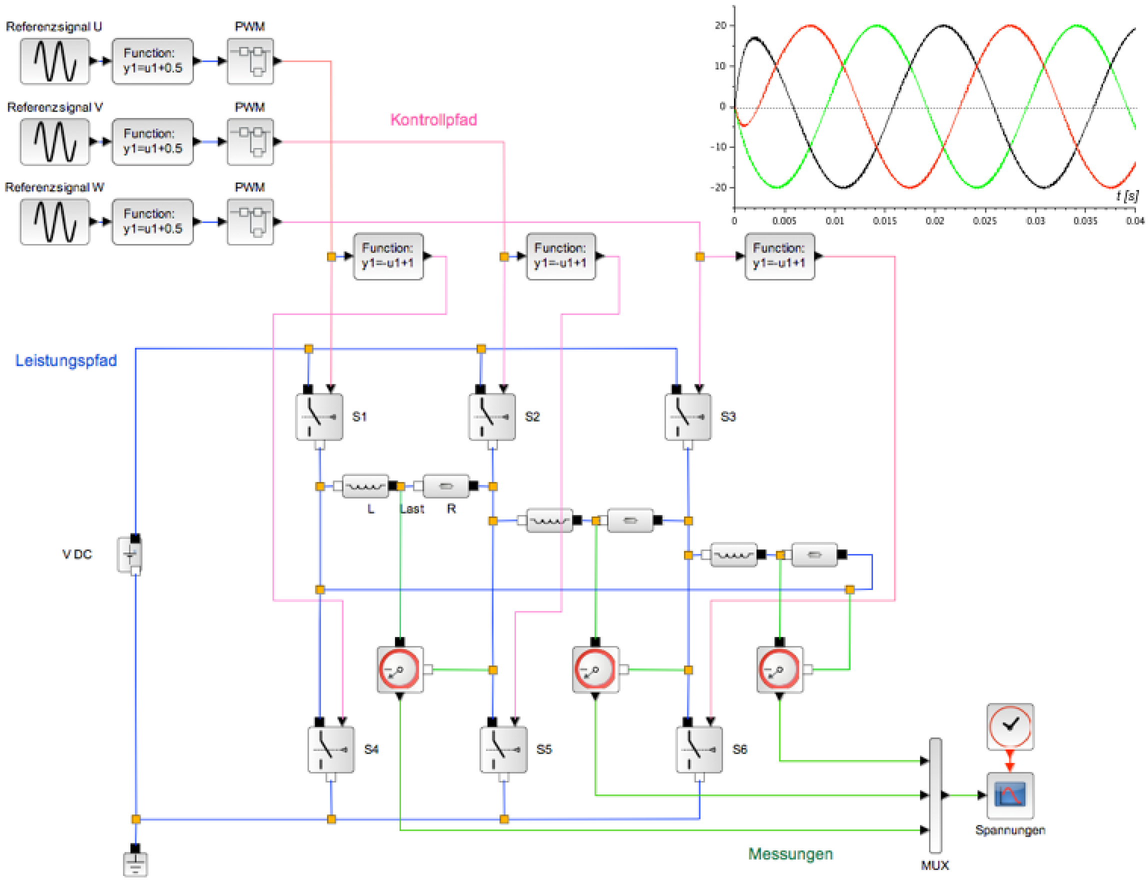
1.3. Bürstenloser Gleichstrommotor (BLDC)

Bürstenlose Gleichstrommotoren sind so aufgebaut, dass der Rotor Permanentmagnete enthält. Im Stator befinden sich Wicklungen, mit deren Hilfe ein Drehfeld erzeugt wird, dem der Rotor folgt. Auf diese Weise entfallen sowohl Bürsten als auch Schleifringe.

Während sich beim DC-Motor mit Trommelanker eine Leiterschleife im statischen Magnetfeld des Stators dreht, deren Strom mit jeder halben Umdrehung kommutiert wird, entfallen solche mechanischen Komplikationen hier völlig. Jedoch besteht die Notwendigkeit, ein Drehfeld bereit zu stellen, und dieses Drehfeld mit der Position des Rotors zu synchronisieren.

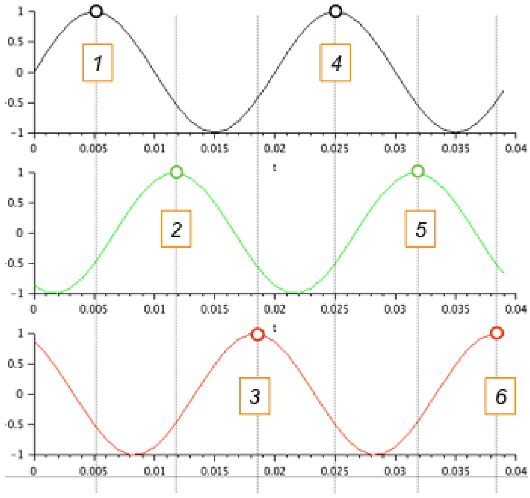
Frage 1.3.1: Ansteuerung. Erstellen Sie die Ansteuerung für den BLDC. Hinweis: Es soll aus einer DC-Spannungsquelle ein 3-phasiges Wechselspannungssystem erzeugt werden, das die Statorwicklungen des Motors speist.

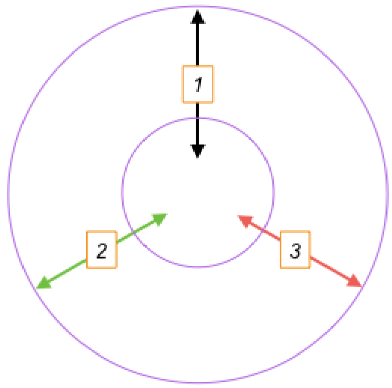
Lösungsbeispiel:



Frage 1.3.2: Funktionsweise. Zur Funktionsweise der Motoren finden sich Animationen im Web, siehe z.B. Nanotec. Erläutern Sie, warum durch die phasenverschoben Ansteuerung (Drehstromsystem) mit Hilfe der Anordnung der Statorwicklungen ein Drehfeld zustande kommt.

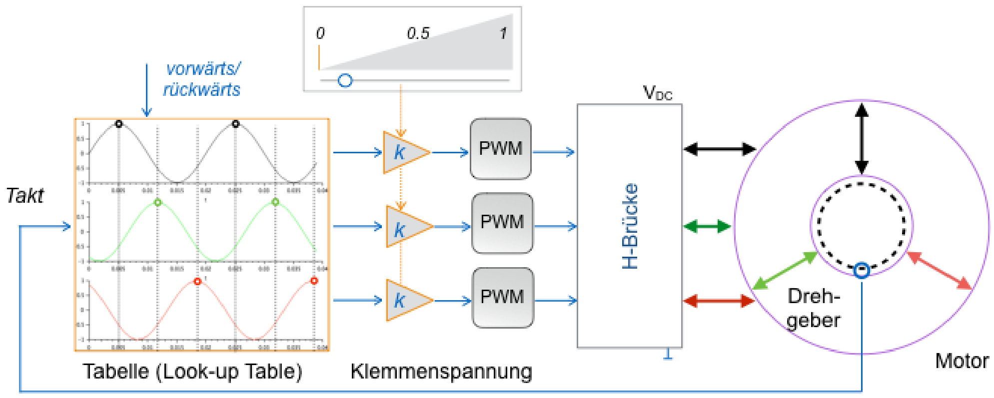
Lösungsansatz:





Frage 1.3.3: Drehzahl und Drehfeld. Die Drehzahl hängt wiederum von der Höhe der Spannung ab. Damit das Drehfeld mit der Position des Motors synchron läuft, wird die Position des Rotors mit Hilfe eines Drehgebers gemessen. Die Wicklungen des Stators werden synchron mit diesen Messwerten geschaltet. Skizzieren Sie ein Blockschaltbild des Motors mit Drehzahlsteuerung.

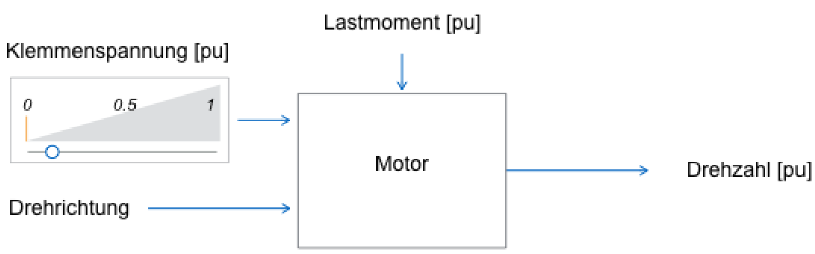
Lösungsbeispiel:



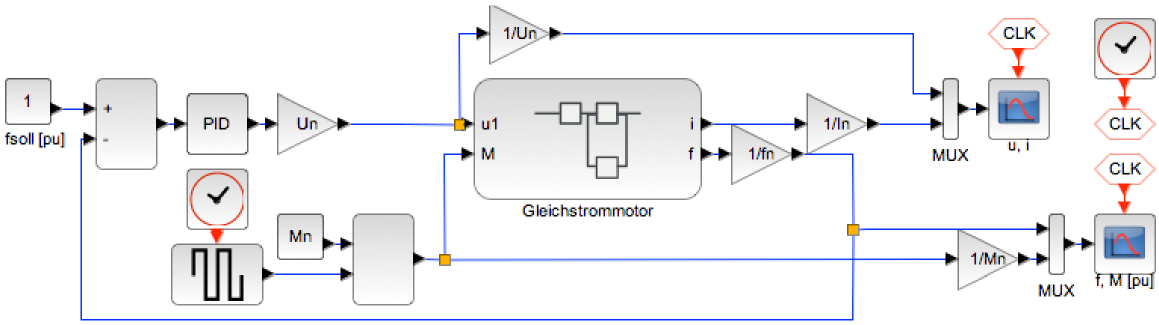
Die Referenz für die Spannungen wird aus einer Tabelle gewonnen, die abhängig von der Rotorgeschwindigkeit ausgelesen wird.

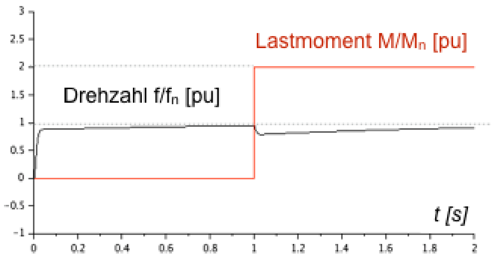
Frage 1.3.4: Vereinfachtes Maschinenmodell. In Grunde genommen wird beim BLDC-Motor die Klemmenspannung vorgegeben, wie bei der einfachen Gleichstrommaschine. Reduzieren Sie das Blockschaltbild auf die wesentlichen Komponenten und bauen Sie eine Drehzahlregelung auf. Verwenden Sie relative Einheiten (per-unit-System).

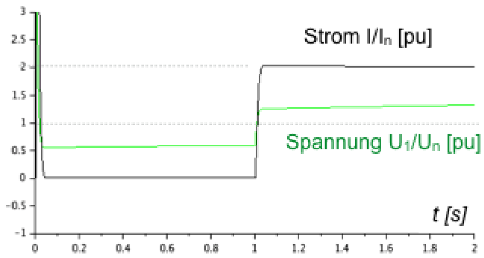
Lösung: Reduziertes Blockschaltbild:



Drehzahlregelung: Der Regler stellt die Spannung so ein, das die gewünschte Drehzahl (der Sollwert) möglichst erreicht wird. Im folgenden Beispiel bleibt die Drehzahl sowohl im Leerlauf als auch bei doppelter Nennlast nahe bei der Nenndrehzahl.

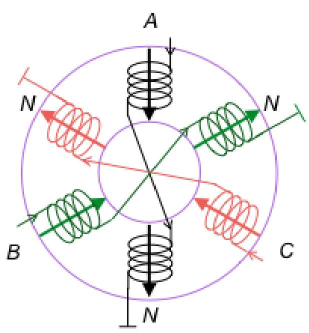


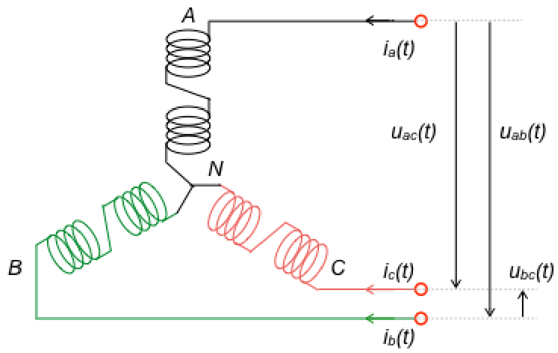




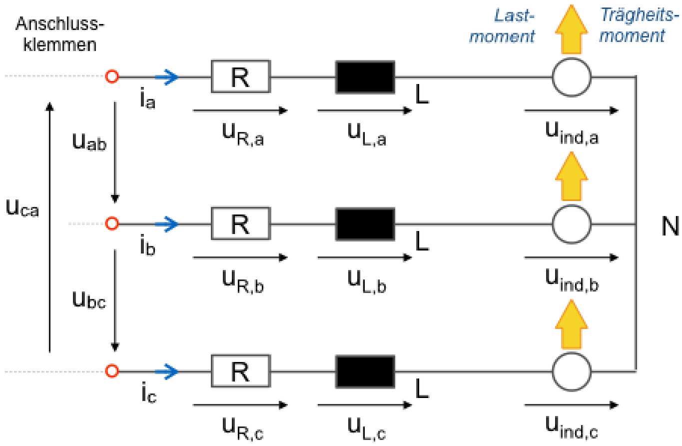
1.4. Dreiphasiges Modell der Maschine

Der BLDC-Motor soll nun dreiphasig im Modell nachgebildet werden. Folgende Abbildung zeigt die Wicklungen des Stators und die elektrischen Anschlüsse mit den Zählpfeilen für das elektrische Ersatzschaltbild.





Hiermit ergibt sich das in folgender Abbildung gezeigte Ersatzschaltbild.



Mit den Bezeichnungen und Zählpfeilen der Ersatzschaltung ergeben sich die folgenden Gleichungen für die Maschine.

$$u_{ab}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_a(t)-i_b(t))+R\cdot(i_a(t)-i_b(t))+u_{ind,a}(t)-u_{ind,b}(t) \quad (1.4.1)$$

$$u_{bc}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_b(t)-i_c(t))+R\cdot(i_b(t)-i_c(t))+u_{ind,b}(t)-u_{ind,c}(t) \quad (1.4.2)$$

$$u_{ca}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_c(t)-i_a(t))+R\cdot(i_c(t)-i_a(t))+u_{ind,c}(t)-u_{ind,a}(t) \quad (1.4.3)$$

$$M_M(t)=J\frac{d\,\omega_R(t)}{dt}+M_L(t) \quad (1.4.4)$$

Die ersten drei Gleichungen beschreiben die Summe der Spannungen im elektrischen Ersatzschaltbild der Maschine in den jeweiligen Maschen. Hierbei wurde angenommen, dass die Induktivitäten und Verlustwiderstände in allen Strängen gleich sind. Gleichung (1.4.4) beschreibt die Summe der Momente: Das Moment der Maschine M_M entspricht dem Lastmoment M_L plus der Änderung des Drehimpulses des Rotors. Hierbei bezeichnet ω_R die Kreisfrequenz des Rotors. Reibungsverluste wurden hierbei nicht berücksichtigt.

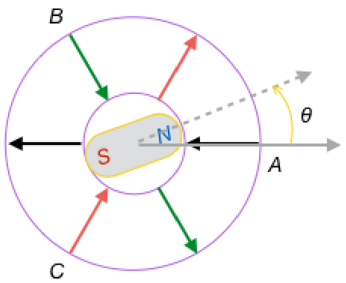
Bedingt durch den geometrischen Aufbau der Maschine addieren sich die durch die drei Strangströme verursachten Drehmomente nicht zu Null, da das Drehmoment abhängig ist von der Rotorposition. Für das Drehmoment in Abhängigkeit der Rotorposition θ_R erhält man folgende Beziehung:

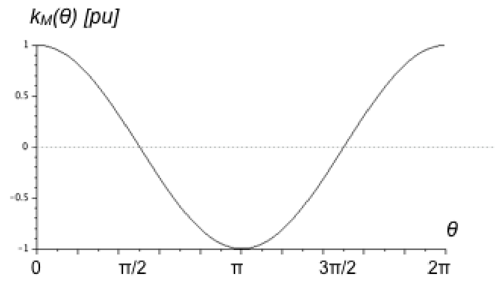
$$M_M(t)=k_M(\cos(\theta_R)\cdot i_a(t)+\cos(\theta_R-\frac{2\pi}{3})\cdot i_b(t)+\cos(\theta_R-\frac{4\pi}{3})\cdot i_c(t)) \quad (1.4.5)$$

Hierbei ist die Kreisfrequenz des Rotors die zeitliche Ableitung der Rotorposition:

$$\omega_R(t)=\frac{d}{dt}\theta_R(t)$$

Folgende Abbildung zeigt die Rotorposition in den Koordinaten des Stators. Maximales Drehmoment wird erreicht, wenn sich der Rotor in Richtung des magnetischen Flusses befindet. In die Momentengleichung (1.4.5) gehen die Initialpositionen der Statorwicklungen in Bezug auf den Rotorwinkel mit ein: $\Theta_A = 0$, $\Theta_B = 2\pi/3$, $\Theta_C = 4\pi/3$. Auf diese Weise wird die Bauform des Stators im Modell berücksichtigt.





Insgesamt haben sich bisher 5 Gleichungen für die insgesamt 8 unbekannten Größen ergeben (3 induzierte Spannungen $u_{ind,a}$, $u_{ind,b}$ und $u_{ind,c}$, 3 Strangströme i_a, i_b und i_c, sowie das Drehmoment der Maschine M_M und die Rotordrehzahl ω_R). Für die induzierten Spannungen wird abhängig von der Rotorposition folgender Lösungsansatz gewählt:

$$u_{ind,a}(t)=k_M \omega_R \cos(\theta_R) \quad (1.4.6)$$

$$u_{ind,b}(t)=k_M \omega_R \cos(\theta_R-\frac{2\pi}{3}) \quad (1.4.7)$$

$$u_{ind,c}(t)=k_M \omega_R \cos(\theta_R-\frac{4\pi}{3}) \quad (1.4.8)$$

Somit ist das Gleichungssystem lösbar. Bemerkung: Als Begründung für die Verwendung der Konstante k_M in den Gleichungen (1.4.6) bis (1.4.8) dient die Beziehung $P_{mech,a} = M_{M,a}\, \omega_R = u_{ind,a}\, i_a$.

Frage 1.4.1: Physikalisches Modell. Implementieren Sie das physikalisches Modell der Maschine.

Lösung: Bei der Implementierung werden folgende Randbedingungen berücksichtigt:

$$u_{ab}(t)+u_{bc}(t)+u_{ca}(t)=0 \quad (1.4.9)$$

Hieraus folgt, dass z.B. u_{ac} aus den beiden übrigen Spannungen u_{ab} und u_{bc} hervorgeht. Somit kann man auf Gleichung (1.4.3) im Austausch gegen (1.4.9) verzichten. Natürlich müssen für die reelle Maschine alle Leiterspannungen bereit gestellt werden.

Weiterhin gilt für die Summe der Strangströme:

$$i_a(t)+i_b(t)+i_c(t)=0 \quad (1.4.10)$$

Somit lässt sich z.B. i_c durch i_a und i_b ausdrücken (i_c = -i_a -i_b).. Von den Gleichungen (1.4.1) bis (1.4.3) verbleiben hiermit:

$$u_{ab}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_a(t)-i_b(t))+R\cdot(i_a(t)-i_b(t))+u_{ind,a}(t)-u_{ind,b}(t) \quad (1.4.1)$$

$$u_{bc}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_b(t)-i_c(t))+R\cdot(i_b(t)-i_c(t))+u_{ind,b}(t)-u_{ind,c}(t) \quad (1.4.2)$$

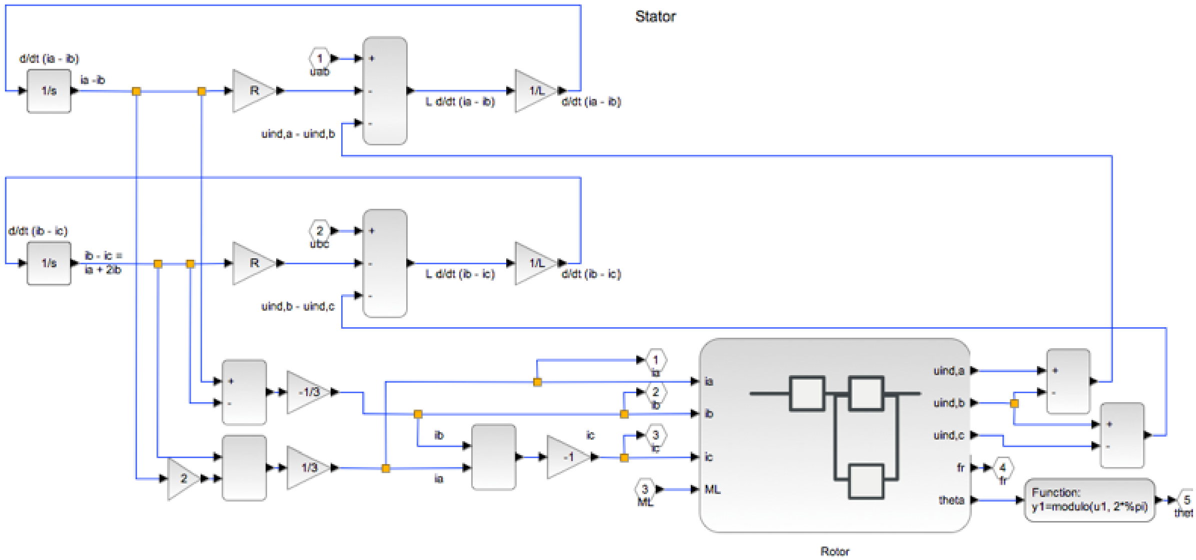
Die Berechnung der Strangströme aus den Differenzströmen i_{ab} und i_{bc} erfolgt hieraus gemäß:

$$i_b(t)=(i_{bc}(t)-i_{ab}(t))/3$$

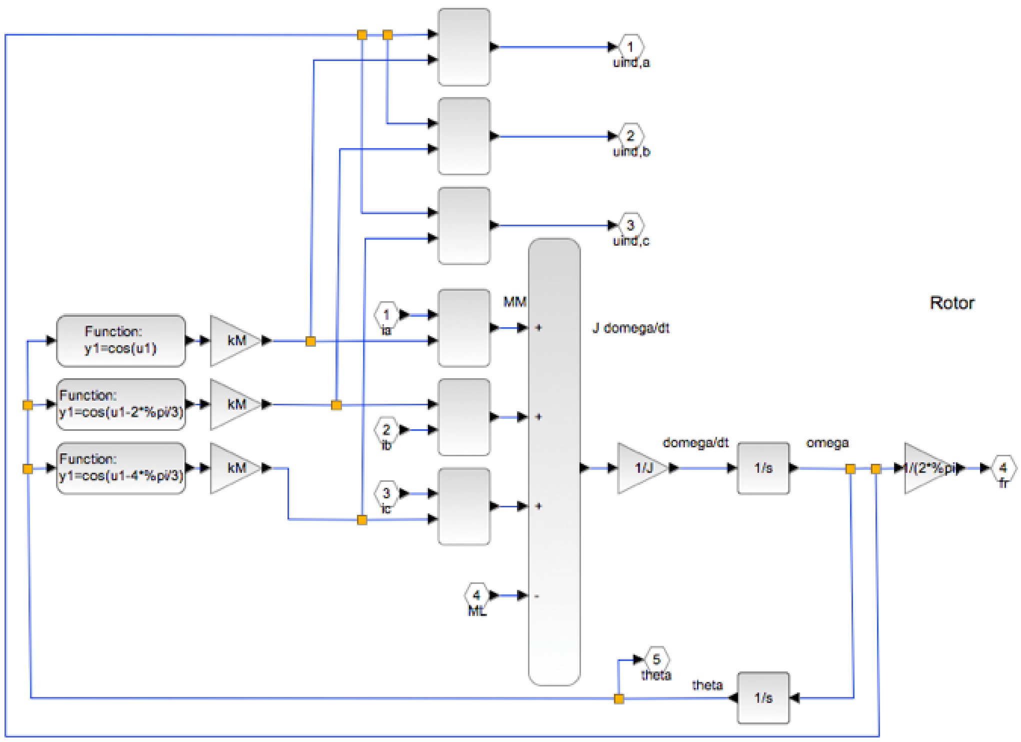
$$i_a(t)=(i_{bc}(t)+2\, i_{ab}(t))/3$$

Für das Modell erhält man z.B. folgende Struktur:

- Gleichungen (1.4.1) und (1.4.2) beschreiben den Stator. Schnittstelle zum Rotor sind die Strangströme, stellvertretend für den magnetischen Fluss. Das Lastmoment greift ebenfalls am Rotor. Vom Rotor erhält man die induzierten Spannungen.

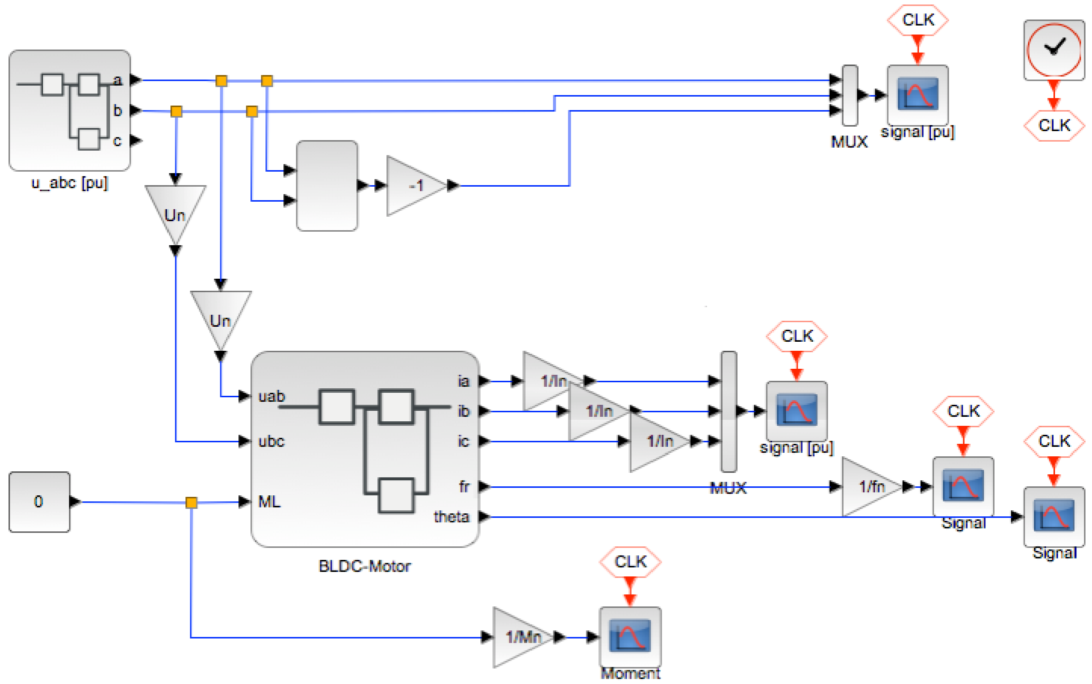


- Gleichungen (1.4.5) bis (1.4.8) beschreiben den Rotor. Die Teilbeiträge zum elektrischen Moment wirken gegen das Lastmoment. Die Differenz ist die Drehimpulsänderung des Rotors, aus dem sich die Drehzahl und die Rotorposition errechnen. Schnittstelle zum Stator sind die induzierten Spannungen.

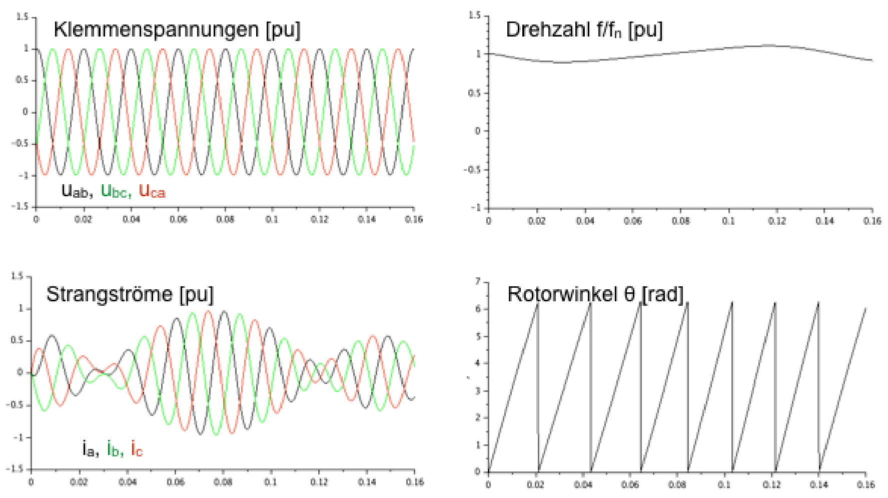


Frage 1.4.2: Simulation. Simulieren Sie die Maschine mit einem geeigneten Lastprofil und einer geeigneten Vorgabe der Klemmenspannungen.

Lösung: Test mit Quellspannung mit fester Frequenz $f = f_n$ ohne Synchronisation mit dem Rotor. Die Maschine läuft somit als Synchronmaschine mit dem Drehfeld mit. Es ist kein Lastmoment vorgegeben (Leerlauf).



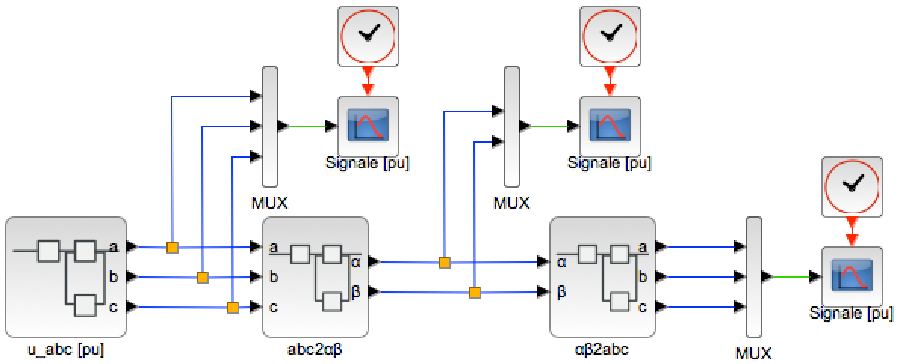
Ein Testlauf zeigt eine Schwebung in den Strangströmen (siehe unten). Diese Schwebung kommt durch eine Pendelbewegung des Rotors zustande, bedingt durch dessen Trägheitsmoment (die Schwungmasse des Rotors).



Mangels Reibung und ohne Lastmoment ist diese Pendelschwingung ungedämpft.

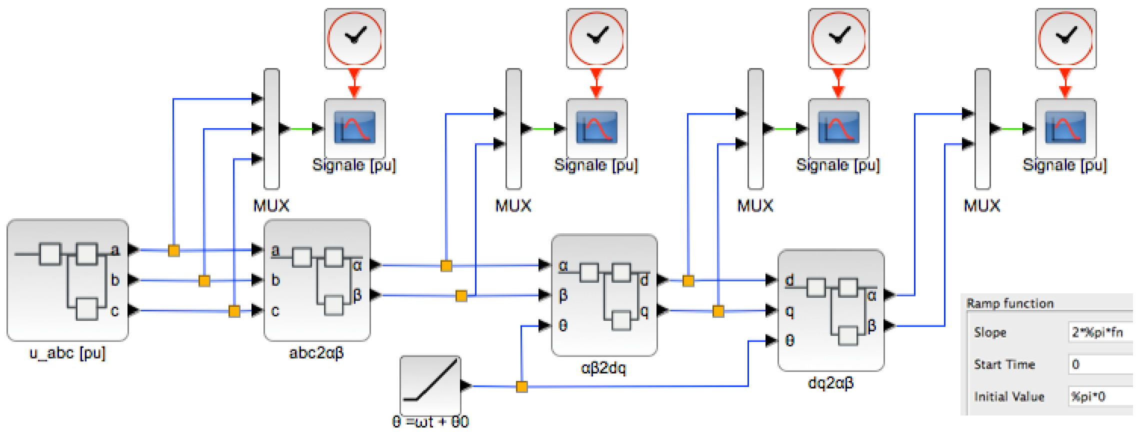
Frage 1.4.3: Clark-Transformation. Raumzeiger mit den Phasen a, b und c lassen sich in einem zweidimensionalen Koordinatensystem beschreiben. Erstellen Sie ein Modell für die Abbildung des Drehfeldes eines dreiphasigen Systems durch zweiphasige Raumzeiger αβ. Hinweis: Einige Erläuterungen hierzu finden sie in Anhang A.

Lösungsbeispiel:



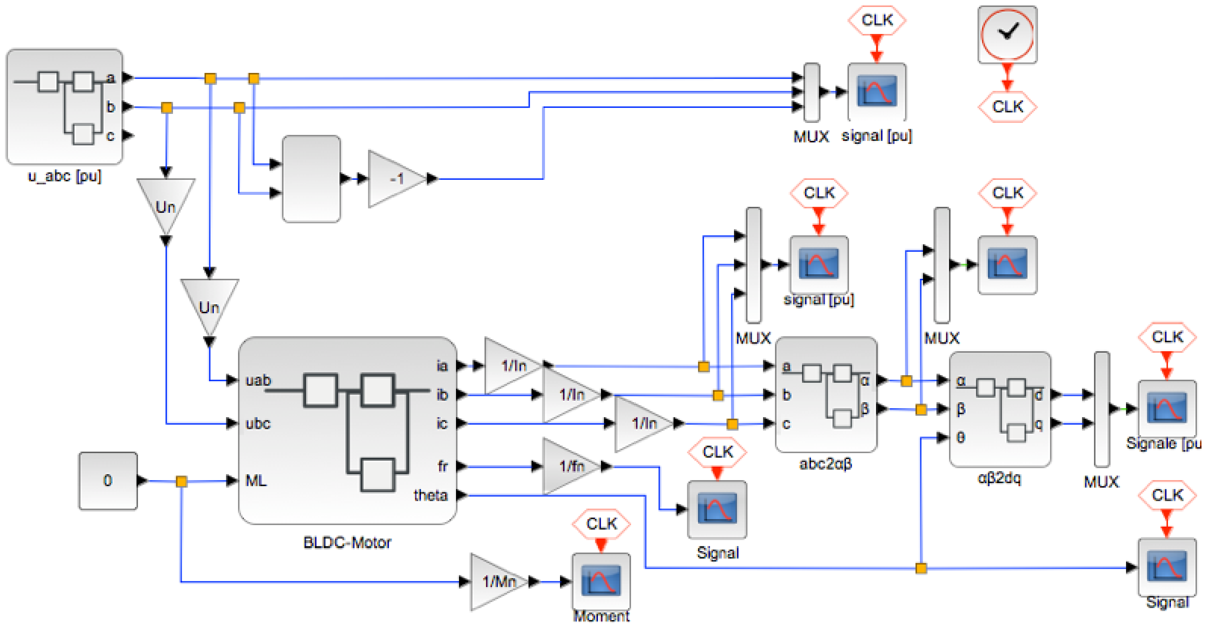
Frage 1.4.4: Park-Transformation. Die Position des Rotors im Koordinatensystem des Stators lässt sich als Raumzeiger mit Hilfe des Winkels θ(t) beschreiben. Bei Gleichlauf bewegt sich der Rotor dann mit $\theta(t) = \omega t + \theta_0$. Erstellen Sie ein Modell für die Transformation des Drehfeldes in statischen αβ-Koordinaten (bzw. abc-Koordinaten) in ein Koordinatensystem, das sich mit dem Rotor mitbewegt (dq-Koordinaten). Hinweis: Einige Erläuterungen finden Sie in Anhang A.

Lösungsbeispiel:

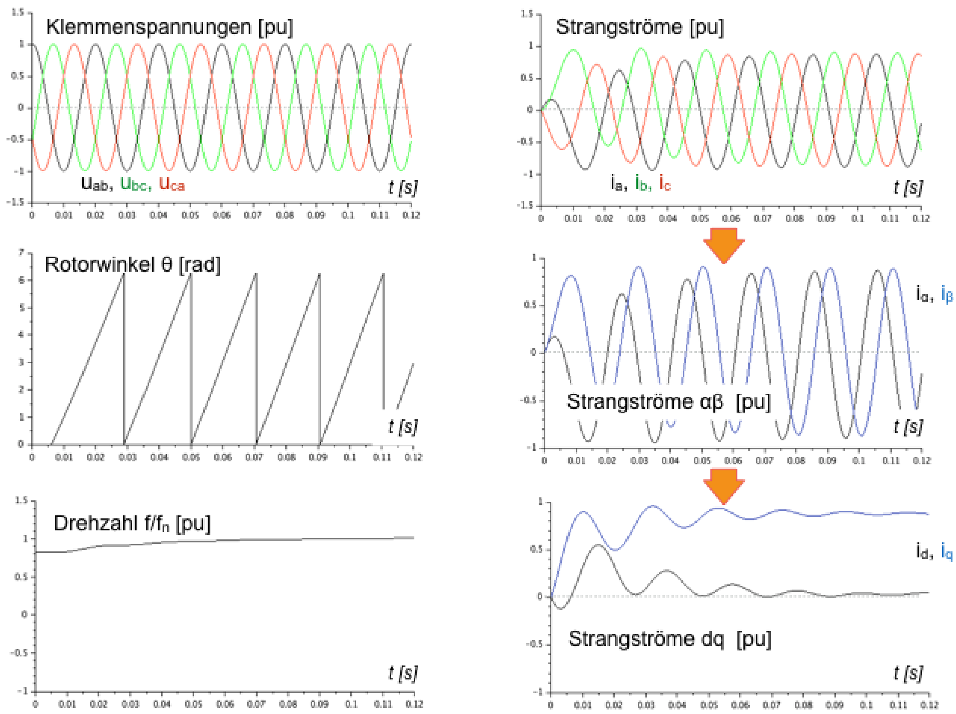


Frage 1.4.5: Modell der Maschine in αβ-Koordinaten. Übertragen Sie die Strangströme der Maschine von abc-Koordinaten in αβ-Koordinaten, sowie in dq-Koordinaten. Simulieren Sie die Strecke. Welche mechanische Leistung wird abgegeben?

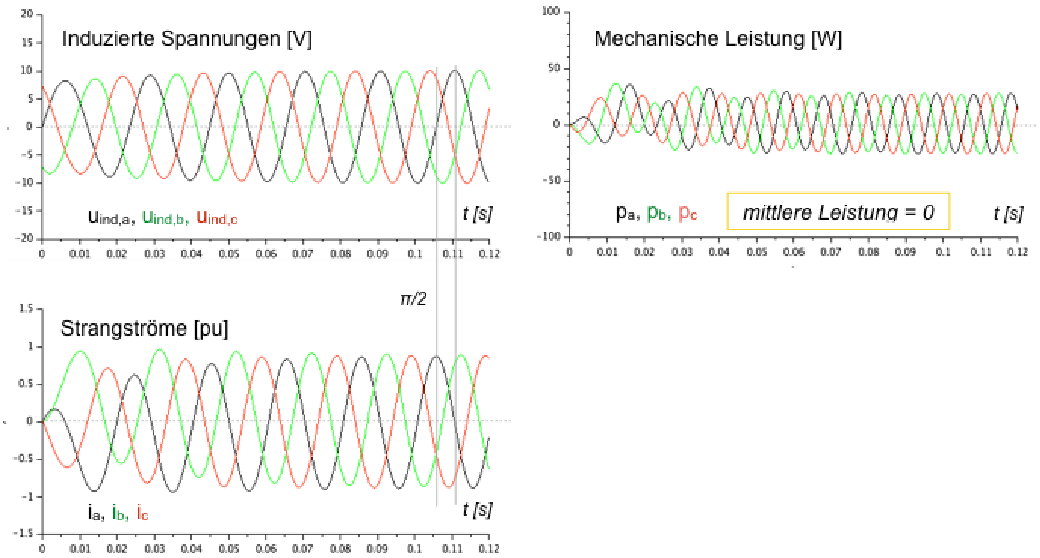
Lösung: Die Strangströme des BLDC-Motors werden transformiert.



Eine Simulation der Strecke zeigt folgende Ergebnisse.

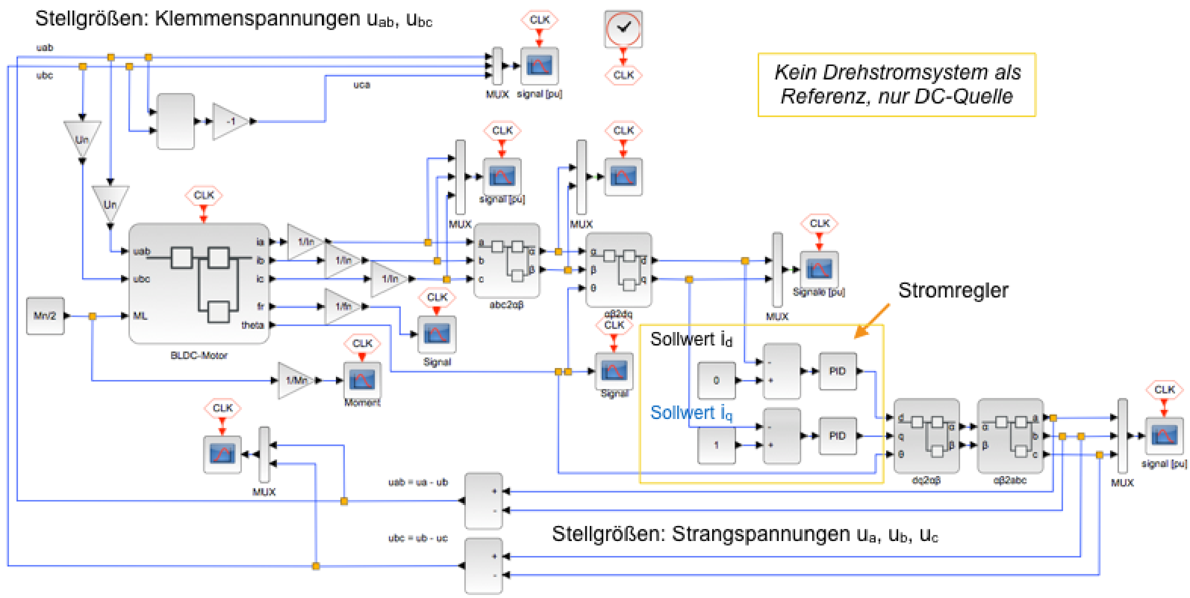


Betrachtung der Leistung: Aus dem Produkt aus den Strangströmen und den induzierten Strangspannungen $p(t) = u_{nind}(t)\ i(t)$. Die mittlere Leistung entspricht der mechanischen Leistung.

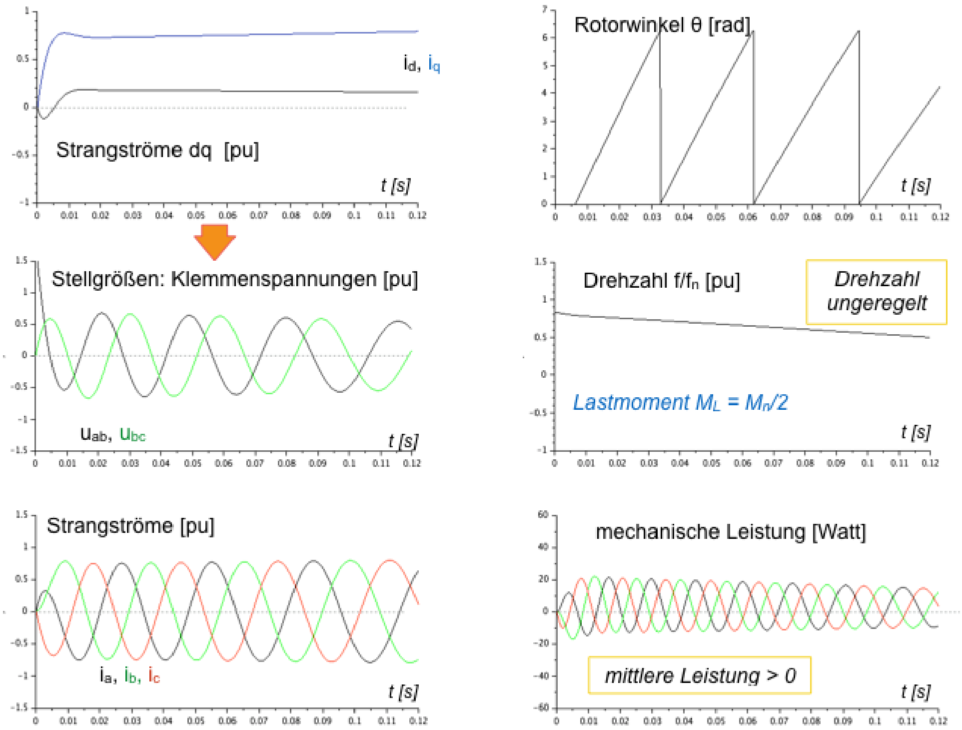


Frage 1.4.6: Stromregelung. Ein gravierender Nachteil der bisherigen Betriebsweise besteht darin, dass das Statordrehfeld ohne Rücksicht auf den Rotor vorgegeben wird. Anlauf und Betrieb unter Last sind auf diese Art kaum möglich. Um den Rotor zu stabilisieren, sollen die Strang-ströme im dq-System auf folgende Werte geregelt werden: $i_d = 0$, $i_q = 1$. Als Stellgrößen sollen die Klemmenspannungen verwendet werden, d.h. auf ein externes Wechselfeld wird verzichtet. Ergänzen Sie den BLDC-Motor um den Stromregler und simulieren Sie die geregelte Strecke.

Lösungsbeispiel:

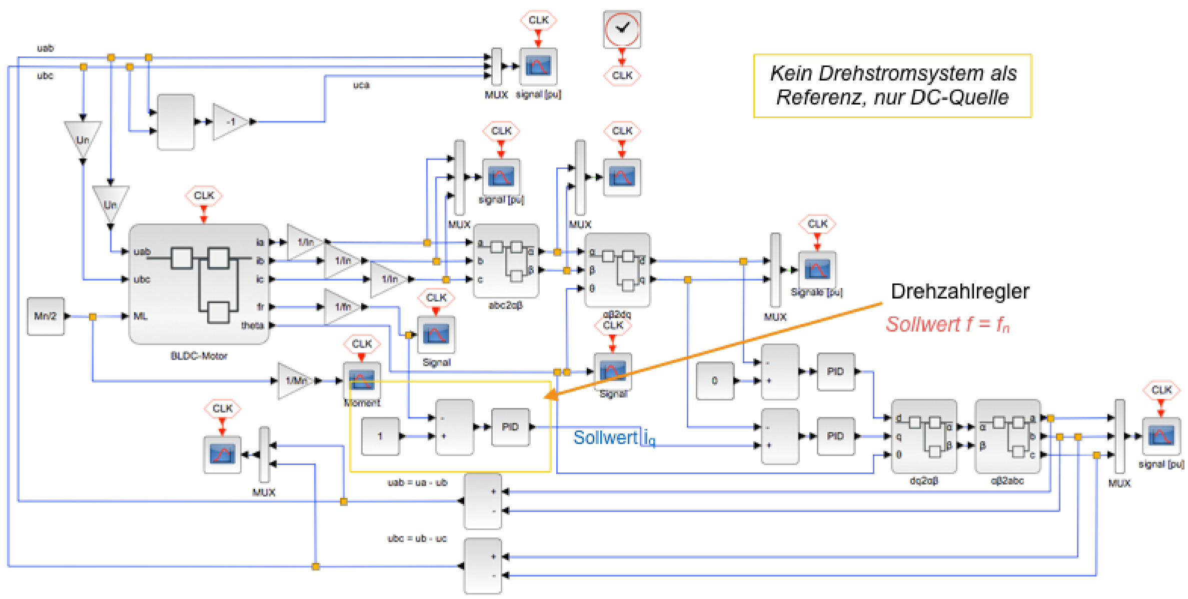


Ein Testlauf ergibt folgende Ergebnisse. Der Motor arbeitet deutlich stabiler und ist belastbar (im Beispiel mit halbem Nennmoment). Allerdings sinkt bei Belastung die Drehzahl, da es hierfür überhaupt keine Vorgaben gibt. Da im Beispiel nur ein P-Regler verwendet wurde, verbleibt außerdem eine Regelabweichung beim Strom.

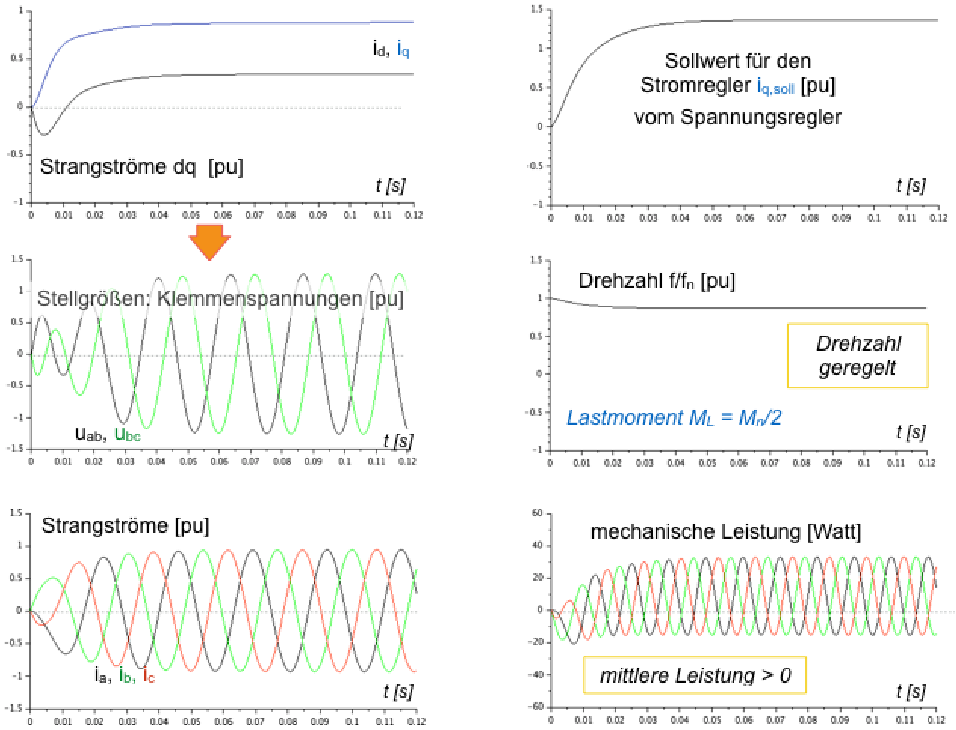


Frage 1.4.7: Drehzahlregelung. Erweitern Sie den BLDC-Motor um eine Regelung der Drehzahl. Hierbei soll der Sollwert des Stromes so geregelt werden, dass sich die gewünschte Drehzahl ergibt. Es handelt sich somit um eine geschachtelte Regelung: im inneren Kreis verbleibt die Stromregelung, der äußere Kreis regelt die Drehzahl. Simulieren Sie die Strecke mit dem Regler.

Lösungsbeispiel:



Der Drehzahlregler erhält den festen Sollwert $f/f_n = 1$. Stellgröße des Drehzahlregler ist die Führungsgröße (der Sollwert) für den Strom i_q. Als feste Vorgabe für den Strom i_d verbleibt $i_d = 0$.



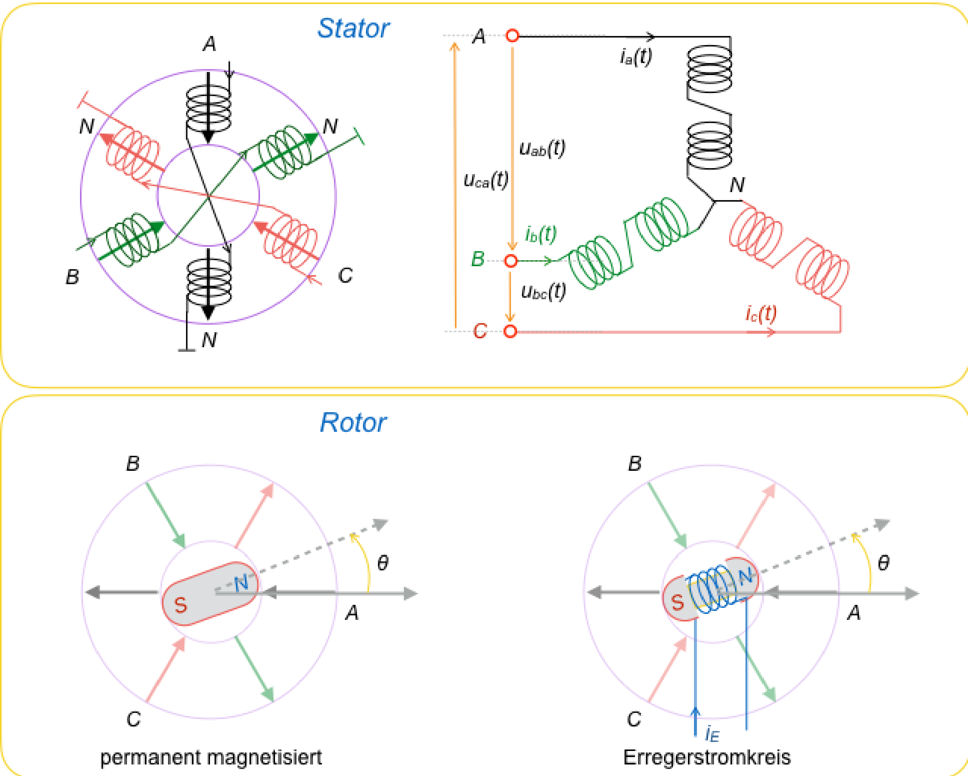
Der Testlauf zeigt das System unter identischen Bedingungen wie in der vorausgegangenen Aufgabe. Der Antrieb reagiert nun deutlich gelassener auf die Last (halbes Nennmoment), die Drehzahl bleibt stabil. Das System stellt sich aus den Vorgaben $f_{soll}/f_n = 1$ und $i_{dsoll} = 0$ völlig eigenständig ein. Statt eines festen Wertes kann die Drehzahl natürlich variabel vorgegeben werden.

Eine externe Quelle für ein Drehfeld ist nicht erforderlich. Für ein reales System genügt eine DC-Quelle, aus der das Drehfeld durch Ansteuerung der H-Brücke erzeugt wird. In der Simulation werden nur die zugehörigen Steuersignale betrachtet, die Leistungselektronik stellt nur einen Funktionsblock dar. Der BDLC-Motor arbeitet somit als Gleichstrommotor. Das Funktionsprinzip entspricht dem einer Synchronmaschine mit permanenter Magnetisierung des Rotors.

Frage 1.4.8: Statorwicklungen in Dreieckschaltung. Die Statorwicklungen sollen statt in Sternschaltung in Dreieckschaltung betrieben werden. Geben Sie das physikalische Ersatzschaltbild hierzu an. Was ändert sich? Ist der Rotor von der Modifikation betroffen? Simulieren Sie die Strecke.

2. Synchronmaschine

Bei der Synchronmaschine wird im Motorbetrieb ein Drehfeld erzeugt, der Rotor folgt dem Drehfeld mit der durch das Drehfeld vorgegebenen Drehzahl. Im Generatorbetrieb wird der Rotor mit konstanter Drehzahl angetrieben und erzeugt im Stator ein Drehfeld. An den Anschlussklemmen erhält man ein Drehstromsystem, das synchron ist zur Rotordrehzahl.



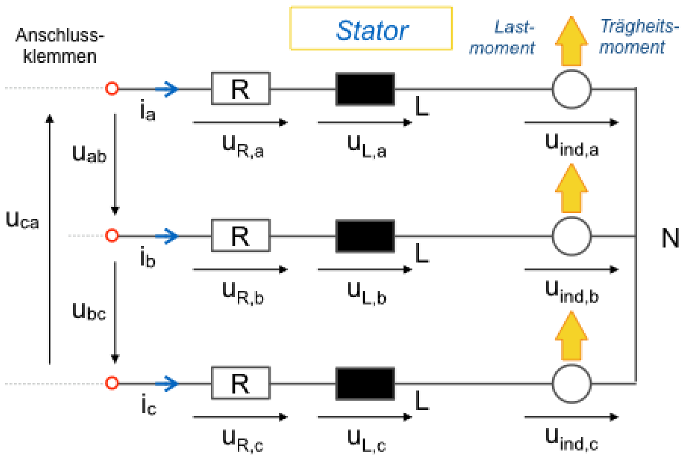
Aufgabe des Stators ist die Erzeugung des Drehfeldes. Im Motorbetrieb koppelt der Stator über den durch die Ströme in den Statorwicklungen erzeugten magnetischen Fluss in den Rotor. Durch die Drehung des Rotors wird umgekehrt im Stator eine Spannung induziert, die dem verursachendem Drehfeld entgegen wirkt. Im Generatorbetrieb ist diese durch Drehung induzierte Spannung die Ursache des Drehfeldes an den Anschlussklemmen.

Bedingt durch die Bauart des Rotors werden folgende Maschinen unterschieden: (1) Maschinen mit permanenter Magnetisierung (d.h. mit Dauermagneten im Rotor), (2) Maschinen mit Erregerstromkreis. Bei letzteren wird die Magnetisierung des Rotors durch den Erregerstrom erzeugt. Ohne Erregerstrom funktioniert diese Maschine nicht. Daher spricht man im Zusammenhang mit Maschinen mit Dauermagneten auch von permanenterregten Maschinen.

Die permanenterregte Synchronmaschine entspricht einer BLDC-Maschine, die mit fester Klemmenspannung und mit fester Frequenz betrieben wird. In dieser Betriebsart erfolgt keine Nachführung des Drehfeldes an die Rotordrehzahl. Im Motorbetrieb muss der Rotor dem äußeren Drehfeld folgen. Im Generatorbetrieb arbeitet der Rotor ebenfalls mit fester Drehzahl.

Funktion des Stators

Der elektrische Ersatzschaltbild des Stators entspricht dem des Stators der BLDC-Maschine. Hier gibt es keinerlei Unterschiede. Der Übersichtlichkeit halber ist die Ersatzschaltung in folgender Abbildung nochmals gezeigt.



Die Maschinengleichungen lassen sich ebenfalls vom Stator der BLDC-Maschine übernehmen.

$$u_{ab}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_a(t)-i_b(t))+R\cdot(i_a(t)-i_b(t))+u_{ind,a}(t)-u_{ind,b}(t) \tag{2.1.1}$$

$$u_{bc}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_b(t)-i_c(t))+R\cdot(i_b(t)-i_c(t))+u_{ind,b}(t)-u_{ind,c}(t) \tag{2.2.2}$$

$$u_{ca}(t)=L\cdot\frac{d}{dt}(i_c(t)-i_a(t))+R\cdot(i_c(t)-i_a(t))+u_{ind,c}(t)-u_{ind,a}(t) \tag{2.1.3}$$

Hierbei sind die Klemmenspannungen u_{ab}, u_{bc} und u_{ca} Leiterspannungen (engl. phase voltages), d.h. hier handelt es sich um die Spannungen zwischen den Leitern des Drehstromsystems. Bei den Strömen in den einzelnen Statorwicklungen handelt es sich in der gegebenen Schaltung (Sternschaltung) um Strangströme (engl. String currents). Diese Unterscheidung ist wegen der Phasenbezüge im Drehstromsystem wichtig, wenn Größen miteinander verrechnet werden sollen.

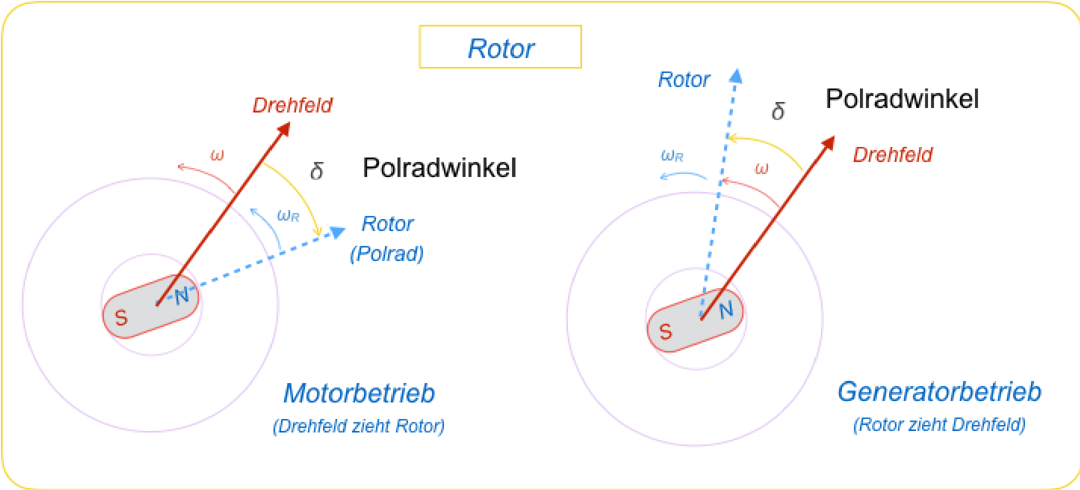
In jedem der drei Stränge erzeugt im Motorbetrieb die äußere Klemmenspannung einen elektrischen Strom. Der Strom führt zur Bildung eines magnetischen Flusses, der den Rotor beeinflusst. Wegen der Magnetisierung des Rotors wird dieser dem magnetischen Fluss in geeigneter Weise ausweichen, um eine bzgl. der Energie eine möglichst bequeme Lage zu erreichen. In einem Wechselfeld bzw. Drehfeld ist die Reaktion des Rotors dauerhaft.

Die Drehung des magnetisierten Rotors ist mit eine Änderung des durch den Rotor bedingten magnetischen Flusses in den Statorwicklungen verbunden: es wird dort eine elektrische Spannung induziert. Diese wirkt im Motorbetrieb der äußeren Spannung (Strangspannung) entgegen. Im Ersatzschaltbild ist dieser Einfluss des Rotor mit Hilfe der induzierten Spannung uind berücksichtigt. Im Drehstromsystem ist jeweils die korrekte Phasenlage der Stranggrößen und Leitergrößen zu berücksichtigen.

Funktion des Rotors

Der Rotor folgt im synchronen Motorbetrieb dem äußeren Drehfeld, d.h. Rotordrehzahl ω_R und Drehzahl des Drehfeldes ω sind synchron (ggf. nach einer Einschwingphase). Im Generatorbetrieb folgt das äußere Drehfeld der Drehung des Rotors, Auch hier sind Drehzahl und Drehfeld synchron. Folgende Abbildung zeigt das Funktionsprinzip beider Betriebsarten.

Im Leerlauf kann der Rotor dem äußeren Drehfeld ohne Verzug (Phasenunterschied) folgen. Im Generatorbetrieb ohne elektrische Last folgt das Drehfeld dem Rotor ebenfalls ohne Phasenunterschied. Der Phasenwinkel (= Winkel) zwischen Drehfeld und Rotor wird als Polradwinkel bezeichnet. Das Polrad ist hierbei der Rotor.



Unter Last läuft ein Synchronmotor ebenfalls synchron mit dem äußeren Drehfeld, allerdings lässt sich der Motor hierbei vom äußeren Drehfeld ziehen. Der Polradwinkel nimmt mit wachsender Last zu. Es ist plausibel, dass die Zunahme des Polradwinkels Grenzen hat: im Winkel von 90 Grad zwischen Drehfeld und Polrad kann keine Spannung mehr induziert werden, die Kopplung zwischen Stator und Rotor bricht.

Im Generatorbetrieb mit elektrischer Last zieht der Rotor das Drehfeld nach sich. Der Polradwinkel hat nun umgekehrtes Vorzeichen als im Motorbetrieb. Auch hier wächst der Polradwinkel mit der elektrischen Last. Die Kopplung zum Stator durch die magnetische Induktion bricht auch hier bei einem Polradwinkel von 90 Grad.

Für einen Rotor mit Permanentmagneten gelten folgende Maschinengleichungen, die wiederum identisch sind mit der BLDC-Maschine.

$$M_M(t) = J\frac{d\omega_R(t)}{dt} + M_L(t) \tag{2.1.4}$$

Gleichung (2.1.4) beschreibt die Summe der Momente: Das Moment der Maschine M_M entspricht dem Lastmoment M_L plus der Änderung des Drehimpulses des Rotors. Hierbei bezeichnet ω_R die Kreisfrequenz des Rotors. Reibungsverluste wurden hierbei nicht berücksichtigt.

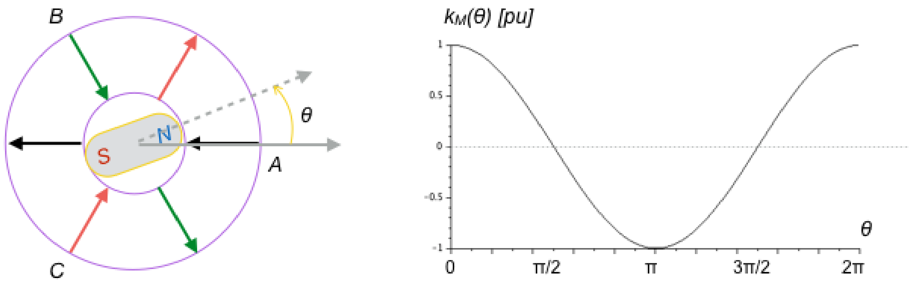
Bedingt durch den geometrischen Aufbau der Maschine addieren sich die durch die drei Strangströme verursachten Drehmomente nicht zu Null, da das Drehmoment abhängig ist von der Rotorposition. Für das Drehmoment in Abhängigkeit der Rotorposition θ_R erhält man folgende Beziehung:

$$M_M(t) = k_M\left(\cos(\theta_R)\cdot i_a(t) + \cos\left(\theta_R - \frac{2\pi}{3}\right)\cdot i_b(t) + \cos\left(\theta_R - \frac{4\pi}{3}\right)\cdot i_c(t)\right) \tag{2.1.5}$$

Hierbei ist die Kreisfrequenz des Rotors die zeitliche Ableitung der Rotorposition:

$$\omega_R(t) = \frac{d}{dt}\theta_R(t)$$

Folgende Abbildung zeigt die Rotorposition in den Koordinaten des Stators. Maximales Drehmoment wird erreicht, wenn sich der Rotor in Richtung des magnetischen Flusses befindet. In die Momentengleichung (2.1.5) gehen die Initialpositionen der Statorwicklungen in Bezug auf den Rotorwinkel mit ein: $\Theta_A = 0$, $\Theta_B = 2\pi/3$, $\Theta_C = 4\pi/3$. Auf diese Weise wird die Bauform des Stators im Modell berücksichtigt.



Für die induzierten Spannungen gilt abhängig von der Rotorposition:

$$u_{ind,a}(t)=k_M \omega_R \cos(\theta_R) \tag{2.1.6}$$

$$u_{ind,b}(t)=k_M \omega_R \cos(\theta_R-\frac{2\pi}{3}) \tag{2.1.7}$$

$$u_{ind,c}(t)=k_M \omega_R \cos(\theta_R-\frac{4\pi}{3}) \tag{2.1.8}$$

Dimensionierung der dreiphasigen Maschine

Im Drehstromsystem ist jeweils die korrekte Phasenlage der Stranggrößen und Leitergrößen zu berücksichtigen. Bei der Berechnung im Zeitbereich werden üblicherweise Spitzenwerte verwendet, im Sinne von u(t) = û cos(ωt). Bei der Berechnung der Leistung muss hierbei berücksichtigt werden, dass im Falle harmonischer Signale die mittlere Leistung im günstigsten Fall nur der Hälfte des Produktes der Spitzenwerte von Strom und Spannung entspricht.

In Wechselstrom-Systemen ist daher die Verwendung von Effektivwerten üblich. Ebenfalls berücksichtigt werden muss die Phasenlage von Strom und Spannung. Während solche Überlegungen bei der Berechnung im Zeitbereich offensichtlich sind, müssen sie bei der Parametrisierung der Systeme genau berücksichtigt werden. Sie führen sonst zu fehlerhaften Systemen. Auslegungsfehler sind in der Simulation äußerst unangenehm im Sinne von zeitaufwendig.

Als Beispiel werden folgende Vorgaben gewählt:

- Nenndrehzahl f_n = 50 Hz
- Klemmenspannung U_{ab} = 400 V
- mechanische Leistung: P_n = 1 kW
- Wirkungsgrad: η = 98%
- außerdem: Trägheitsmoment des Rotors J, Induktivität L der Statorwicklung.

Mit Bezug auf das Ersatzschaltbild des Stators ist die Klemmenspannung als Leiterspannung mit ihrem Effektivwert vorgegeben. Der Nennstrom ist ein Strangstrom und ebenfalls als Effektivwert vorgegeben. Die für die Simulation benötigten Scheitelwerte sind um den Faktor √2 größer als die Effektivwerte.

Die induzierten Spannungen im Ersatzschaltbild sind Strangspannungen. Diese lassen sich nicht unmittelbar mit den Leiterspannungen vergleichen: im Drehstromsystem sind die Leiterspannungen um den Faktor √3 größer. Dieser Faktor ergibt sich einfach aus den Phasenbeziehungen im Zeigerdiagramm.

Die elektrische Leistung in einem Drehstromsystem verteilt sich zu gleichen Teilen auf die Strangleistungen, d.h. P_{strang} = P/3. Gemessen in Leiterströmen und Leiterspannungen ist die Leistung eines Drehstromsystems P = √3 U_{Leiter} I_{Leiter}, wobei die Strom und Spannung als Effektivwerte gegeben sind. In einer Sternschaltung sind Strangströme und Leiterströme identisch, die Leiterspannung jedoch um √3 größer als die Strangspannung. In einer Dreieckschaltung sind Strangspannungen und Leiterspannungen identisch, der Leiterstrom jedoch um √3 größer als der Strangstrom. Diese Beziehung gilt also für beide Fälle.

Mit den gegebenen Größen ergibt sich für das gewählte Modell folgende Berechnung:

- Nennmoment $M_n = P_n/\omega_n$
- elektrische Leistung: $P_{el} = P_n/\eta$
- Strangstrom $I_a = P_{el}/(\sqrt{3}\ U_{ab})$ (Effektivwert)
- Strangstrom $I_n = \sqrt{2}\ I_a$ (Scheitelwert statt Effektivwert)
- Leiterspannung $U_n = \sqrt{2}\ U_{ab}$ (Scheitelwert statt Effektivwert)
- Innenwiderstand $R = P_{Verlust}/I_a^2 = P_n(1-\eta)/(\eta\ I_a^2)$
- $k_M = M_n/(3\ I_a)$ (wie Strangleistung)

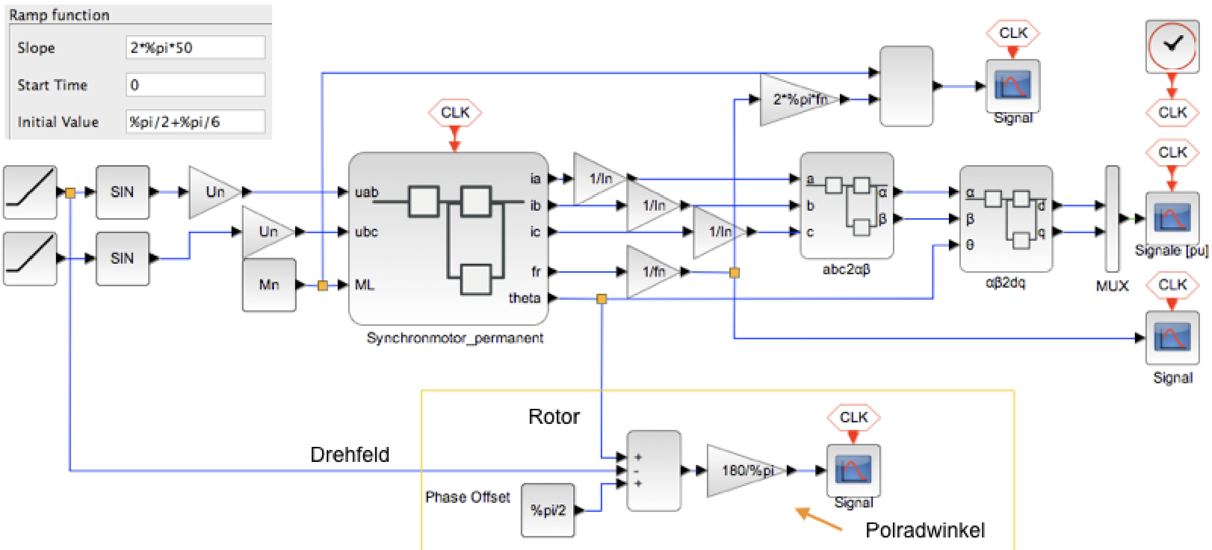
2.1. Permanente Magnetisierung

Es soll das Modell einer Synchronmaschine mit Permanentmagneten im Rotor erstellt werden. Diese Maschine ist identisch mit der BLDC-Maschine im Abschnitt 1 dieses Dokumentes. Die Parameter der Maschine sollen jedoch an das Niederspannungsnetz angepasst werden.

Frage 2.1.1: Erstellen Sie ein Modell der Maschine für folgende Parameter:

- Nenndrehzahl $f_n = 50$ Hz
- Klemmenspannung $U_{ab} = 400$ V
- mechanische Leistung: $P_n = 1$ kW
- Wirkungsgrad: $\eta = 96\%$
- Trägheitsmoment des Rotors $J = 6\ 10^{-4}$ kg m², Induktivität L = 10 mH.

Lösungsbeispiel:



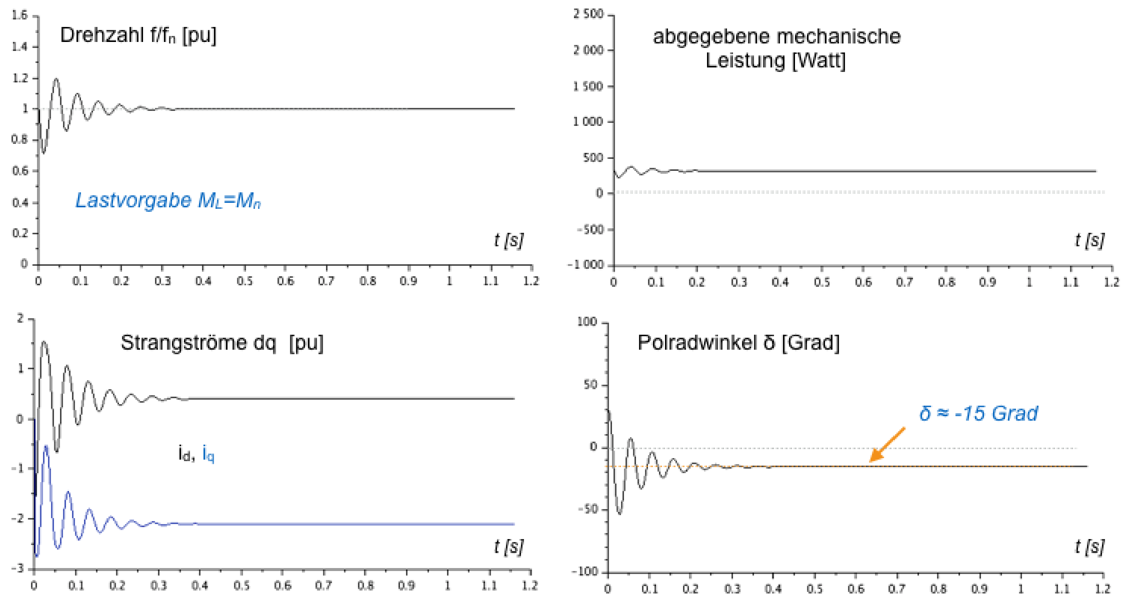
Die Berechnung der Maschinenparameter folgt der Berechnung am Ende des vorausgegangenen Abschnitts. Bei den Modellen findet sich auch eine Tabellenkalkulation mit der Berechnung.

Hinweise: (1) Das Modell interpretiert die Klemmenspannung als Leiterspannungen. Da die Statorwicklungen in Sternschaltung ausgeführt wird, eilen die Leiterspannungen U_{ab} den Strangspannungen U_a um 30 Grad = π/6 vor. Diese Phasenverschiebung wurde in den Phasen der Eingangsspannungen (Rampen) berücksichtigt. Da von einem kosinusförmigen Verlauf der Rotorabwicklung ausgegangen wurde, wurde eine weitere Phasenverschiebung von π/2 vorgesehen (sin(φ+π/2) = cos(φ)).

(2) Der Polradwinkel ergibt sich aus der Phasenverschiebung zwischen dem Rotorwinkel und dem äußeren Feld. Der Rotor bewegt sich hierbei synchron zu den magnetischen Feldlinien (bzw. synchron zum magnetischen Fluß). Gegenüber der Klemmenspannung ergibt sich hierdurch eine Phasenverschiebung (phase offset) von π/2.

Frage 2.1.2: Simulieren Sie das Maschinenmodell mit einer geeigneten Lastvorgabe (Lastmoment M_L). Ergänzen Sie das Modell um die Ausgabe des Polradwinkels.

Lösung: Als Lastvorgabe wurde das Nennmoment gewählt. Ein Testlauf zeigt folgen de Ergebnisse:



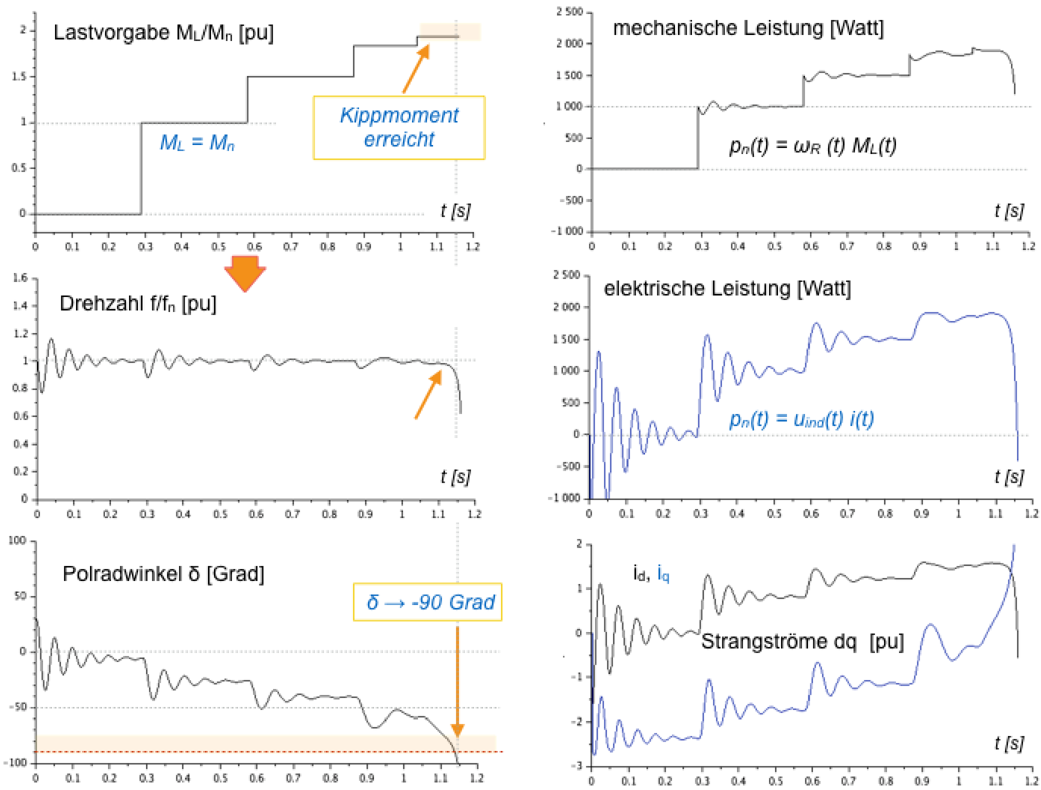
Startbedingung für den Rotor war $f_0 = f_n$. Als Startbedingung für den Statorstrom war $\mathbf{I}_a = 0$ vorgegeben. Das Lastmoment wird zum Zeitpunkt t=0 somit aus dem Leerlauf zugeschaltet. Hierdurch zeigt sich zum Start ein Einschwingverhalten, bedingt durch die Schwungmasse des Rotors.

Die Maschine schwingt sich nach einigen Umdrehungen auf die synchrone Drehzahl ein. Die abgegebene mechanische Leistung ($P = \omega M_L$) sowie der Polradwinkel schwingen sich ebenfalls ein. Das Polrad folgt dem Drehfeld (Polradwinkel δ < 0 in der gegebenen Anordnung).

Ebenfalls ausgegeben wurden die Strangströme in dq-Koordinaten. Die Strangströme folgen dem Lastmoment, plus der Pendelbewegung des Rotors bedingt durch seine Schwungmasse.

Frage 2.1.3: Kippmoment. Bringen Sie den Motor durch die Lastvorgabe an seine Leistungsgrenze. Beobachten Sie hierbei Drehzahl, Polradwinkel, die mechanische Leistung, die elektrische Leistung, sowie die Strangströme der Statorwicklungen.

Lösung: Ein Testlauf ergibt folgende Ergebnisse:



Die Maschine wurde über eine Zeitraum beobachtet, die das Einschwingen auf Lastwechsel zulässt. Die Last wurde hierbei stufenweise erhöht. An der Drehzahl ist die Last überhaupt nicht zu erkennen: Die Drehzahl bleibt bis zum Kippen der Maschine konstant (bis auf Einschwingvorgänge).

Einen zuverlässigen Indikator für den Zustand der Maschine liefert der Polradwinkel. Dieser steigt mit wachsendem Lastmoment. Im Grenzbereich (90-Grad) kann auch ein Einschwingvorgang den Motor zum Kippen bringen: Ein Rückkehr nach Überschreiten der 90-Grad-Marke ist nicht vorgesehen.

Die abgegebene mechanische Leistung erhöht sich erwartungsgemäß linear mit dem Lastmoment, da die Drehzahl der Machine ja annähernd konstant bleibt. Bei der elektrischen Leistung ist zu erkennen, dass der Rotor bei der Pendelbewegung sowohl Energie aufnimmt als auch wieder abgibt. Die elektrische Leistung deckt die Pendelbewegung des Rotors und die mechanische Leistung ab. Die Ströme schliesslich folgen dem Lastmoment, zuzüglich der Einschwingvorgänge.

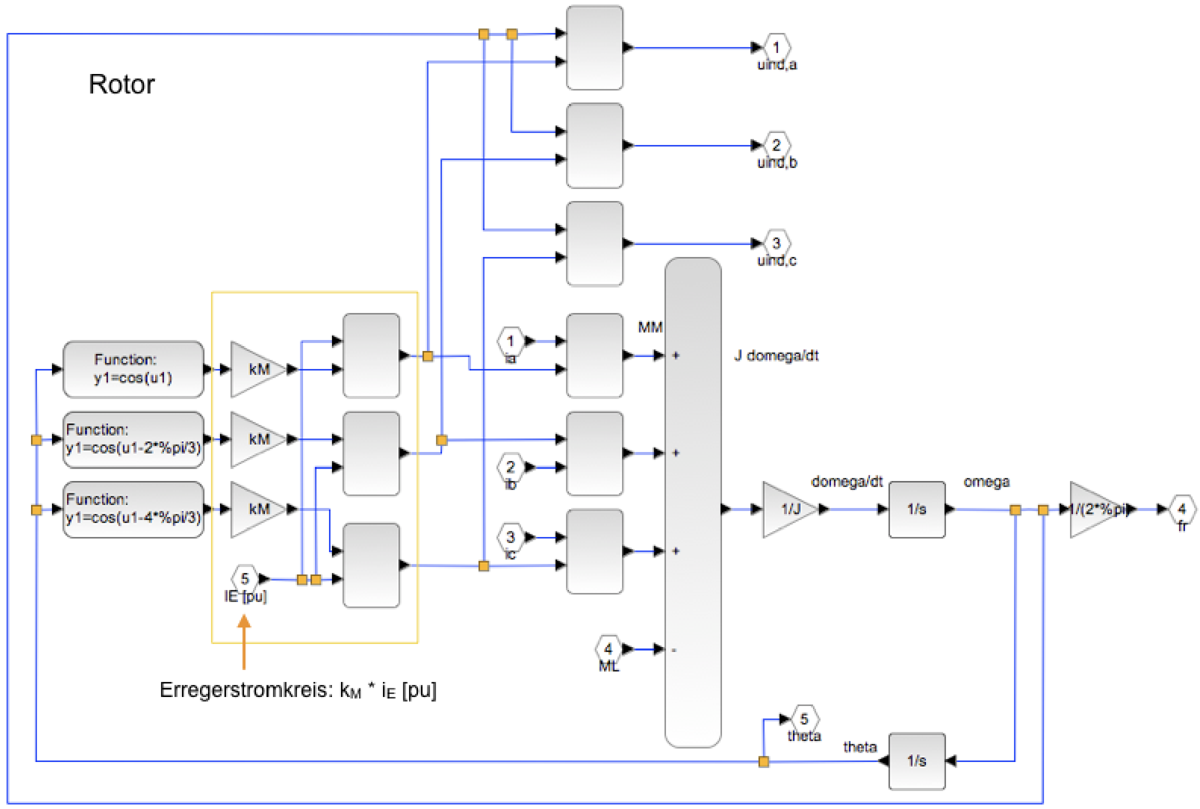
Frage 2.1.4: Erhöhen Sie den Wirkungsgrad der Maschine auf η = 98%. Welche Änderungen ergeben sich im Verhalten, z.B. für das Kippmoment? Begründen Sie Ihre Aussage.

Lösung: Das Kippmoment steigt. Die Maschine mit höherem Wirkungsgrad hat mehr Reserve. Diese Aussage lässt sich auch mit Hilfe des Zeigerdiagramms der Maschine und der hieraus resultierenden Momentengleichung begründen.

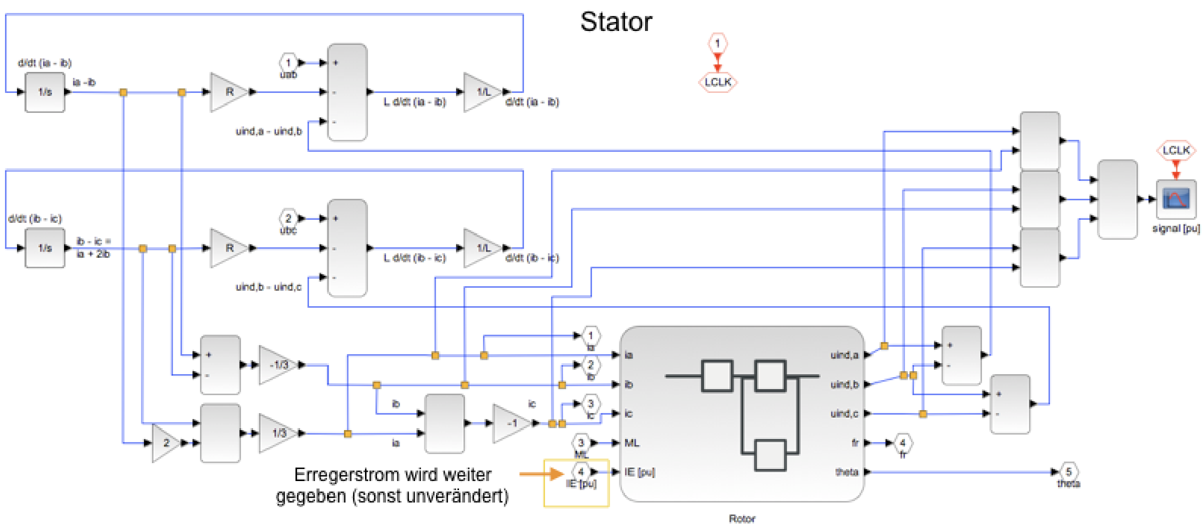
2.2. Erregerstromkreis

Wie in der Abbildung eingangs zu Abschnitt 2 dargestellt, besteht der Unterschied einer Maschine mit Erregerstromkreis zu einer permanent erregten Maschine im Einsatz eines Elektromagneten anstelle eines Dauermagneten. Der Erregerstrom ist hierbei ein Gleichstrom, der für die Magnetisierung des Rotors sorgt.

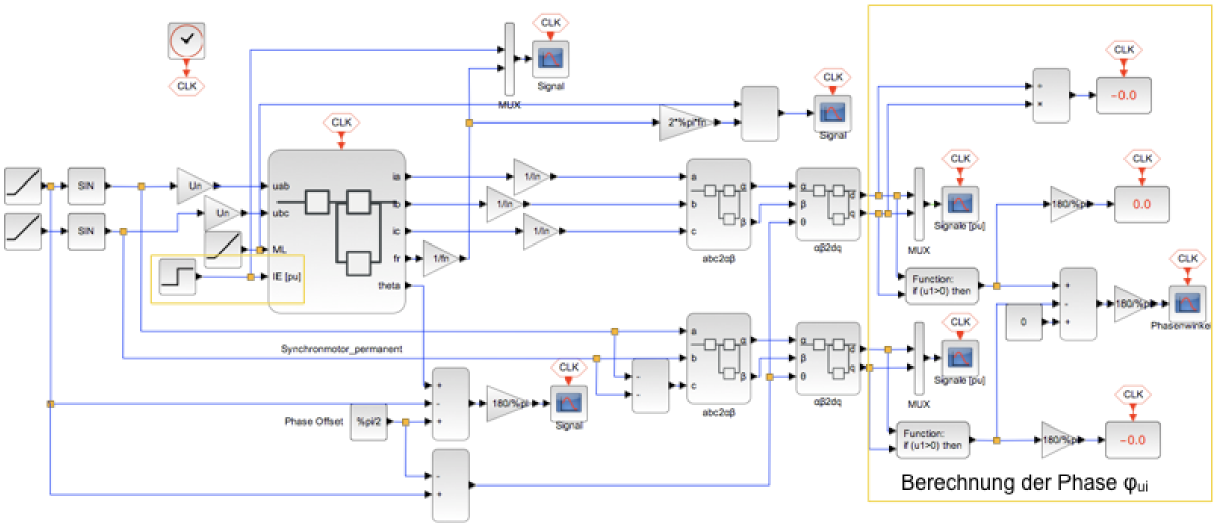
Im Modell lässt sich der Erregerstromkreis daher einfach dadurch berücksichtigen, dass der Erregerstrom den magnetischen Fluss und somit die Maschinenkonstante k_M verändert. Hierbei wird der Erregerstrom I_E so normiert, dass bei I_E = 1 im normierten System (pu-System) die Maschinen-konstante unverändert bleibt. Folgende Abbildung zeigt das Modell des Rotors mit Erregerstrom.



Da der Erregerstrom ein Gleichstrom ist, wird der normierte Wert I_E einfach in allen Phasen mit der Maschinenkonstante k_M multipliziert. Im Stator gibt es keine Veränderungen: Der Erregerstrom für den Motor wird einfach an die äußeren Anschlussklemmen der Maschine weiter gegeben.



An den äußeren Klemmen der Maschine erhält man folgende Beschaltung für den Motorbetrieb.



Im Motorbetrieb werden das Lastmoment vorgegeben, sowie das äußere Drehfeld mit Hilfe der Klemmenspannungen. Für die Maschine mit Erregerstromkreis wird außerdem dieser vorgegeben. Mit Wahl des Erregerstroms $I_E = 1$ = konstant erhält man die gleichen Verhältnisse wie bei der permanent erregten Maschine. Dieses Modell ist somit universell einsetzbar.

Die in der Abbildung oben auf der rechten Seite gezeigte Beschaltung dient der Berechnung des Phasenwinkels zwischen Klemmenspannung und Strom. Hierzu werden die Drehstromsysteme für die Klemmenspannungen und die Strangströme mit Hilfe des Rotorwinkels θ in das Zeigersystem (dq) transformiert. Hierbei entspricht d dem Realteil und q dem Imaginärteil der Zeiger für Strom und Spannung. Betrag und Phasenwinkel lassen sich hieraus berechnen.

Bei der Berechnung der Phase mit Hilfe der Arkus-Tangens-Funktion muss deren eingeschränkter Wertebereich beachtet werden. Durch Abfrage des Vorzeichens von Realteil und Imaginärteil lässt sich der korrekten Quadrant für die Lage des Zeigers identifizieren. Der Winkel zwischen Spannung und Strom ergibt sich durch Subtraktion der zugehörigen Phasenwinkel, d.h. $\phi_{ui} = \phi_i - \phi_u$.

Frage 2.2.1: Betriebsverhalten. Untersuchen Sie den Einfluss des Erregerstroms auf das Betriebsverhalten der Maschine.

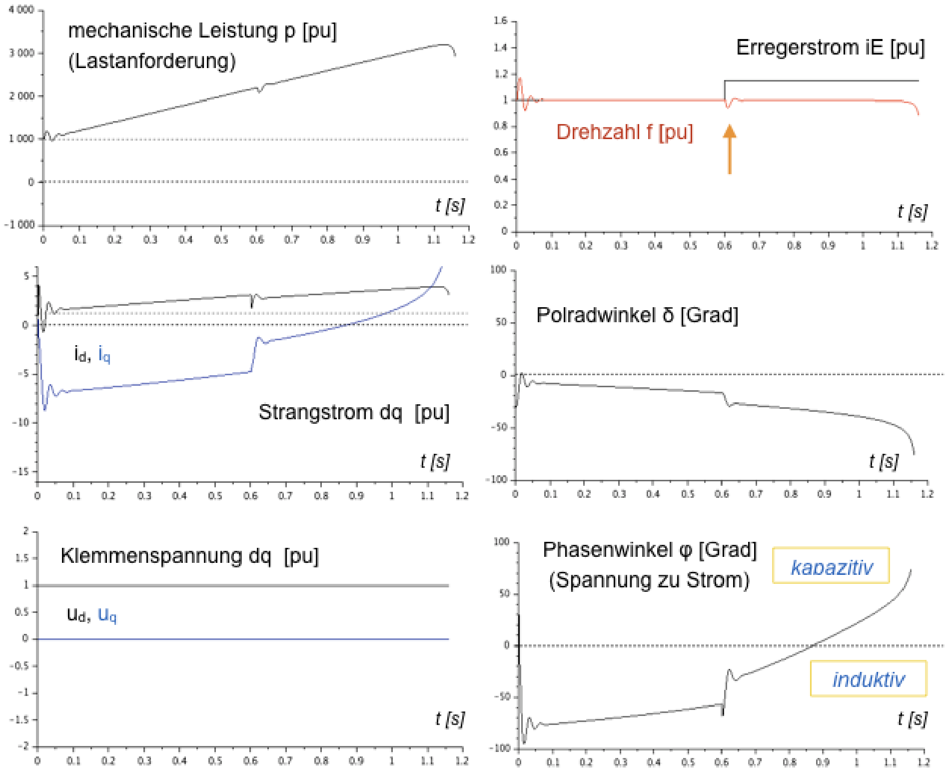
Lösungsbeispiel: siehe folgender Simulationslauf.

Im Beispiel wurde das Lastmoment vom Nennmoment aus kontinuierlich vergrößert. Zum Zeitpunkt T/2 wird der Erregerstrom vom Nennwert $I_E = 1$ um 15% erhöht. Es zeigt sich, dass sich hierbei der Imaginärteil des Stroms verringert. Der Polradwinkel vergrößert sich. Der Realteil das Stroms wächst mit dem Lastmoment. Die Drehzahl verändert sich erwartungsgemäß nicht.

Mit wachsendem Lastmoment wird der Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom nun kleiner, d.h. der Motor agiert weniger induktiv. Der Polradwinkel vergrößert sich mit wachsendem Lastmoment nun stärker bis zum Kippmoment.

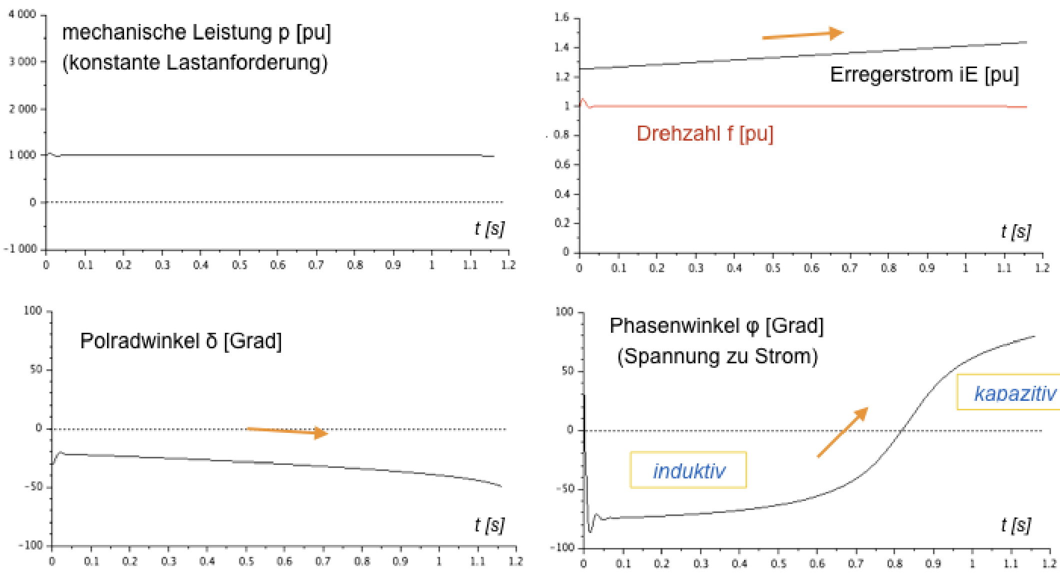
Erläuterung des Betriebsverhaltens: Mit Vergrößerung des Erregerstroms über den Nennwert hinaus wächst die Magnetisierung des Rotors, bzw. die Motorkonstante. Zur Kompensation des Lastmoments sind somit geringere Strangströme erforderlich. Hierdurch vergrößert sich der Polradwinkel.

Der Erregerstrom hat außerdem einen Einfluß auf den Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung: Durch den sinkenden negativen Imaginärteil des Stroms verändert sich der Phasenwinkel vom induktiven Verhalten (im untererregten Betrieb) bis zum kapazitiven Verhalten (im übererregten Betrieb). Dieser Zusammenhang ist jedoch einfacher am einphasigen Ersatzschaltbild der Maschine zu erläutern (siehe Ende von Kapitel 2).



Frage 2.2.2: Arbeitspunkt der Maschine. Untersuchen Sie den Einfluss des Erregerstroms auf den Phasenwinkel zwischen Klemmenspannung und Strangströmen, sowie auf den Polradwinkel.

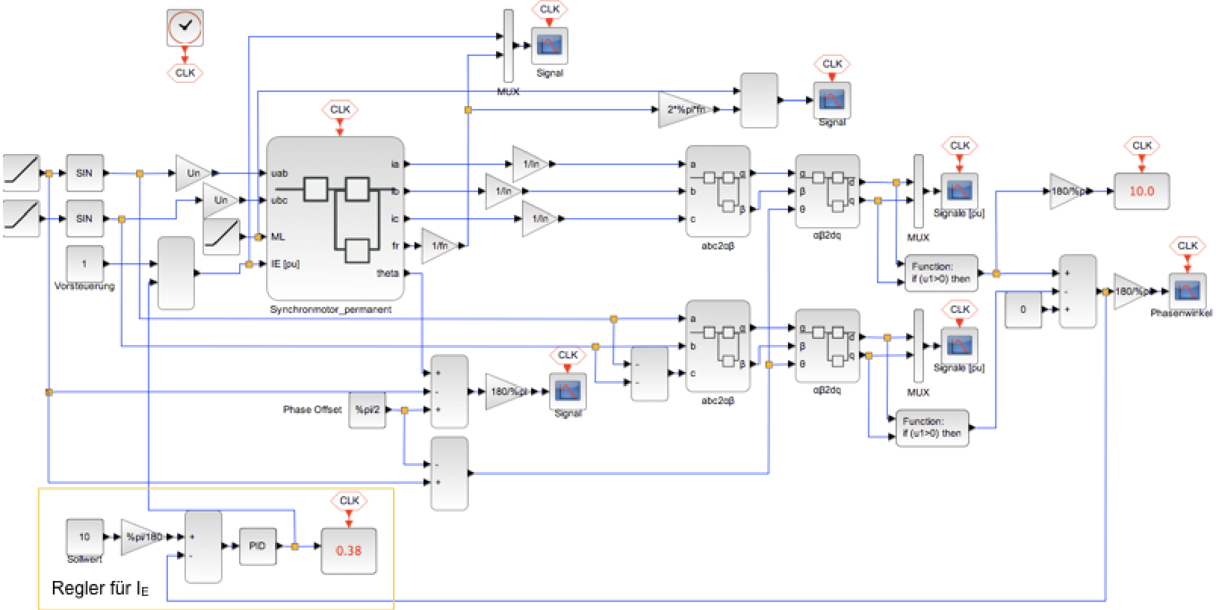
Lösungsbeispiel: siehe folgender Simulationslauf



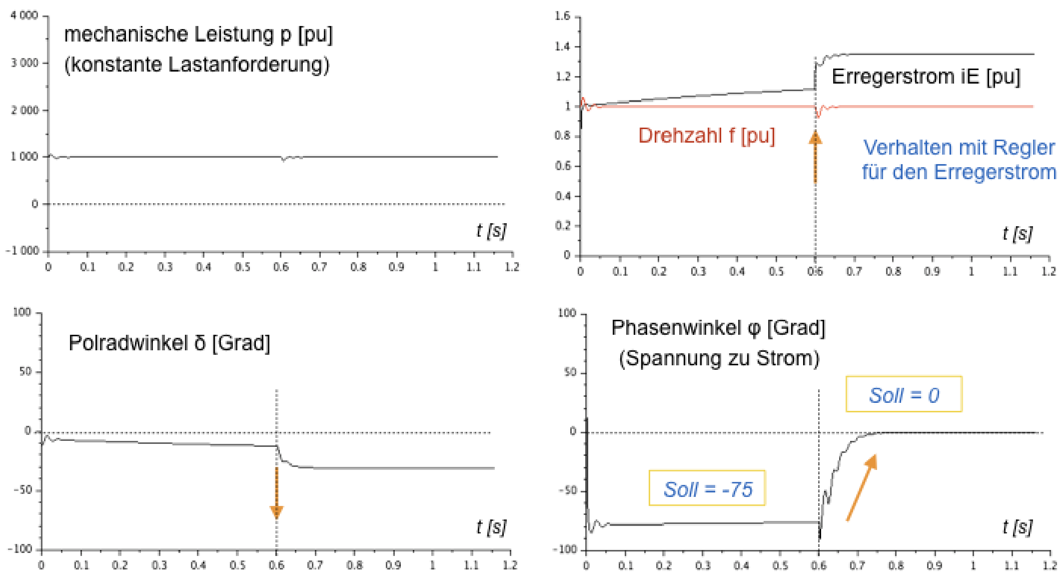
Hier wurde bei konstanter Last (= Nennmoment) der Erregerstrom kontinuierlich erhöht. Im gewählten Bereich ändert sich hierdurch das Verhalten der Maschine an den Anschlussklemmen von einer induktiven Last zu einer kapazitiven Last. Der Polradwinkel vergrößert sich bei konstanter Lastanforderung nur durch den Erregerstrom.

Frage 2.2.3: Regelung des Arbeitspunktes. Führen Sie eine Regler ein, der den Arbeitspunkt auf eine Vorgabe für P (Wirkleistung) und cos(φ) einstellt. Hierbei soll cos(φ) in einem Bereich zwischen 0,9 induktiv (φ < 0) und 0,9 kapazitiv (φ > 0) vorgegeben werden können. Testen Sie die Regelung in der Simulation.

Lösung: Der angegebene Bereich entspricht Winkeln zwischen -26 < φ < 26°. Der Regler lässt sich als PI-Regler mit Vorsteuerung auf den Arbeitspunkt I_E = 1 realisieren, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Ein Testlauf zeigt folgende Ergebnisse. Hierbei wurde bei konstanter Last sein Sollwert von -75° gefordert. Zum Zeitpunkt T/2 wurde der Sollwert per Sprungfunktion als +25° geändert.

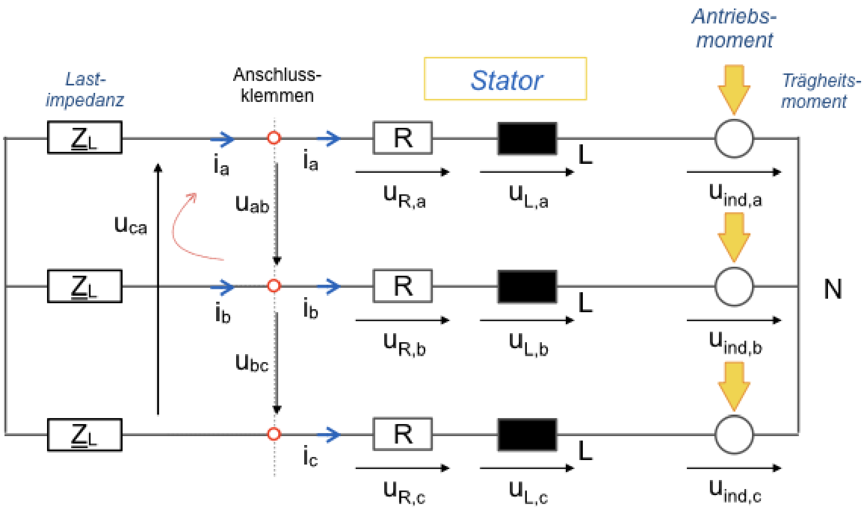


Mit den gewählten Reglereinstellungen (überwiegender I-Anteil) erfolgt die Regelung auf den neuen Sollwert innerhalb ca. 200 ms, bzw. 10 Umdrehungen. Der Polradwinkel ändert sich entsprechend.

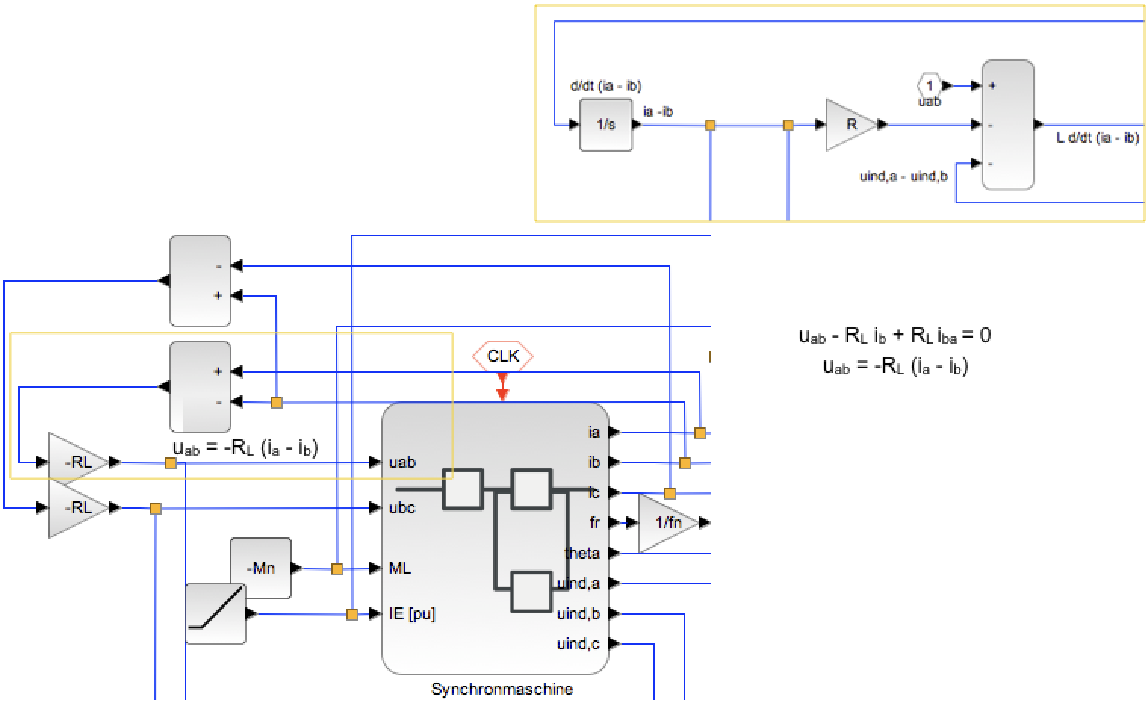
Frage 2.2.4: Zeigerdiagramm. Ermitteln Sie Betrag und Phase der Polradspannung (induzierte Spannung), der Klemmenspannung, und des Motorstroms. Berechnen Sie den Polradwinkel aus der Polradspannung und der Klemmenspannung. Hinweis: Führen Sie hierzu die induzierte Spannungen aus der Maschine heraus, so dass sich hieraus die Polradspannung mit ihrer Phasenlage rekonstruieren lässt.

2.3. Generatorbetrieb

Die Maschine muss für den Generatorbetrieb nicht verändert werden. Die Unterschiede bestehen in der Beschaltung: Die Rotorwelle wird nun durch ein Antriebsmoment angetrieben (z.B. mit Hilfe einer Turbine, eines Verbrennungsmotors oder eines Windrads). An den Anschlussklemmen befindet sich eine elektrische Last. Folgende Abbildung zeigt die Beschaltung.



Die Verbindung zwischen Rotor und Stator wird wiederum durch die induzierte Spannung u_{ind} in der Statorwicklung hergestellt. Diese bewirkt einen Strom im Statorkreis, der wiederum über das zugehörige Magnetfeld in den Rotor koppelt. An den Anschlussklemmen lässt sich die Klemmenspannung messen. Folgende Abbildung zeigt die Beschaltung der Maschine mit einer ohmschen Last $\underline{Z}_L = R_L$.



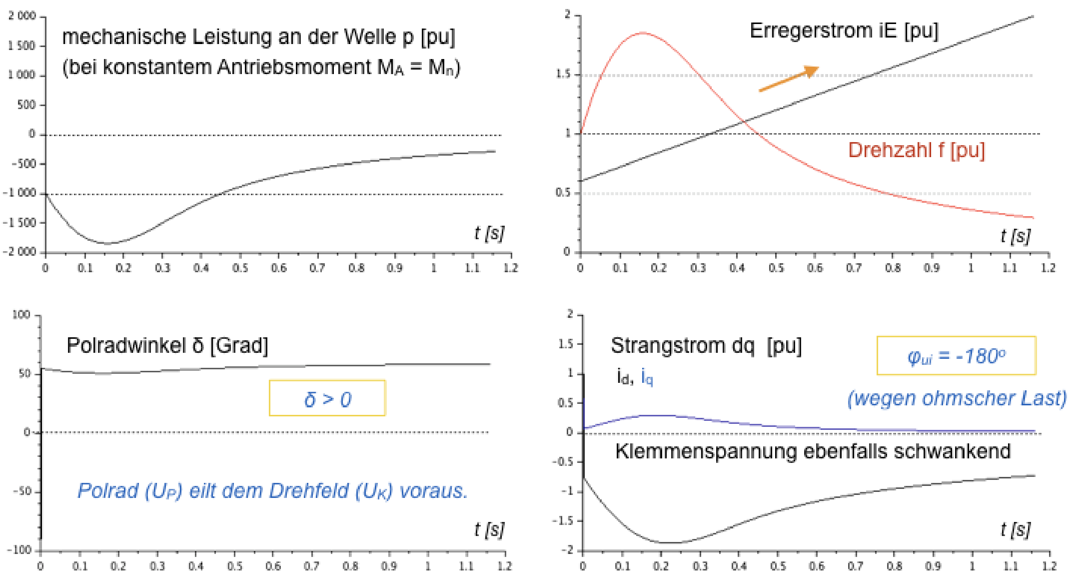
Im Motorbetrieb war die Klemmenspannung vorgegeben (z.B. also u_{ab}). Die elektrische Ersatzschaltung liess sich mit Hilfe der Maschenregel in ein Gleichgewicht aus Klemmenspannung, induzierter Spannung, sowie den Spannungsbeiträgen über dem Widerstand und der Induktivität beschreiben. Mit der gegebenen äußeren Beschaltung ergibt sich die Klemmenspannung aus den Strömen und der Lastimpedanz. Diese Beziehungen werden im Signalfluss ergänzt. Die Klemmenspannung folgt nun den Strangströmen.

Frage 2.3.1: Streckenmodell. Was sind die Eingangsgrößen im Generatorbetrieb? Was sind die Ausgangsgrößen? Welches Gleichgewicht ergibt sich im Betrieb? Welche Abhängigkeiten gibt es?

Lösung: Generatorbetrieb: Wandlung kinetischer Energie in elektrische Energie. Eingangsgrößen sind Antriebsmoment und Erregerstrom. Die Differenz aus aufgenommener mechanischer Energie und abgegebener elektrischer Energie führt wiederum zu eine Drehimpulsänderung des Rotors. Drehzahl und Klemmenspannung folgen nun nicht mehr einer äußeren Vorgabe, sondern sind variabel.

Frage 2.3.2: Erregerstrom. Untersuchen Sie den Einfluss des Erregerstroms in der Simulation. Was wäre für einen Betrieb mit konstanter Spannung (= Netzspannung) erforderlich?

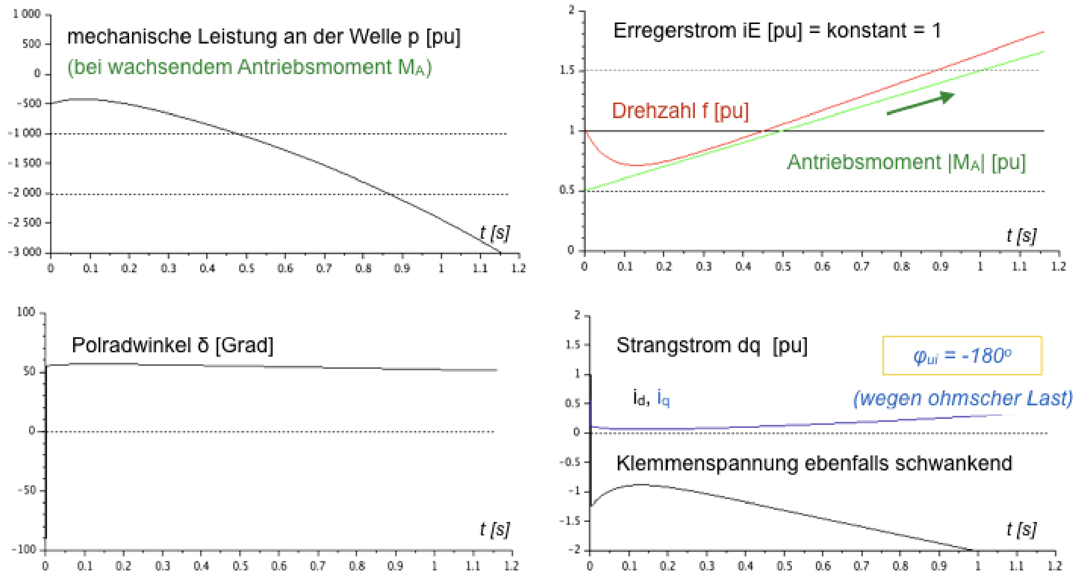
Lösung: Bei konstanten Antriebsmoment und konstanter elektrischer Last hat der Erregerstrom erheblichen Einfluss auf die Drehzahl, sowie auf die Klemmenspannung.



Kleine Erregerströme (Feldschwächung) führen zu höheren Drehzahlen, große Erregerströme zu niedrigen Drehzahlen. Hierdurch ändert sich auch die aufgenommene bzw. abgegebene Leistung. Da der Erregerstrom unmittelbar die induzierte Spannung beeinflusst, ändert er auch die Klemmenspannung. Der Polradwinkel lässt sich durch die Phasendifferenz zwischen Polradspannung (= induzierter Spannung) und Klemmenspannung ermitteln. Für den Betrieb mit konstanter Spannung wäre eine Spannungsregelung mit Hilfe des Erregerstroms erforderlich.

Frage 2.3.3: Antriebsmoment. Untersuchen Sie den Einfluss des Antriebsmomentes in der Simulation. Welche Rolle spielt das Vorzeichen des Drehmoments? Was wäre für den Betrieb mit konstanter Drehzahl (= Netzfrequenz) erforderlich?

Lösung: Die Synchronmaschine benimmt sich wie eine Gleichstrommaschine im Generatorbetrieb: Drehzahl und Spannung steigen mit dem Antriebsmoment.



Für einen Betrieb mit konstanter Drehzahl wäre eine Drehzahlregelung erforderlich. Stellgröße ist hierbei das Antriebsmoment, das an das geforderte elektrische Moment angepasst wird. Nur im Gleichgewicht der Momente kann die Drehzahl konstant bleiben.

Frage 2.3.4: Arbeitspunkte. Welche sinnvollen Arbeitspunkte gibt es im Generatorbetrieb? Wie würde man den Generator an einem DC-Netz betreiben (mit Umrichter, z.B. an einer kleinen Windkraftanlage)? Welches Verhalten wird beispielsweise von einem Benzin- oder Dieselaggregat gewünscht, das ein Drehstromsystem erzeugt? Welche Unterschiede ergeben sich im Inselbetrieb und im Betrieb an einem Drehstromnetz?

Lösung: Betrieb an DC-Netz (mit Umrichter): Wenn Energie gespeichert werden kann (Batterie mit Laderegler), wird die verfügbare mechanische Leistung bis zur Nennleistung des Generators aufgenommen, oberhalb der Nennleistung im Dauerbetrieb ggf. abgeregelt (z.B. Windkraftanlage). Bei Einspeisung in ein AC-Netz erfolgt hier der Betrieb mit Hilfe eines Umrichters über einen DC-Zwischenkreis, da die Antriebsleistung fluktuiert. Bei Wechselstrombetrieb mit einem Verbrennungsmotor als Antrieb ist eine Leistungsregelung sinnvoll, die das Angebot (mechanische Leistung) an die Nachfrage (elektrische Leistung) anpasst, sowie eine Spannungsregelung und eine Drehzahlregelung.

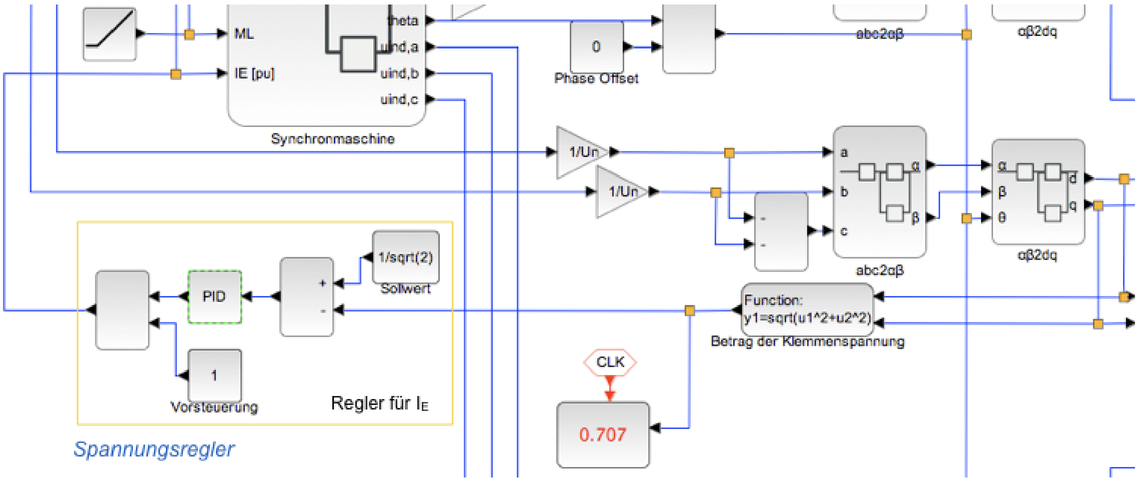
Inselbetrieb

Im Inselbetrieb treibt der Generator ein Drehstromnetz ohne Verbindung zu externen Netzen. Diese Betriebsart gibt es in selbstversorgten Netzen (Bordnetzen, Dieselaggregat), bzw. beim Hochfahren von Kraftwerken (Schwarzstart). Damit Verbraucher gemäß Spezifikation angeschlossen werden können, sollte die Netzspannung und die Netzfrequenz konstant gehalten werden, z.B. bei U_N = 400 V und f_N = 50 Hz.

Frage 2.3.5: Spannungsregelung. Ergänzen Sie die Synchronmaschine um eine Spannungsregelung. Analysieren Sie die Funktion Ihrer Regelung. Welche Arbeitspunkte stellen sich ein?

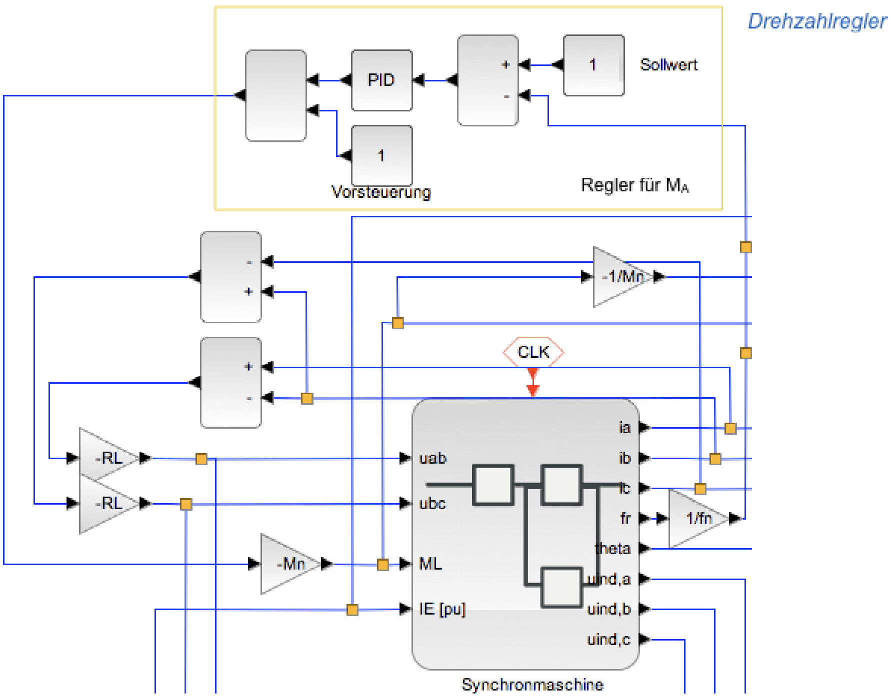
Lösungsbeispiel: Hier wurde mit Hilfe einer Vorsteuerung der Erregerstrom auf den Nennwert fixiert. Die Regelung arbeitet um diesen Arbeitspunkt. Auf diese Weise lässt sich der Regler durch Nullsetzen der Reglerparameter deaktivieren.

Analyse: Das Antriebsmoment wird auf denn Nennwert fixiert. Da die induzierte Spannung mit der Drehzahl steigt und die Maschine nicht verlustfrei arbeitet, stellt sich eine Drehzahl oberhalb der Nenndrehzahl ein (siehe Abbildung unter Aufgabe 2.3.6).



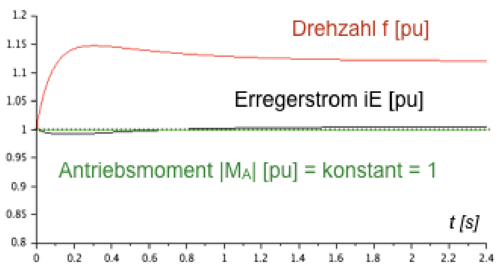
Frage 2.3.6: Drehzahlregelung. Ergänzen Sie die Synchronmaschine um eine Drehzahlregelung zusätzlich zur Spannungsregelung. Analysieren Sie die Funktion Ihrer Regelung. Welche Arbeitspunkte sind möglich?

Lösungsbeispiel: Siehe folgende Abbildung.

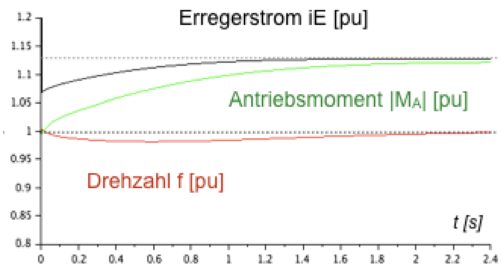


Auch hier wurde das Nennmoment per Vorsteuerung als Arbeitspunkt vorgegeben. Sollwert der Netzfrequenz ist die Nenndrehzahl f_n. Die Regelung verstellt das Antriebsmoment so, dass die Nenndrehzahl erreicht wird. Da eine Drehzahländerung mit einer Änderung des Drehimpulses des Rotors verbunden ist, ist die Drehzahlregelung vergleichsweise träge.

Analyse: Der Spannungsregler hebt nun den Erregerstrom an, um bei der Nenndrehzahl die gewünschte Spannung zu halten. Hierdurch ist ein erhöhtes Antriebsmoment erforderlich. Der Regelbereich ist eng und abhängig von der elektrischen Last (hier Betrieb an ohmscher Last).



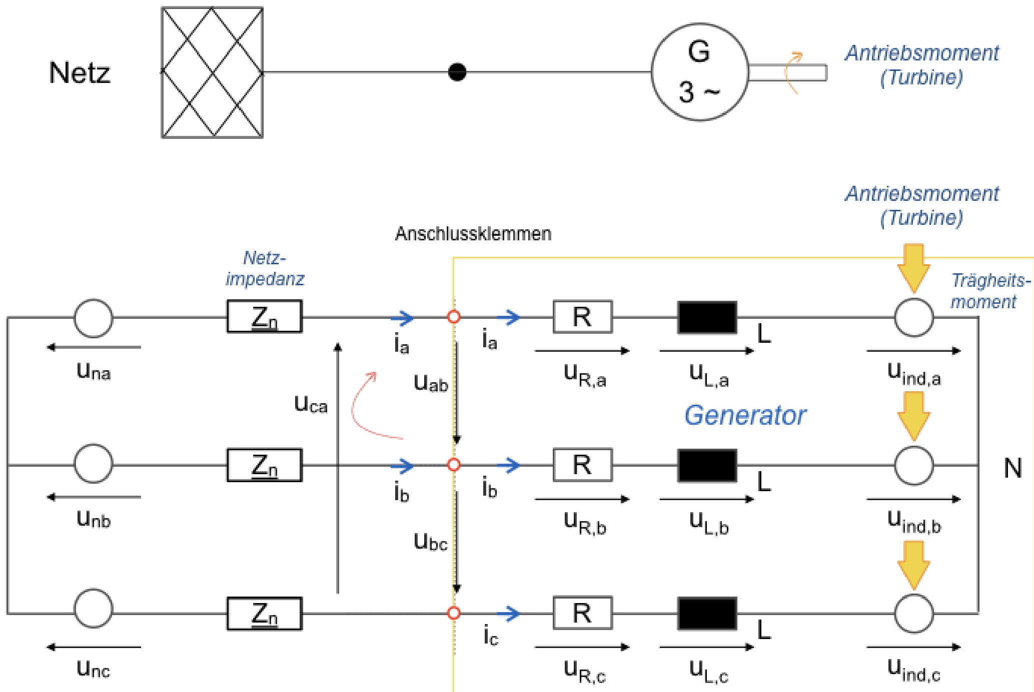
nur Spannungsregler



Spannungsregler und Drehzahlregler

Betrieb im Verbundnetz

Beim Betrieb im Verbundnetz arbeitet der Generator an einer externen Spannungsquelle, wie in folgender Abbildung gezeigt. Das Netz, bzw. die Spannungsquelle wird hierbei durch den Verbund aller Generatoren im Netz hergestellt. Gegenüber einem einzelnen Generator kann dieses Netz als starr, d.h. ideal angenommen werden.

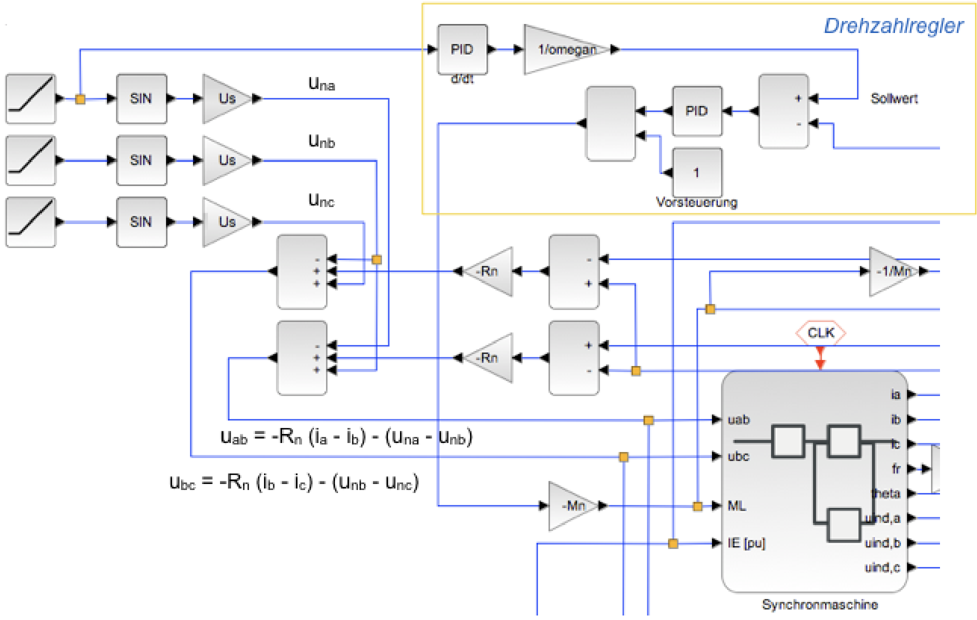


Die elektrische Ersatzschaltung enthält somit zwei Spannungsquellen: Das Netz und den Generator. Wenn die last durch den Generator gespeist werden soll, muss der Generator die Klemmenspannung über die Spannungsdifferenz nach der Last heben.

Frage 2.3.7: Simulation. Ergänzen Sie die äußere Beschaltung für den Betrieb am Netz in Ihrem Maschinenmodell. Überprüfen Sie die Funktion in der Simulation.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

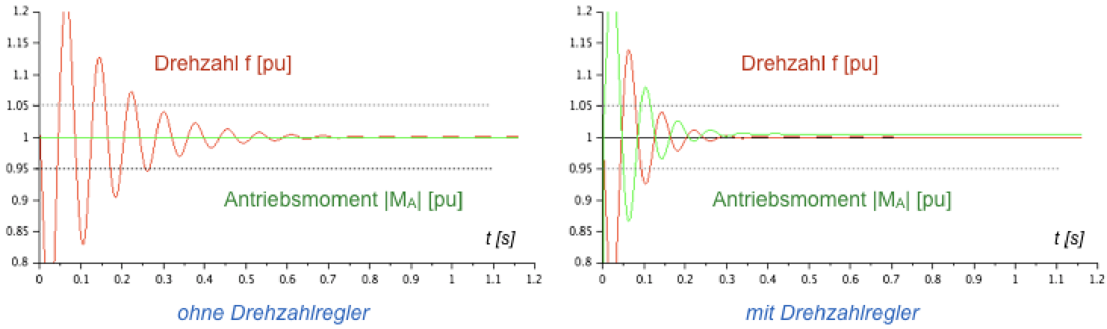
Hierbei wurden die Strangspannungen u_{na}, u_{nb} und u_{nc} als Drehstromsystem vorgegeben. Die Beschattung ergibt sich wiederum aus den Maschengleichungen für die Klemmenspannungen. Als Netzimpedanz wurde eine ohmscher Widerstand für Verluste beim Transport gewählt. Die Beschaltung liesse sich durch eine Netzinduktivität bzw. eine Netzkapazität ergänzen (wobei die zugehörigen Differenzialgleichungen zu verwenden sind).



Für die Scheitelwerte der Netzspannung (= Strangspannungen) wurde eine neue Variable eingeführt (U_s), damit die Netzspannung im Rahmen der erlaubten Grenzen variiert werden kann. Der Sollwert für die Drehzahlregelung ist nun die Netzfrequenz. In der Simulation wird die Netzfrequenz aus der Phase abgeleitet (der PID-Baustein wird hier nur als Differenzierer verwendet).

Frage 2.3.8: Synchronität. Im Verbund muss die Maschine synchron mit der Netzfrequenz laufen. Daher folgt der Drehzahlregler der Netzfrequenz. Untersuchen Sie die Synchronität mit und ohne Regler. Analysieren Sie das Verhalten der Maschine.

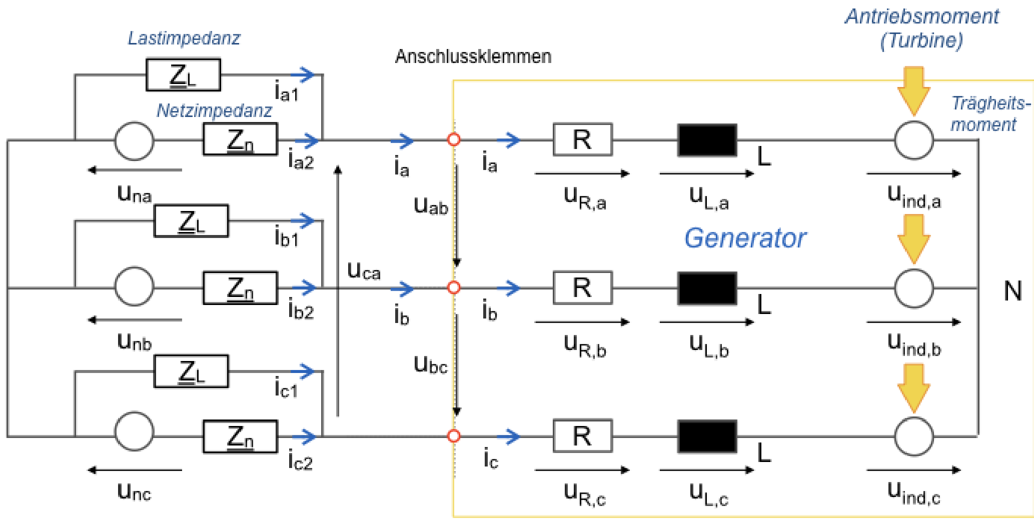
Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Analyse: Auch ohne Regler wird die Maschine mit dem Netz mitgezogen. Phasenschwankungen lassen sich am Polradwinkel beobachten. Das Regelverhalten ist ingesamt gutmütiger als im Inselbetrieb. Der Drehzahlregler beschleunigt das Einschwingen auf die Synchronfrequenz. Ein P-Regler ist hierfür ausreichend.

Hinweis: Der Drehzahlregler kann in dieser Maschinensimulation völlig trägheitslos auf ein Antriebsmoment zurück greifen. Außerdem wurde für die Maschine zur Demonstration des Verhaltens ein sehr kleines Trägheitsmoment gewählt. In der Realität müsste das Antriebsmoment durch einen Dieselmotor oder eine Dampfturbine erzeugt werden. Die Massenträgheit und das Verhalten dieser Strecke muss für eine realistische Simulation berücksichtigt werden.

Frage 2.3.9: Lastimpedanz. Im bisherigen Modell spielt die Netzimpedanz vom Generator aus gesehen auch die Rolle der Lastimpedanz. Für ein etwas genaueres Modell soll an den Generatorklemmen eine zusätzliche Lastimpedanz $Z_L = R_L$ angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Diese Last wird nun gleichzeitig vom Netz (Spannungsquelle mit Innenwiderstand $R_N = R_N$) gespeist, sowie vom Generator. Leiten Sie aus der Beschaltung die Klemmenspannungen des Generators ab. Hinweis: Gegeben sind die Strangströme i_a, i_b und i_c, gesucht sind die Klemmenspannungen u_{ab}, u_{bc} und u_{ca}.



Lösung:

Aus dem Maschengleichungen über der Beschaltung der Klemmen erhält man:

$$-i_{a1} R_L = -u_{na} - i_{a2} R_n \tag{2.3.1}$$

$$-i_{b1} R_L = -u_{nb} - i_{b2} R_n \tag{2.3.2}$$

$$-i_{c1} R_L = -u_{nc} - i_{c2} R_n \tag{2.3.3}$$

Hieraus lassen sich die Ströme i_{x2} durch Einsetzen folgender Beziehungen eliminieren.

$$i_{a1} + i_{a2} = i_a \tag{2.3.4}$$

$$i_{b1} + i_{b2} = i_b \tag{2.3.5}$$

$$i_{c1} + i_{c2} = i_c \tag{2.3.6}$$

Man erhält:

$$-i_{a1} R_L = -u_{na} - (i_a - i_{a1}) R_n \tag{2.3.7}$$

$$-i_{b1} R_L = -u_{nb} - (i_b - i_{b1}) R_n \tag{2.3.8}$$

$$-i_{c1} R_L = -u_{nc} - (i_c - i_{c1}) R_n \tag{2.3.9}$$

Diese Gleichungen lassen sich nach i_{a1}, i_{b1} und i_{c1} auflösen. Eingangsgrößen (gegebene Größen) sind die Strangströme i_a, i_b und i_c, sowie die Netzspannungen u_{na}, u_{nb} und u_{nc}. Die Klemmenspannungen u_{ab}, u_{bc} und u_{ca} erhält man wie im vorausgegangenen Fall aus den äußeren Maschengleichungen über den Lastimpedanzen:

$$u_{ab} = -i_{a1} R_L + i_{b1} R_L = (i_{b1} - i_{a1}) R_L \tag{2.3.10}$$

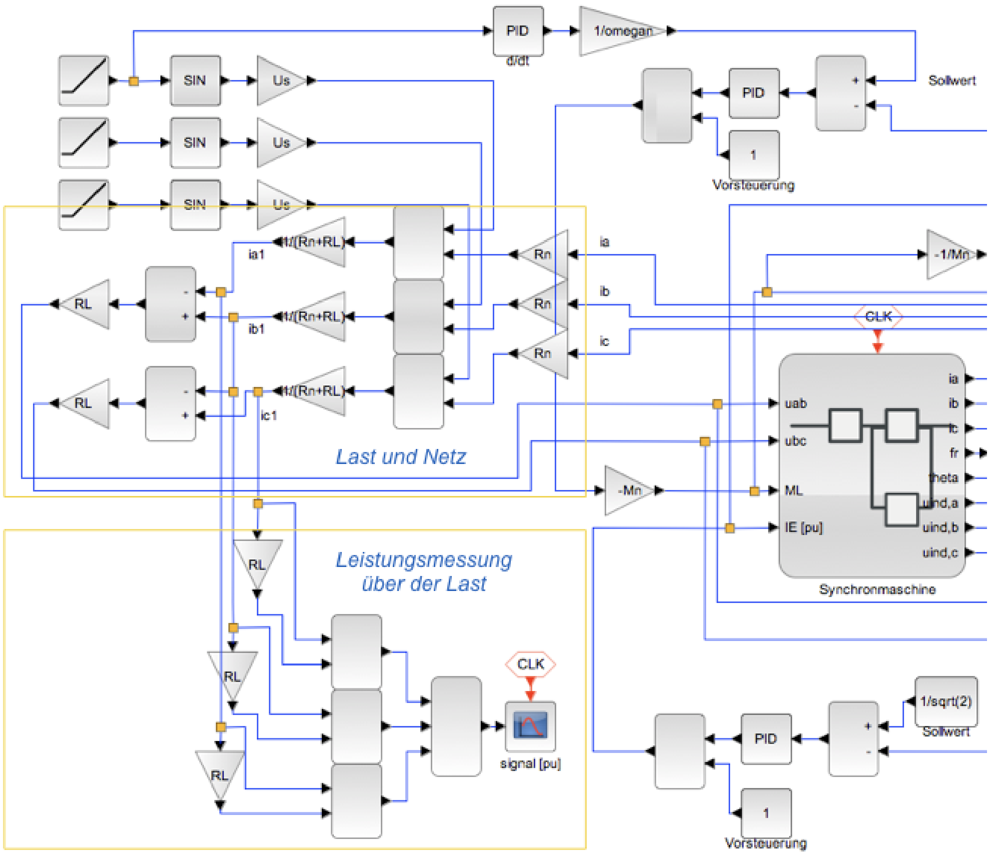
$$u_{bc} = (i_{c1} - i_{b1}) R_L \tag{2.3.11}$$

$$u_{ca} = (i_{a1} - i_{c1}) R_L \tag{2.3.12}$$

Aus den Gleichungen (2.3.7) bis (2.3.9) folgend die Ströme i_{a1}, i_{b1} und i_{c2} in den Lastzweigen. Aus diesen errechnen sich die Klemmenspannung u_{ab}, u_{bc} und u_{ca} nach den Gleichungen (2.3.10) bis (2.3.12).

Frage 2.3.10: Simulieren Sie das Modell. Messen Sie die Leistung, die im Lastwiderstand umgesetzt wird. Welchen Einfluss hat die Netzimpedanz auf das Verhalten des Generators?

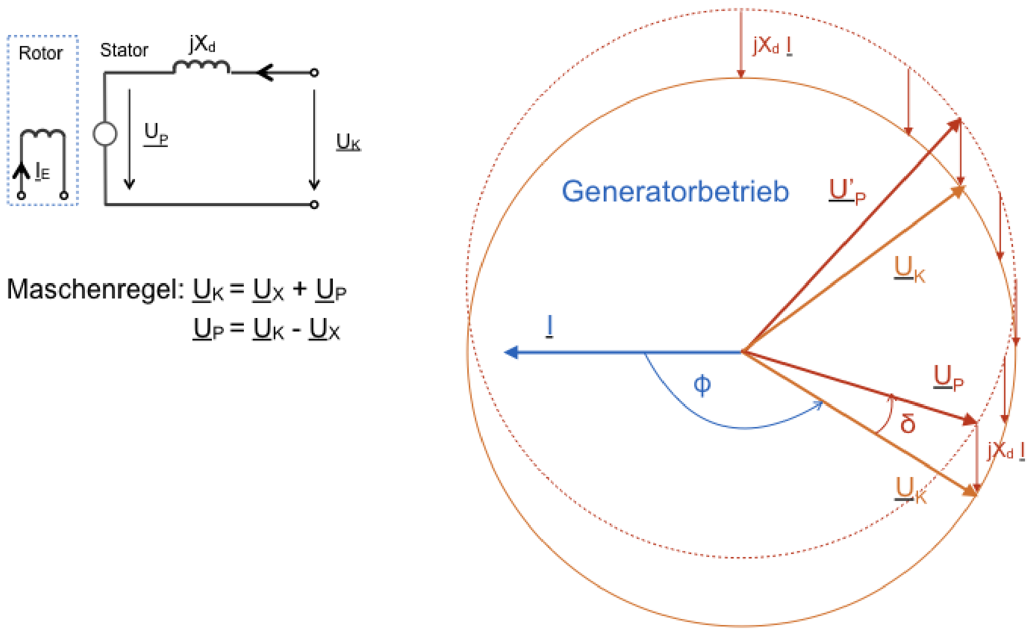
Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Die Netzimpedanz koppelt den Generator mehr oder weniger stark an das Netz. Bei großer Netzimpedanz ist der Generator weitgehend entkoppelt, die Last wird überwiegend vom Generator gespeist. Zu beobachten ist auch, dass beim Einspeisen in Netz die Klemmenspannung die Netzspannung übersteigt. Andernfalls wäre ein Stromfluss ins Netz nicht möglich.

2.4. Einphasiges Ersatzschaltbild der Synchronmaschine

Für stationäre Betrachtungen (d.h. Betrachtungen im eingeschwungenen Zustand) im symmetrischen Betrieb lässt sich das bisher betrachtete dreiphasige Zeigerdiagramm auf einen Zweig reduzieren, man erhält ein einphasiges Ersatzschaltbild. Betrachtet man beispielsweise den Zweig U_{ab} zum Sternpunkt N, so ergibt sich die in folgender Abbildung gezeigte Schaltung.



Hierbei entspricht die Polradspannung U_P der induzierten Spannung $u_{ind,a}$. Anstelle der Leiterspannung U_{ab} repräsentiert U_K mit $|U_K| = |U_{ab}/\sqrt{3}|$ die Klemmenspannung der einphasigen Ersatzschaltung. Ströme und Spannungen sind somit repräsentativ (als Stranggrößen). Die Leistung entspricht der Leistung eines Zweiges, d.h. einem Drittel der Gesamtleistung. In der oben gezeigten vereinfachten Ersatzschaltung wurde außerdem der Statorwiderstand R gegenüber der Reaktanz $X_d = \omega L$ vernachlässigt, d.h. $\omega L >> R$ vorausgesetzt. Der Statorwiderstand R lässt sich bei Bedarf in der Ersatzschaltung einführen.

Synchronreaktanz

Für den Betrag der Spannung über der Reaktanz Xd (Synchronreaktanz) bei Nennstrom I_n gilt: $U_d = X_d\, I_n$. Normiert man diese Größe durch den Betrag der Nennspannung $U_{K,n}$, so lässt sich das Ergebnis als relative Reaktanz x_d interpretieren:

$$x_d = \frac{X_d\, I_n}{U_{K,n}} \qquad (2.4.1)$$

Die relative Reaktanz x_d bei Synchrongeneratoren liegt üblicherweise im Bereich 1,2 bis 3, wobei leistungsfähigere Generatoren höhere Werte besitzen. Die Synchronreaktanz X_d lässt sich dann mit Hilfe der relativen Reaktanz x_d aus den Bemessungsgrößen der Maschine ableiten. Für die Bemessungsscheinleistung S_n der Maschine gilt:

$$S_n = 3\, I_n\, U_{K,n} = I_N\, U_{ab} / \sqrt{(3)} \qquad (2.4.2)$$

Durch Einsetzen von I_n aus (2.4.2) in (2.4.1) und Umformen nach X_d erhält man somit

$$X_d = x_d \frac{3\,U_K^2}{S_n} = x_d \frac{U_{ab}^2}{S_n} \qquad (2.4.3)$$

Frage 2.4.1: Für einen Synchrongenerator seien gegeben: x_d = 2, U_{ab} = 10 kV, S_n = 50 MVA. Berechnen Sie die Synchronreaktanz und die zugehörige Induktivität L (Netzfrequenz f_n = 50 Hz).

Lösung: X_d = 2 Ω, L = 12,7 mH.

Zeigerdiagramm

Aus der Maschenregel zur einphasigen Ersatzschaltung ergibt sich das in der Abbildung oben rechts gezeigte Zeigerdiagramm. Hierbei ist der Betrag der Polradspannung U_P durch den Erregerstrom I_E gegeben. Im Generatorbetrieb ist der Statorstrom I in Bezug auf die Zählpfeile im Diagramm oben rechts negativ. Der Spannungsabfall $\underline{U}_d = j\,X_d\,\underline{I}$ verläuft hierbei orthogonal zu Strom.

Die Klemmenspannung $\underline{U}_K$ und die Polradspannung $\underline{U}_P$ sind über die Maschenregel mit diesem Spannungsabfall $\underline{U}_d$ verknüpft. Bei gegebenem Betrag U_K der Klemmenspannung (= vorgegebene Netzspannung) bewegen sich die Zeiger von $\underline{U}_K$ und $\underline{U}_P$ auf den in der Abbildung gezeigten Kreisen. Je nach Wahl des Erregerstroms (d.h. Vorgabe des Betrags von $\underline{U}_P$) stellen sich die Spannungszeiger gegenüber dem Statorstrom $\underline{I}$ passend ein. Hierdurch ergibt sich der Phasenwinkel ϕ zwischen Statorstrom $\underline{I}$ und Klemmenspannung $\underline{U}_K$.

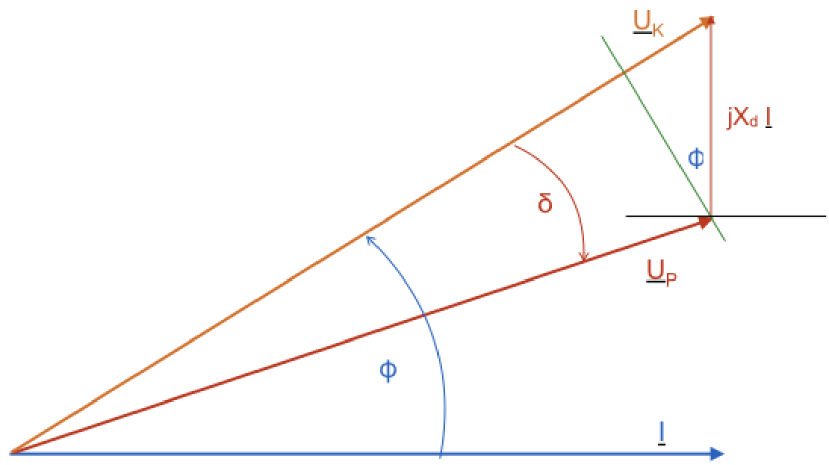
Das Zeigerdiagramm zeigt auch, dass der Polradwinkel von der Größe des Statorstroms $\underline{I}$ abhäng: Je größer $\underline{I}$, desto größer der Spannungsabfall $\underline{U}_d$ über der Synchronreaktanz. Im Generatorbetrieb eilt hierbei die Polradspannung $\underline{U}_P$ der Klemmenspannung $\underline{U}_K$ voraus, d.h. das äußere Drehfeld wird vom durch den Rotor induzierten Drehfeld nachgezogen. Da der Statorstrom $\underline{I}$ bei konstanter Klemmenspannung $|\underline{U}_K|$ proportional zur Leistung, und somit im Generatorbetrieb zur elektrischen Last ist, lasst sich der Polradwinkel δ auch als Lastwinkel interpretieren.

Frage 2.4.2: Generatorbetrieb. Wodurch ist der Polradwinkel gegeben? Wie verhält sich die Maschine im Leerlauf? Wie verhält sich die Maschine im übererregten bzw. im untererregten Betrieb bzgl. des Phasenwinkels zwischen Strom und Klemmenspannung?

Frage 2.4.3: Motorbetrieb. Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für den Motorbetrieb. Wie verhält sich die Maschine im übererregten bzw. im untererregten Betrieb bzgl. des Phasenwinkels zwischen Strom und Klemmenspannung? Worin bestehen die Unterschiede zum Generatorbetrieb?

Kippmoment

Wenn man das Zeigerdiagramm eine Weile fixiert, lässt sich ein Zusammenhang zwischen dem Polradwinkel δ und dem Phasenwinkel ϕ zwischen Strom und Spannung erkennen. Folgende Abbildung illustriert diesen Zusammenhang für den Motorbetrieb.



Aus dem Zeigerdiagramm lässt sich folgender Zusammenhang ablesen (grüne Strecke):

$$U_P \sin(\delta) = X_d I \cos(\phi) \tag{2.4.4}$$

Hierbei sind jeweils die Beträge U_P und $U_d = X_d\ I$ der Zeiger gemeint. Für die Leistungsbilanz der Maschine im eingeschwungenen Zustand gilt:

$$P_{mech} = M\omega = 3\,U_K I \cos(\phi) \tag{2.4.5}$$

Hierbei bezeichnet $M = M_L$ das Lastmoment im Motorbetrieb. Im Generatorbetrieb wäre hierfür das Antriebsmoment $M = M_A$ zu verwenden. Die zugehörige mechanische Leistung ist im eingeschwungenen Zustand (d.h. ohne Änderungen des Drehimpulses) gleich der elektrischen Leistung. Letztere berechnet sich als Wirkleistungsanteil aus der Klemmenspannung und dem Statorstrom. Wegen der Annahme R = 0 ist der Betrieb näherungsweise verlustfrei.

Setzt man nun den Strom aus der Winkelbeziehung (2.4.4) in (2.4.5) ein, so erhält man für das Moment der Maschine:

$$M = \frac{3\,U_K U_P}{\omega_n X_d}\ \sin(\delta) \tag{2.4.6}$$

Hierbei bedeuten U_K den Betrag der Klemmenspannung, U_P den Betrag der Polradspannung (abhängig vom Erregerstrom), X_d die Reaktanz der Statorwicklung, ω_n die Kreisfrequenz des Netzes und δ der Polradwinkel. Für kleine Polradwinkel lässt sich die Gleichung linearisieren:

$$M = M_0\ \delta \tag{2.4.7}$$

Der Polradwinkel wächst bei gegebener Polradspannung mit dem geforderten Moment. Im Motorbetrieb ist dieses Moment identisch mit dem mechanischen Lastmoment. Im Generatorbetrieb ist dieses Moment das zur elektrischen Last gehörige Antriebsmoment.

Frage 2.4.4: Skizzieren Sie die Beziehung $M = M(\delta)$ über dem Polradwinkel δ im Bereich $-\pi/2 < \delta\ \pi/2$ gemäß Gleichung (2.4.6). In welchem Bereich findet sich der Motorbetrieb? In Welchem Bereich findet sich der Generatorbetrieb? Bis zu welchem Wert lässt sich ein gefordertes Moment von der Maschine leisten? Welche Bedeutung hat der Begriff Kippmoment?

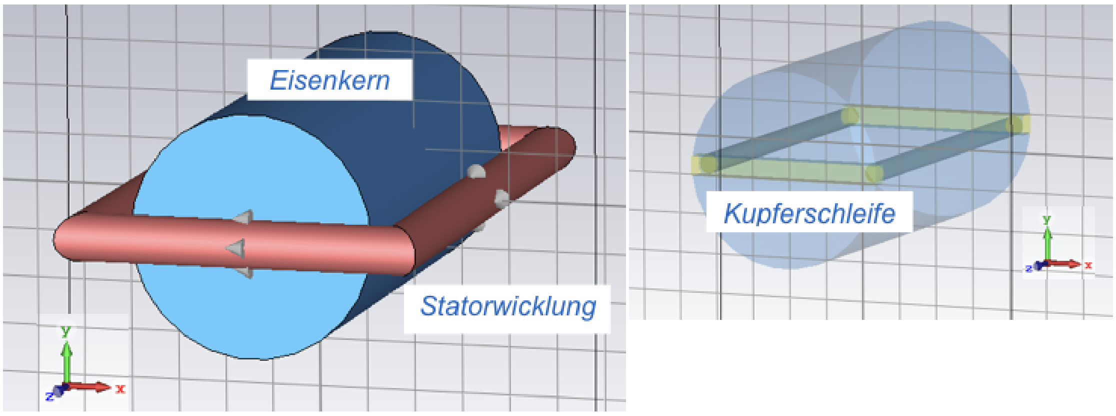
Frage 2.4.5: Welchen Einfluß hat der Erregerstrom auf das Moment der Maschine? Welchen Einfluss hat der Erregerstrom auf den Polradwinkel?

Frage 2.4.6: Was geschieht, wenn die Maschine das Kippmoment überschreitet?

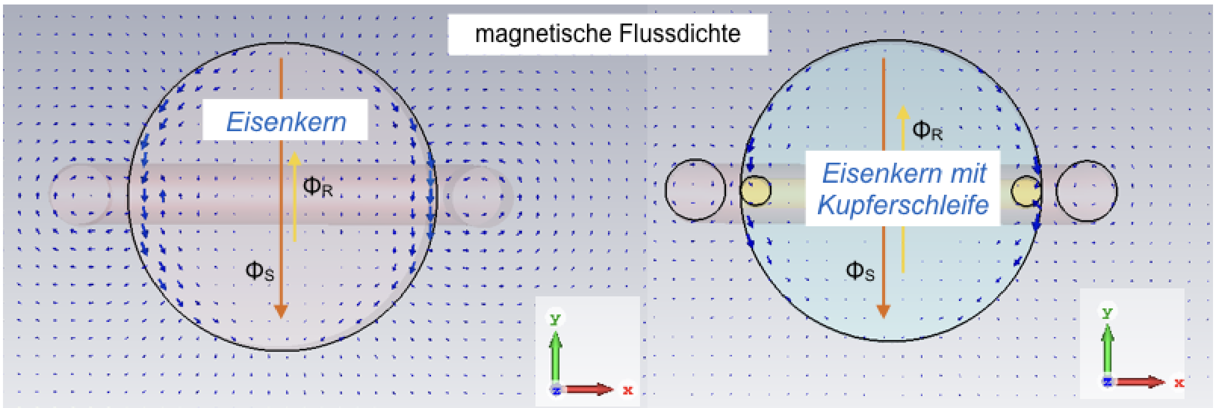
3. Asynchronmaschine

3.1. Funktionsprinzip

Bei der einfachen Asynchronmaschine (engl. Induction Engine) wird die Magnetisierung des Rotors vom Stator aus induziert. Der Rotor besitzt somit weder eine permanente Magnetisierung, noch wird er von außen gespeist. Folgende Abbildung zeigt den grundsätzlichen Aufbau der Maschine.

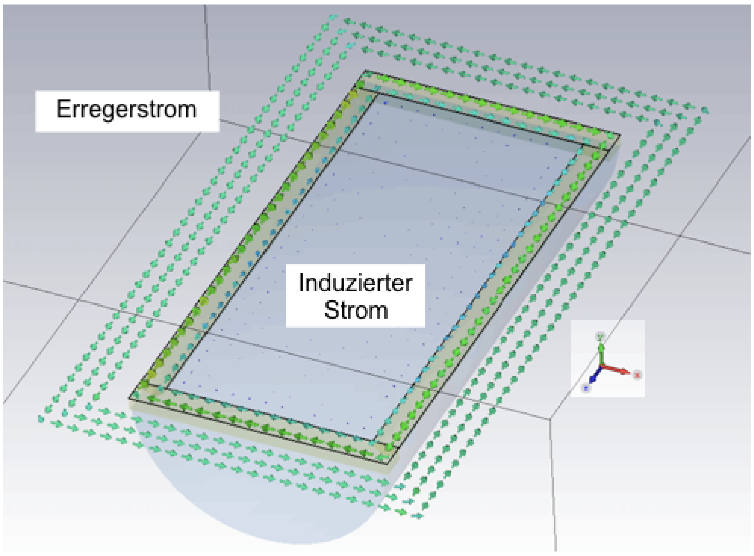


Durch eine mit Wechselstrom betriebene Statorwicklung werden im Rotor Wirbelströme induziert. Der Eisenkern führt den magnetischen Fluss des Erregerfeldes durch den Rotor. Die Flussänderung führt in der Ebene der Erregerspule zu Wirbelströmen im Kern. Um eine starke Erwärmung des Kerns und Verluste zu vermeiden, wird der Kern aus axialen Blechen ausgeführt (und so die Wirbelströme unterbunden); die Wirbelströme werden durch einen Kupferkäfig (bzw. Aluminium-Käfig) geführt, von dem in der Abbildung eine Leiterschleife darstellt ist.



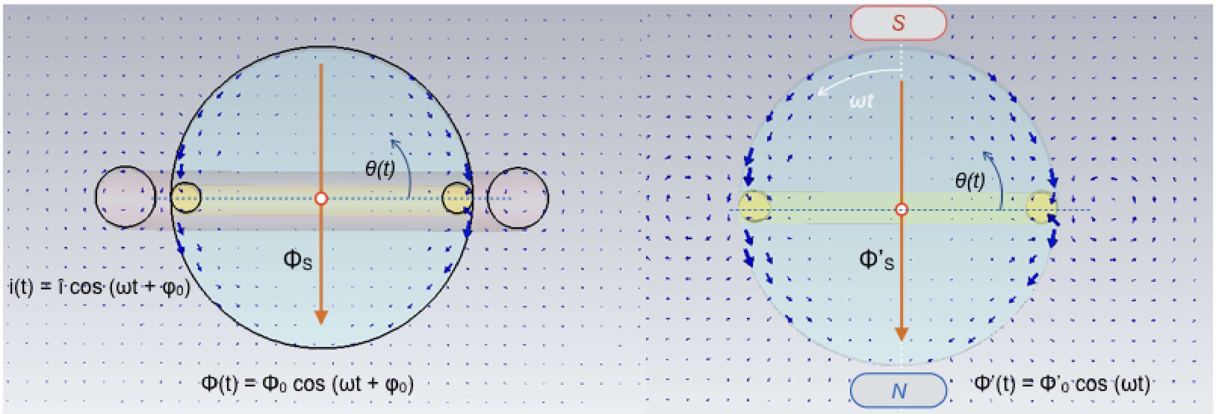
Der Wirbelstrom im Rotor ist wiederum mit einem Magnetfeld und einer magnetischen Flussdichte verbunden, die dem Fluss der Statorwicklung entgegen wirkt. Hierbei ist zu beachten, dass der im Rotor induzierte Strom der Änderung des Statorflusses folgt. Bei einem periodischen Statorstrom ist der induzierte Strom somit um 90 Grad phasenverschoben und eilt dem Erregerstrom nach.

Folgende Abbildung zeigt den Erregerstrom und den induzierten Strom in der Ebene der beiden Leiterschleifen. Die Phasenverschiebung wird in der animierten Darstellung deutlich, siehe Animation Induktionsmaschine.



Fluss in der Ebene der Leiterschleife

Betrachtet man nur den Statorfluss in der Ebene der Leiterschleife im Rotor, so folgt dieser dem Strom. Für einen periodischen Strom ergibt sich insgesamt ein periodische Fluss, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Der gesamte Fluss ergibt sich aus der durchströmten Fläche der Rotorschleife. Diese ist jedoch abhängig vom Rotorwinkel θ. Man erhält also für den Fluss in der Leiterschleife:

$$\Phi_S(t)=\Phi_0\cdot\cos(\omega t)\cdot\cos(\theta(t)) \tag{3.1.1}$$

Der Fluss ist in den gewählten Koordinaten maximal, wenn der Rotorwinkel 0 ist. Der Fluss ist minimal bei Rotorwinkel 90 Grad. Der gleiche Zusammenhang ergibt sich auch, wenn der Fluss durch ein äußeres drehendes Magnetfeld erzeugt wird, wie in der Abbildung oben links gezeigt. In letzterem Fall ist offensichtlich, dass keine Flussänderung mehr auftritt, wenn der Rotor dem äußeren Feld synchron folgt. In diesem Fall werden keine Ströme im Rotor mehr induziert.

Dieser Zusammenhang wird offensichtlich, wenn man Gleichung (3.1.1) nach dem Kosinus-Satz umformt (cos(α) cos(β) = ½ (cos(α-β) + cos(α+β)):

$$\Phi_S(t)=\frac{\Phi_0}{2}\cdot\cos(\omega t-\theta(t))+\frac{\Phi_0}{2}\cdot\cos(\omega t+\theta(t)) \tag{3.1.2}$$

Statordrehfeld

Erzeugt man das äußere Drehfeld mit Hilfe eines Drehstromsystems auf drei um jeweils 120 Grad (d.h. 2π/3 und 4π/3) zueinander geometrisch versetzter Statorspulen (siehe Synchronmaschine), so heben sich die höherfrequenten Anteile in Gleichung (3.1.2) heraus. Für die drei Flusskomponenten in der Rotorschleife erhält man:

$$\Phi_{S,a}(t)=\Phi_0 \cos(\omega t)\cdot\cos(\theta(t)) \quad (3.1.3a)$$

$$\Phi_{S,b}(t)=\Phi_0 \cos(\omega t-2\frac{\pi}{3})\cdot\cos(\theta(t)-2\frac{\pi}{3}) \quad (3.1.3b)$$

$$\Phi_{S,c}(t)=\Phi_0 \cos(\omega t-4\frac{\pi}{3})\cdot\cos(\theta(t)-4\frac{\pi}{3}) \quad (3.1.3c)$$

Die Anteile -2π/3 und -4π/3 in den rechten Ausdrücken mit dem Rotorwinkel kommen durch die geometrisch phasenversetzte Anordnung der Statorspulen zustande: Man müsste den Rotorwinkel um diesen Betrag ändern, um dieLeiterschleife im Rotor unter die jeweilige Spule zu bewegen.

Hieraus berechnet sich der gesamte Fluss in der Ebene der Leiterschleife zu:

$$\Phi_{S,ges}(t)=\Phi_a(t)+\Phi_b(t)+\Phi_c(t)=3\frac{\Phi_0}{2}\cdot\cos(\omega t-\theta(t)) \quad (3.1.4)$$

Die Beiträge der höherfrequenten Anteile eliminieren sich bei der Addition, wie man am Zeigerdiagramm dieser Komponenten nachvollziehen kann.

Ein Drehfeld im Stator erzeigt somit einen periodischen Fluß durch die Leiterschleife im Rotor gemäß Gleichung (3.1.4). Dieser Fluß ist abhängig von der Rotorposition θ(t). Dreht sich der der Rotor synchron zum Statorfeld, d.h. θ(t) = ω t, so ist die Flussänderung in der Rotorschleife Null.

Induziertes Feld im Rotor

Die kausale Kette im Motorbetrieb ist wie folgt: Die Klemmenspannung am Stator erzeugt einen Statorstrom. Der Statorstrom erzeigt ein Magnetfeld. Der magnetische Flussdichte folgt den Materialeigenschaften (Eisenkern) und ergibt einen Fluss im Rotor gemäß Gleichung (3.1.4). Wenn man annimmt, dass sich der Rotor mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_R dreht, so erhält man für (3.1.4) folgenden Spezialfall:

$$\Phi_{S,ges}(t)=3\frac{\Phi_0}{2}\cdot\cos(\omega t-\omega_R t)=3\frac{\Phi_0}{2}\cdot\cos((\omega-\omega_R)t) \quad (3.1.4‘)$$

Für die Flussänderung in der Leiterschleife ergibt sich hieraus:

$$\dot{\Phi}_{S,ges}(t)=-3\frac{\Phi_0}{2}(\omega-\omega_R)\cdot\sin((\omega-\omega_R)t) \quad (3.1.5)$$

Die Flussänderung ist somit proportional zur Differenz der Drehzahlen von Statordrehfeld und Rotor, und eilt dem Statorfluss um 90 Grad vor. Die Flussänderung induziert nun im Rotor ein elektrisches Wirbelfeld, und somit einen elektrischen Wirbelstrom in der Leiterschleife im Rotor. Dieser Wirbelstrom folgt der Flussänderung gemäß Gleichung (3.1.5), jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen (wegen rot E = - dB/dt).

Der Wirbelstrom erzeugt wiederum ein Magnetfeld und einen magnetischen Fluss, der dem erzeugenden Fluss wegen des umgekehrten Vorzeichens um 90 Grad nacheilt.

$$\Phi_R(t)=-k_R\dot{\Phi}_{S,ges}(t)=3k_R\frac{\Phi_0}{2}(\omega-\omega_R)\cdot\sin((\omega-\omega_R)t) \quad (3.1.6)$$

Je nach Startposition des Rotors versucht sich der Rotor nun nach dem Statorfluss auszurichten: der Rotor folgt dem Statorfeld. Hierbei erreicht der Rotor jedoch nicht die Drehzahl des Statordrehfelds, da im synchronen Betrieb kein Feld mehr induziert würde.

Im Leerlauf und ohne Verluste könnte der Rotor dem äußeren Drehfeld folgen. Unter Last sinkt die Rotordrehzahl, da die Drehzahldifferenz gemäß Gleichung (3.1.5) proportional zur Flussänderung ist. Der Rotor läuft asynchron zum äußeren Drehfeld.

Induzierte Spannung im Stator

Die zeitliche Änderung des Rotorflusses induziert nun wiederum eine Spannung in den Statorwicklungen. Diese folgt gemäß des Induktionsgesetzes (rot E = - dB/dt) der negativen Flussänderung. Der Rotorfluss durch die Erregerschleife a in der Statorwicklung ist hierbei abhängig vom Rotorwinkel:

$$\Phi_{R,a}(t) = \Phi_R(t)\cos(\theta(t)) \tag{3.1.7}$$

Somit folgt die induzierte Spannung in dieser Erregerschleife der negativen zeitlichen Ableitung dieses Rotorflusses:

$$u_{ind,a}(t) = -k_2 \frac{d}{dt}\Phi_{R,a}(t) = -k_2 \frac{d}{dt}[\Phi_R(t)\cos(\theta(t))] \tag{3.1.8}$$

Für die insgesamt 3 Erregerwicklungen lässt sich der gleiche Ansatz verwendet, wenn man die geometrische Anordnung der Wicklung berücksichtigt, bzw. die erforderliche Drehung des Rotors in die jeweilige Wicklung. Insgesamt erhält man:

$$u_{ind,a}(t) = -k_2 \frac{d}{dt}[\Phi_R(t)\cos(\theta(t))] \tag{3.1.8a}$$

$$u_{ind,b}(t) = -k_2 \frac{d}{dt}[\Phi_R(t)\cos(\theta(t) - 2\frac{\pi}{3})] \tag{3.1.8b}$$

$$u_{ind,c}(t) = -k_2 \frac{d}{dt}[\Phi_R(t)\cos(\theta(t) - 4\frac{\pi}{3})] \tag{3.1.8c}$$

Hierbei tauchen dreiphasige Modelle nur im Stator auf. Im Rotor ergänzen sich im symmetrischen Fall die Flüsse zu einem Gesamtfluss und zu einem Wirbelfeld bzw. einem Wirbelstrom. Die Rotorposition lässt sich dann bzgl. der im Stator induzierten Spannung wiederum auf die drei Phasen der Erregerspulen projizieren.

Im symmetrischen Fall vereinfacht sich Gleichung (3.1.7) zu

$$\Phi_{R,a}(t) = \hat{\Phi}_R \cos(\theta(t)) \tag{3.1.7‘}$$

Läuft der Rotor außerdem mit konstanter Drehzahl $\theta(t) = \omega_R\, t$, so ergibt sich für die induzierten Spannungen:

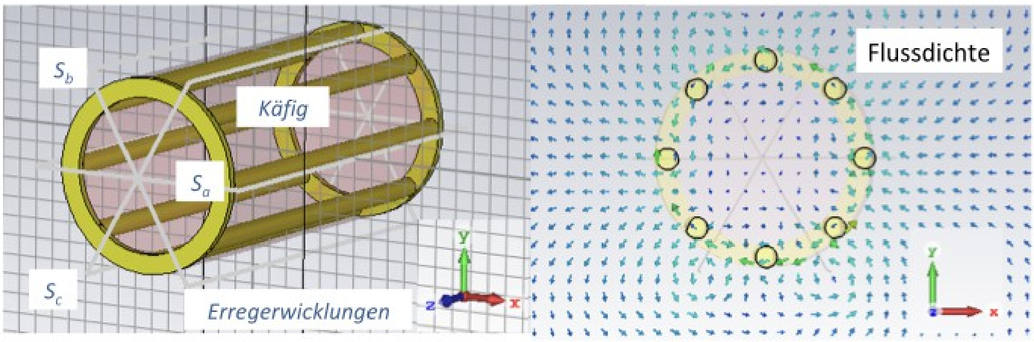
$$u_{ind,a}(t) = -k_2 \hat{\Phi}_R \omega_R \cos(\omega_R t - \frac{\pi}{2}) \tag{3.1.8‘a}$$

$$u_{ind,b}(t) = -k_2 \hat{\Phi}_R \omega_R \cos(\omega_R t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}) \tag{3.1.8‘b}$$

$$u_{ind,c}(t) = -k_2 \hat{\Phi}_R \omega_R \cos(\omega_R t - \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{3}) \tag{3.1.8‘c}$$

Käfigläufer

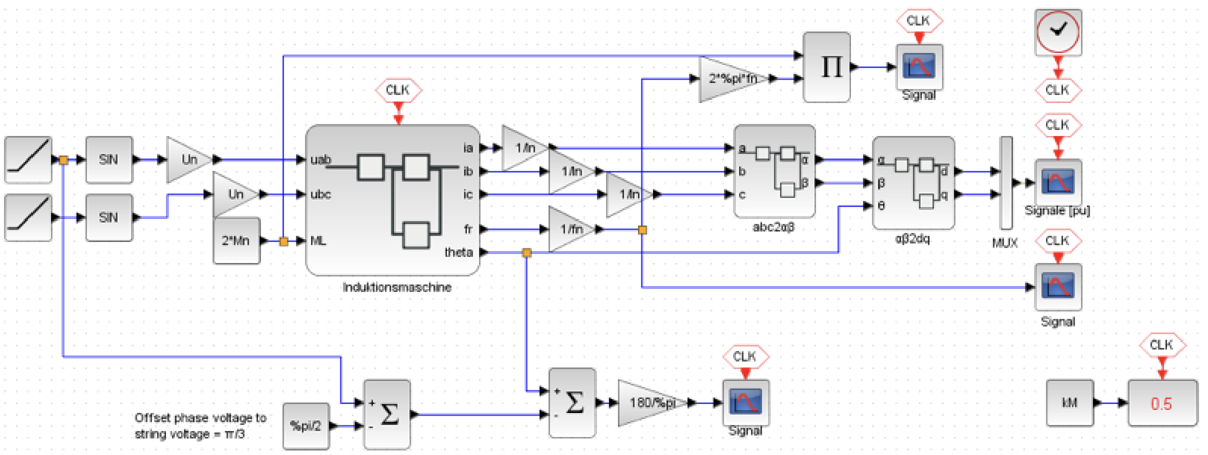
Reale Asynchronmaschinen besitzen keine einzelne, kurzgeschlossene Rotorwicklung, sondern einen Käfigläufer, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Die Funktionsweise bleibt gleich. Die äußeren Erregerwicklungen erzeugen bei einem symmetrischen Drehstromsystem ein Drehfeld in Form eines rotierenden magnetischen Flusses. Dieser induziert eine Wirbelspannung im Rotor. Der Wirbelstrom folgt dem elektrischen Feld im Käfig auf einer geeigneten Schleife. Eine Drehbewegung des Rotors bewirkt eine Flussänderung in den Statorwicklungen. Letztere lässt sich wiederum auf die Statorwicklungen projizieren.

3.2. Maschinenmodell

Das Maschinenmodell folgt dem Funktionsprinzip, wobei nur das Verhalten an den Klemmen bzw. an der Antriebsachse interessiert. Es kann somit vereinfacht mit Strömen, Spannungen und Momenten gerechnet werden. Maschinenkonstanten werden auf diese Größen bezogen, so dass eine Berechnung magnetischer Flüsse und sonstiger interner Parameter nicht erforderlich ist.

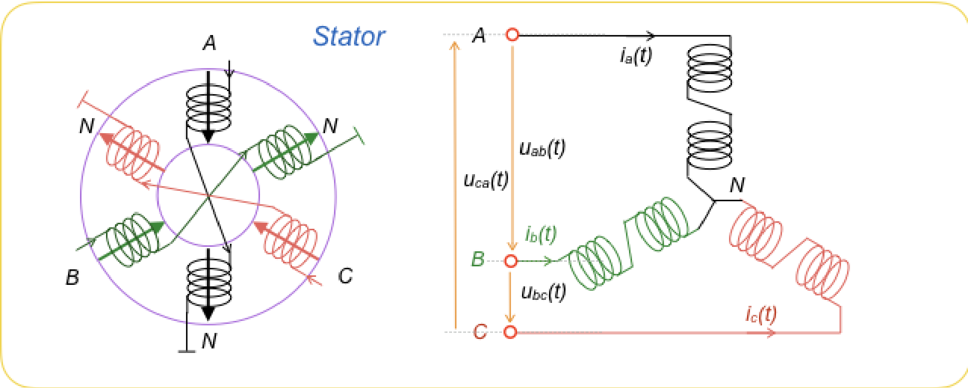


Für die äußere Beschaltung der Maschine wird mit Hilfe zweier Spannungen ein Drehfeld erzeugt. Die dritte Spannung errechnet aus den beiden gegebenen Spannungen und der Summe der Spannungen. Die Maschine wird somit an einem Drehstromnetz betrieben.

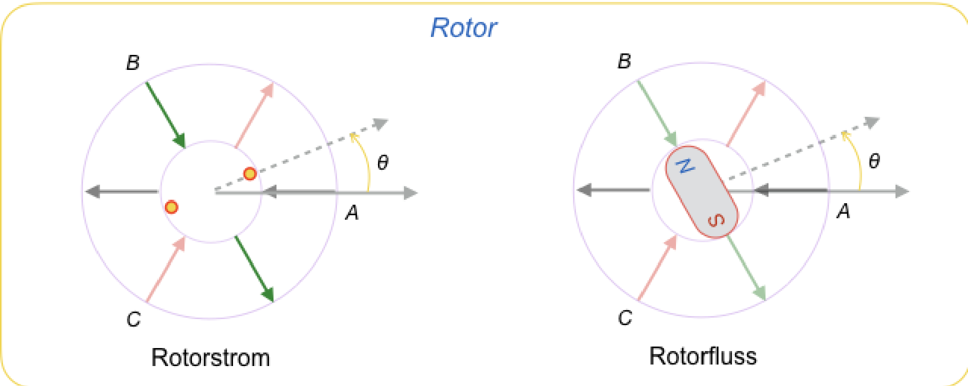
Gemessen werden der Rotorwinkel, die Rotordrehzahl, die abgegebene mechanische Leistung sowie die Stromzeiger im d,q-System. Als Eingangsgröße wird neben der Netzspannung das Lastmoment verwendet.

Drehfeld

Im Motorbetrieb wird im Stator ein Drehfeld erzeugt. Im Rotor induziert die hiermit verbundene magnetische Flussänderung ein elektrisches Wirbelfeld, was einen Wirbelstrom im Läufer des Motors zur Folge hat. Dieser Wirbelstrom ist wiederum mit einem Rotorfluss verbunden.

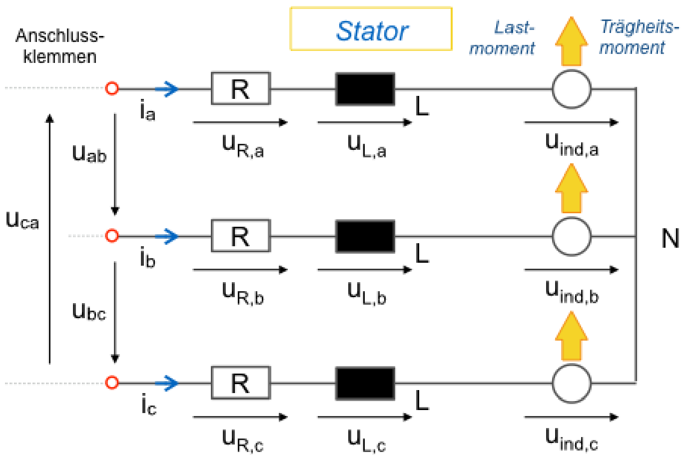


Im Motorbetrieb koppelt der Stator über den durch die Ströme in den Statorwicklungen erzeugten magnetischen Fluss in den Rotor. Durch die Drehung des Rotors wird umgekehrt im Stator eine Spannung induziert, die dem verursachenden Drehfeld entgegen wirkt.



Funktion des Stators

Der elektrische Ersatzschaltbild des Stators entspricht dem des Stators der BLDC-Maschine bzw. der Synchronmaschine. Der Übersichtlichkeit halber ist die Ersatzschaltung in folgender Abbildung nochmals gezeigt.



Die Maschinengleichungen lassen sich ebenfalls vom Stator der BLDC-Maschine übernehmen (siehe Abschnitt 1).

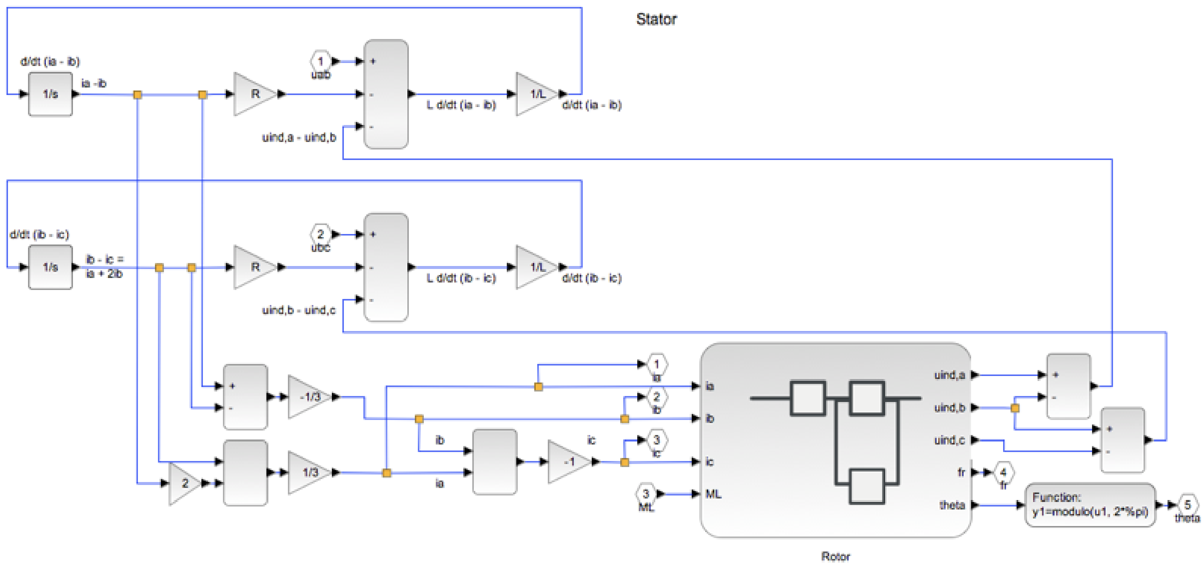
$$u_{ab}(t) = L \cdot \frac{d}{dt}(i_a(t) - i_b(t)) + R \cdot (i_a(t) - i_b(t)) + u_{ind,a}(t) - u_{ind,b}(t) \qquad (3.2.1)$$

$$u_{bc}(t) = L \cdot \frac{d}{dt}(i_b(t) - i_c(t)) + R \cdot (i_b(t) - i_c(t)) + u_{ind,b}(t) - u_{ind,c}(t) \qquad (3.2.2)$$

$$u_{ca}(t) = L \cdot \frac{d}{dt}(i_c(t) - i_a(t)) + R \cdot (i_c(t) - i_a(t)) + u_{ind,c}(t) - u_{ind,a}(t) \qquad (3.2.3)$$

Hierbei sind die Klemmenspannungen u_{ab}, u_{bc} und u_{ca} Leiterspannungen (engl. phase voltages), d.h. hier handelt es sich um die Spannungen zwischen den Leitern des Drehstromsystems. Bei den Strömen in den einzelnen Statorwicklungen handelt es sich in der gegebenen Schaltung (Sternschaltung) um Strangströme (engl. String currents). Diese Unterscheidung ist wegen der Phasenbezüge im Drehstromsystem wichtig, wenn Größen miteinander verrechnet werden sollen.

In jedem der drei Stränge erzeugt im Motorbetrieb die äußere Klemmenspannung einen elektrischen Strom. Der Strom führt zur Bildung eines magnetischen Flusses, der den Rotor beeinflusst. Wegen des Rotorflusses wird dieser dem magnetischen Statorfluss in geeigneter Weise ausweichen, um eine bzgl. der Energie eine möglichst bequeme Lage zu erreichen. In einem Wechselfeld bzw. Drehfeld ist die Reaktion des Rotors dauerhaft.



Es ergibt sich das in der oben Abbildung gezeigte Maschinenmodell, das mit dem Modell der BLDC-Maschine bzw. der Synchronmaschine übereinstimmt.

Die Drehung des magnetisierten Rotors ist mit eine Änderung des durch den Rotor bedingten magnetischen Flusses in den Statorwicklungen verbunden: es wird dort eine elektrische Spannung induziert. Diese wirkt im Motorbetrieb der äußeren Spannung (Strangspannung) entgegen. Im Ersatzschaltbild ist dieser Einfluss des Rotor mit Hilfe der induzierten Spannung u_{ind} berücksichtigt. Im Drehstromsystem ist jeweils die korrekte Phasenlage der Stranggrößen und Leitergrößen zu berücksichtigen.

Im Unterschied zum BLDC-Motor bzw. zur Synchronmaschine, wird bei der Induktionsmaschine (bzw. Asynchronmaschine) der Rotorfluss durch einen Rotorstrom erzeugt, der als Wirbelstrom durch die Änderung des Statorflusses erzeigt wird. Bei der Synchronmaschine bzw. Beim BLDC-Motor wurde der Rotorfluss durch eine permanente Magnetisierung des Rotors bzw. durch einen Erregerstromkreis im Rotor erzeugt.

Abgesehen von der Erzeugung der Magnetisierung des Rotors ist das Funktionsprinzip der Induktionsmaschine gleich: Im Stator wird ein sich mit Netzfrequenz drehender magnetischer Fluss erzeugt, das mit dem Rotor wechselwirkt. Die Drehung des Rotors wiederum induziert eine Spannung in der Statorwicklung.

Funktion des Rotors

Der Rotor ist mit der mechanischen Last (bzw. mit einem mechanischen Antrieb) gekoppelt und stellt so die Verbindung zwischen elektrischer und mechanischer Arbeit dar. Da der Rotor ein Trägheitsmoment J besitzt, speichert er kinetische Energie. Für den Rotor gilt folgende allgemeine Maschinengleichungen.

$$M_M(t) = J\frac{d\,\omega_R(t)}{dt} + M_L(t) \qquad (3.2.4)$$

Gleichung (3.2.4) beschreibt die Summe der Momente: Das Moment der Maschine M_M entspricht dem Lastmoment M_L plus der Änderung des Drehimpulses des Rotors. Hierbei bezeichnet ω_R die Kreisfrequenz des Rotors. Reibungsverluste wurden hierbei nicht berücksichtigt.

Im Modell stehen die Strangströme stellvertretend für die durch die Erregerwicklungen verursachten magnetischen Flüsse.

$$\Phi_{S,a}(t) = k\,i_a(t)\cdot\cos(\theta(t)) \qquad (3.2.5a)$$

$$\Phi_{S,b}(t) = k\,i_b(t)\cdot\cos(\theta(t) - 2\frac{\pi}{3}) \qquad (3.2.5b)$$

$$\Phi_{S,c}(t) = k\,i_c(t)\cdot\cos(\theta(t) - 4\frac{\pi}{3}) \qquad (3.2.5c)$$

Der gesamte Statorfluss ergibt sich aus der Summe dieser Komponenten.

$$\Phi_{S,ges}(t) = \Phi_a(t) + \Phi_{gb}(t) + \Phi_c(t) \qquad (3.2.6)$$

Da die Wirbelströme im Rotor der negativen Änderung dieses Flusses folgen, ist der Rotorfluss ebenfalls proportional zur negativen zeitlichen Änderung dieses Flusses.

$$\Phi_R(t) = -k_R\,\dot{\Phi}_{S,ges}(t) \qquad (3.2.7)$$

Das Motormoment ist schließlich proportional zum Rotorfluss. Insgesamt ergibt sich hieraus folgender Ansatz:

$$M_M(t) = k_M\frac{d}{dt}[\cos(\theta)\cdot i_a(t) + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\cdot i_b(t) + \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\cdot i_c(t)] \qquad (3.2.8)$$

Hierbei ist die Kreisfrequenz des Rotors die zeitliche Ableitung der Rotorposition:

$$\omega_R(t) = \frac{d}{dt}\theta(t)$$

Für die in den Statorwicklungen induzierten Spannungen gilt abhängig von der Rotorposition:

$$u_{ind,a}(t) = k_M\,\omega_R\cos(\theta_R) \qquad (3.2.9a)$$

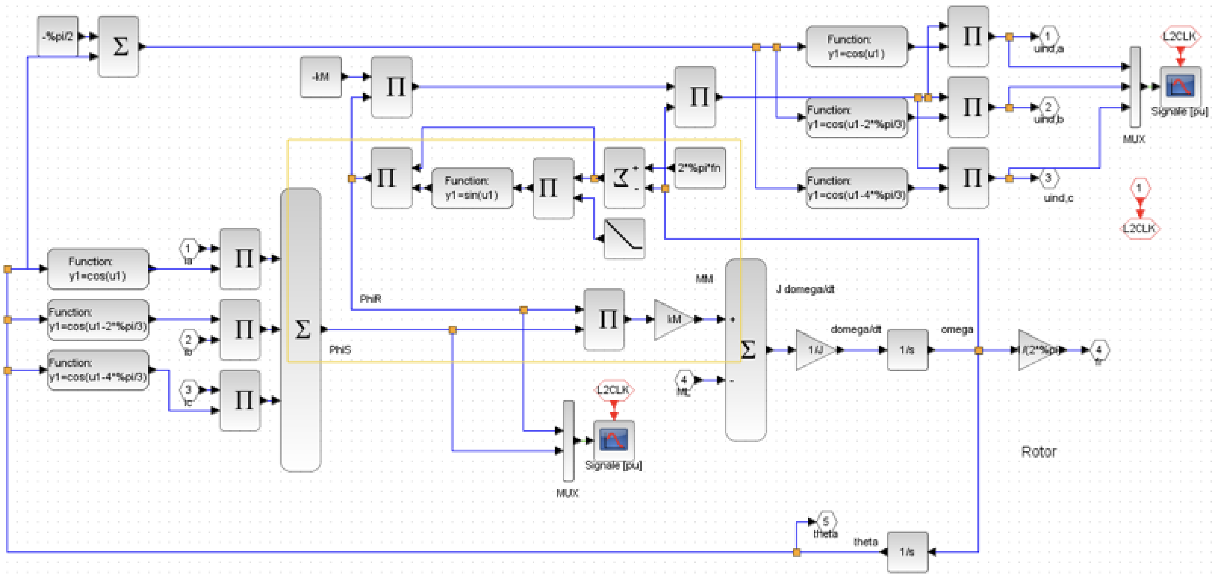
$$u_{ind,b}(t) = k_M\,\omega_R\cos(\theta_R - \frac{2\pi}{3}) \qquad (3.2.9b)$$

$$u_{ind,c}(t) = k_M\,\omega_R\cos(\theta_R - \frac{4\pi}{3}) \qquad (3.2.9c)$$

Hierbei wurde der einfache Fall mit symmetrischer Erregung angenommen.

Rotormodell

Die das Differenzieren von Signalen in der Simulation mit numerischen Artefakten verbunden ist, wird für den Rotor das vereinfachte Modell verwendet, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Die Summe der mit dem Kosinus des Rotorwinkels und des geometrischen Phasenversatzes gewichteten Statorströme ist proportional zum Statorfluss, siehe Gleichung (3.1.4). Das Motormoment errechnet sich aus dem Produkt des flussproportionalen Statorstroms und dem Rotorfluss mit Hilfe der Maschinenkonstanten k_M. Die Differenz dieses Momentes zum Lastmoment resultiert in einer Beschleunigung bzw. dem Abbremsen des Rotors (d.h. einer Drehimpulsänderung des Rotors).

Der im Rotor induzierte Fluss wurde hierbei gemäß Gleichungen (3.1.6) berechnet. Sofern der Rotor synchron mit dem Drehfeld läuft, kann kein Rotorfluss mehr induziert werden. Dieses Verhalten ist mit Hilfe der Drehzahldifferenz zwischen Statordrehfeld und Rotordrehzahl berücksichtigt.

Schliesslich induziert die durch die Drehung des Rotors verursachte Flussänderung in den Statorwicklungen eine Statorspannung. Für die induzierten Statorspannungen wurden die vereinfachten Gleichungen (3.2.9a), (3.2.9.b) und (3.2.9c) verwendet. Mit Hilfe der Statorspannungen wirkt der Rotor zurück auf den Statorkreis.

3.3. Dimensionierung der Maschine

Bei der Berechnung im Zeitbereich werden üblicherweise Spitzenwerte verwendet, im Sinne von $u(t) = \hat{u} \cos(\omega t)$. Bei der Berechnung der Leistung muss hierbei berücksichtigt werden, dass im Falle harmonischer Signale die mittlere Leistung im günstigsten Fall nur der Hälfte des Produktes der Spitzenwerte von Strom und Spannung entspricht. In Wechselstrom-Systemen ist daher die Verwendung von Effektivwerten üblich. Ebenfalls berücksichtigt werden muss die Phasenlage von Strom und Spannung.

Als Beispiel werden folgende Vorgaben gewählt:

- Nenndrehzahl f_n = 50 Hz
- Klemmenspannung U_{ab} = 400 V
- mechanische Leistung: P_n = 1 kW
- Wirkungsgrad: η = 98%
- außerdem: Trägheitsmoment des Rotors J, Induktivität L der Statorwicklung.

Mit Bezug auf das Ersatzschaltbild des Stators ist die Klemmenspannung als Leiterspannung mit ihrem Effektivwert vorgegeben. Der Nennstrom ist ein Strangstrom und ebenfalls als Effektivwert vorgegeben. Die für die Simulation benötigten Scheitelwerte sind um den Faktor √2 größer als die Effektivwerte.

Die induzierten Spannungen im Ersatzschaltbild sind Strangspannungen. Diese lassen sich nicht unmittelbar mit den Leiterspannungen vergleichen: im Drehstromsystem sind die Leiterspannungen um den Faktor √3 größer. Dieser Faktor ergibt sich einfach aus den Phasenbeziehungen im Zeigerdiagramm.

Die elektrische Leistung in einem Drehstromsystem verteilt sich zu gleichen Teilen auf die Strangleistungen, d.h. $P_{strang} = P/3$. Gemessen in Leiterströmen und Leiterspannungen ist die Leistung eines Drehstromsystems $P = \sqrt{3}\, U_{Leiter}\, I_{Leiter}$, wobei die Strom und Spannung als Effektivwerte gegeben sind. In einer Sternschaltung sind Strangströme und Leiterströme identisch, die Leiterspannung jedoch um √3 größer als die Strangspannung. In einer Dreieckschaltung sind Strangspannungen und Leiterspannungen identisch, der Leiterstrom jedoch um √3 größer als der Strangstrom. Diese Beziehung gilt also für beide Fälle.

Mit den gegebenen Größen ergibt sich für das gewählte Modell folgende Berechnung:

- Nennmoment $M_n = P_n/\omega_n$
- elektrische Leistung: $P_{el} = P_n/\eta$
- Strangstrom $I_a = P_{el}/(\sqrt{3}\, U_{ab})$ (Effektivwert)
- Strangstrom $I_n = \sqrt{2}\, I_a$ (Scheitelwert statt Effektivwert)
- Leiterspannung $U_n = \sqrt{2}\, U_{ab}$ (Scheitelwert statt Effektivwert)
- Innenwiderstand $R = P_{Verlust}/I_a^2 = P_n(1-\eta)/(\eta\, I_a^2)$
- $k_M = M_n/(3\, I_a)$ (wie Strang-Leistung)

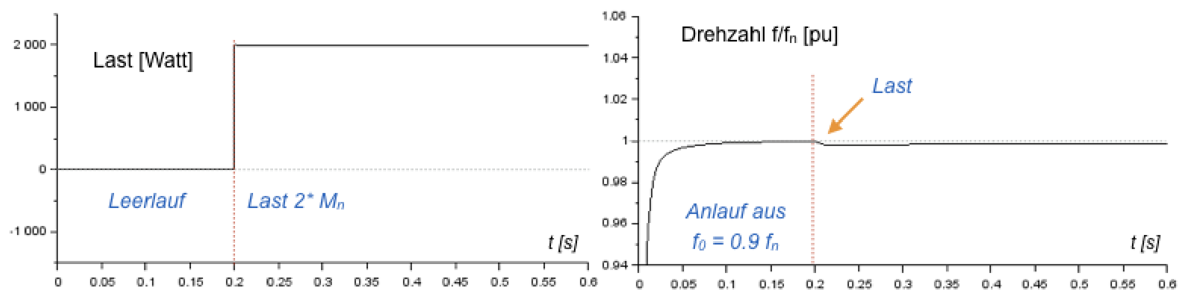
3.4. Motorbetrieb am Netz

Im Betrieb am Netz ist die Drehzahl des Drehzahl des Statordrehfelds konstant. Die Drehzahl des Rotors ist abhängig von der Last, da bei synchroner Drehzahl vom Stator aus kein Wirbelfeld im Rotor erzeugt werden kann.

Frage 3.4.1: Erstellen Sie ein geeignetes Lastszenario für die Asynchronmaschine.

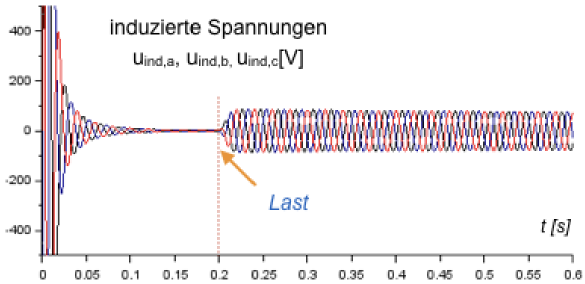
Frage 3.4.2: Simulieren Sie die Maschine für das gegebene Szenario. Wie lässt sich das Verhalten erklären?

Lösungsbeispiel:



Im gezeigten Beispiel soll die Maschine aus einer gegebenen Drehzahl ($f_0 = 0.9\, f_n$) im Leerlauf auf die Nenndrehzahl hochlaufen. Anschließend wird ein Lastmoment hinzugegeben (hier $M_L = 2\, M_n$).

Man erkennt, dass die Drehzahl sich bedingt durch die träge Masse des Rotors der Leerlaufdrehzal annähert. Die Leerlaufdrehzahl ist annähernd gleich der Synchrondrehzahl (bis auf elektrische Verluste). Bei dieser Drehzahl ist der Rotor annähernd frei von Wirbelströmen und folglich ohne eigenen magnetischen Fluss.



Die induzierten Spannungen stehen in Beziehung zur relativen Drehzahl des Rotors zum Statorfeld: Beim Anlauf ist der Rotor langsamer als das Drehfeld; die Änderung des Rotorflusses induziert eine wird eine Spannung im Stator. Sobald die Leerlaufdrehzahl erreicht ist), wird wegen der annähernden Synchronität keine Spannung mehr induziert.

Kommt ein Lastmoment hinzu, reduziert sich der Drehimpuls des Rotors. Durch die geringere Drehzahl werden Wirbelfelder im Rotor induziert. Der Rotorfluss bewirkt über die Drehzahldifferenz zum Statorfeld eine Flussänderung in den Statorwicklungen, und somit eine induzierte Spannung. Drehzahldifferenz und folglich induzierte Spannung bleiben erhalten, solange das Lastmoment besteht. Die Maschine kann unter last nicht synchron zum Statordrehfeld arbeiten.

Frage 3.4.3: Lesen Sie die Theorie der Asynchronmaschine in der Literatur nach. Vollziehen Sie die üblichen elektrischen Ersatzschaltbilder nach, inklusive magnetischer Kopplung, Schlupf und Drehmoment.

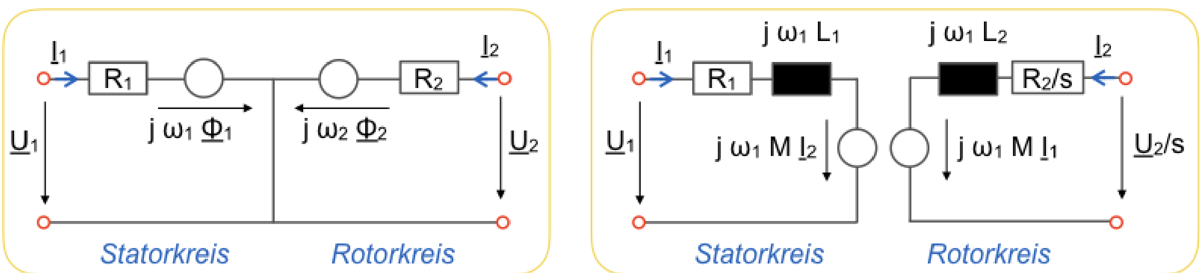
Lösung: Für den stationären Fall (eingeschwungener Zustand) lassen sich die Maschinengleichungen in Phasorenschreibweise wie folgt beschreiben:

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot I_1 + j\omega_1 \cdot \Phi_1 \qquad (3.4.1)$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot I_2 + j\omega_2 \cdot \Phi_2 \qquad (3.4.2)$$

Hierbei bedeuten $\underline{U}_1$ die Statorspannung (Klemmenspannung) und $\underline{U}_2$ die Läuferspannung für den allgemeinen Fall, das der Läuferkreis mit Hilfe von Schleifringen herausgeführt ist. Beim Käfigläufer wäre als Spezialfall $\underline{U}_2 = 0$. Demgemäß bezeichnen $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ den Statorstrom und Läuferstrom. Mit ω_1 ist die Kreisfrequenz des Statordrehfelds bezeichnet; ω_2 bezeichnet die relative Frequenz des Läuferdrehfelds zum Statordrehfelds, d.h. $\omega_2 = \omega_1 - \omega_L$. Diese Größe wird auch als Schlupfdrehzahl ω_2 bezeichnet, wobei ω_L die Frequenz des Läufers kennzeichnet.

Diese Gleichungen lassen sich in folgender Ersatzschaltung wiedergeben:



Der Statorfluss wurde mit $\underline{\Phi}_1$, der Läuferfluss mit $\underline{\Phi}_2$ bezeichnet. Für die Verkettung der Flüsse gilt:

$$\underline{\Phi}_1 = L_1 \cdot \underline{I}_1 + M \cdot \underline{I}_2 \qquad (3.4.3)$$

$$\underline{\Phi}_2 = L_2 \cdot \underline{I}_2 + M \cdot \underline{I}_1 \qquad (3.4.4)$$

Hierbei kennzeichnen L_1 und L_2 die Induktivitäten von Statorwicklung und Läuferwicklung, M die Koppelinduktivität zwischen Stator und Läufer. Das zugehörige Ersatzschaltbild findet sich als Spezialisierung der ersten beiden Gleichungen (3.4.1) und (3.4.2) auf der rechten Seite der Abbildung.

Durch Einsetzen von (3.4.3) und (3.4.4) in diese Gleichungen erhält man:

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 L_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 M \cdot \underline{I}_2 \qquad (3.4.5)$$

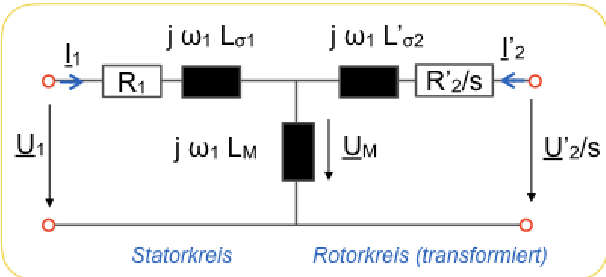
$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega_2 L_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega_2 M \cdot \underline{I}_1 \qquad (3.4.6)$$

Führt man für den Schlupf $s = (\omega_1 - \omega_L)/\omega_1 = \omega_2/\omega_1$ ein, so erhält man wegen $\omega_2 = s\,\omega_1$:

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + j s \omega_1 L_2 \cdot \underline{I}_2 + j s \omega_1 M \cdot \underline{I}_1 \qquad (3.4.6')$$

Multiplikation mit 1/s ergibt die in der Abbildung rechts gezeigte Beziehung. Aus dieser Gleichung ist nun unmittelbar abzulesen, dass ohne Schlupf keine Spannung im Läufer induziert wird (und somit mangels Läuferstrom auch keine Wechselwirkung mit dem Stator auftreten kann). Im statischen Betrieb (bei festgehaltenem Rotor, d.h. s = 1) verhält sich die Maschine wie ein Transformator.

Rechnet man das Übersetzungsverhältnis $U_1 = ü\, U_2$ des Transformators mit ein, uns ersetzt die Induktivitäten durch Streuinduktivitäten $L_{\sigma 1}$ und $L_{2\sigma}$, sowie die Koppelinduktivität L_M, so erhält man das geläufige Ersatzschaltbild des Transformators.



Die induzierte Spannung bleibt anhängig vom Schlupf s. Die Komponenten des Ersatzschaltbildes lassen sich für eine Modellierung aus den Maschineneigenschaften messen bzw. abschätzen. Auf Wiedergabe der Herleitung dieser Parameter aus dem ursprünglichen Ersatzschaltbild (siehe Literatur) wurde an dieser Stelle verzichtet, da ja auch diese Komponenten nicht bekannt sind.

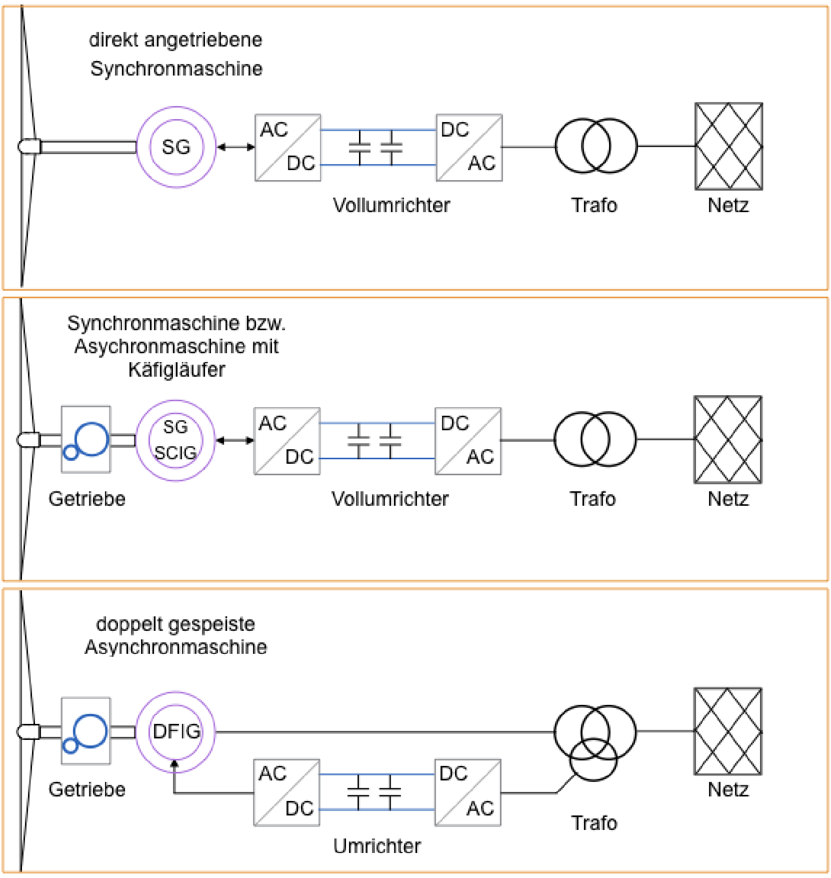
Frage 3.4.4: Erstellen Sie ein Modell auf Basis der Ersatzschaltbilder aus der Literatur.

4. Windanlagen

4.1. Anlagentypen

Windanlagen werden in unterschiedlichen Bauarten angeboten:

- Synchronmaschinen ohne Getriebe mit Vollumrichter
- Synchronmaschinen oder Asychnronmaschinen mit Getriebe und Vollumrichter
- doppelt gespeiste Asynchronmaschinen mit Getriebe und Teilumrichter.



Für ein stark vereinfachtes Modell wird die Gleichstrommaschine im Generatorbetrieb aus Frage 1.1.7 in Abschnitt 1 verwendet. Die Maschine wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$u_1(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + u_{ind}(t) \tag{4.1.1}$$

(4.1.1)

$$M_M(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + M(t) \tag{4.1.2}$$

Gleichung (1.1.1) folgt der Maschenregel für die Spannungen in der elektrischen Ersatzschaltung. Gleichung (1.1.2) ist die Summe der Momente: Drehimpulsänderung des Motors und Lastmoment ergeben das Moment des Motors. Die elektrische Gleichung und die mechanische Gleichung sind durch den Motorstrom miteinander verbunden:

$$k_M \cdot i(t) = M_M(t) \tag{4.1.3}$$

Der Motorstrom ist proportional zum Drehmoment des Motors. Die Motorkonstante k_M lässt sich aus dem Datenblatt errechnen bzw. durch Messung ermitteln (bei gegebenem Lastmoment im eingeschwungenem Zustand). Weiterhin ist die Drehzahl proportional zur induzierten Spannung $u_{ind}(t)$:

$$\omega(t) = k_\omega \cdot u_{ind}(t) \qquad (4.1.4)$$

Die abgegebene mechanischen Leistung ist laut Ersatzschaltbild:

$$M_n \cdot \omega_n = P_n = U_{ind,d} \cdot I_n \qquad (4.1.5)$$

Hieraus folgt

$$\omega_n / U_{ind,n} = I_n / M_n$$

und somit

$$k_\omega = 1/k_M \quad .$$

Für ein Windrad ist in der Momentengleichung auch das Trägheitsmoment des Rotors zu berücksichtigen, der das Trägheitsmoment des Generators deutlich überwiegt. Für das gesamte Trägheitsmoment gilt:

$$J = J_{Generator} + J_{Rotor} \qquad (4.1.6)$$

Frage 4.1.1: Trägheitsmoment und Energie des Rotors. Die Länge eines Rotorblatts beträgt 60 m. Ein Rotorblatt hat die Masse von 15000 kg. Berechnen Sie näherungsweise das Trägheitsmoment des dreiblättrigen Rotors. Die Nabe des Windrads hat einen Radius von 2 m, die Masse der Nabe zusammen mit der Welle und dem Läufer des Generators beträgt 100t. Welches Trägheitsmoment hat die Nabe mit Welle und Läufer? Welche kinetische Energie besitzt das Windrad bei einer Drehzahl von 12 Umdrehungen pro Minute (Nenndrehzahl)?

Lösung: Für das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes der Masse m und der Länge h, der um den Mittelpunkt rotiert, ermittelt man aus einer Formelsammlung (z.B. [5]):

$$J_{Stab,zentral} = \frac{1}{12} m h^2$$

Rotiert man den Stab um sein Ende (anstelle der Mittelachse) so errechnet sich das Trägheitsmoment (nach dem Steinerschen Satz) durch Verschieben der Rotationsachse zu

$$J_{Stab,Ende} = \frac{1}{12} m h^2 + m \frac{h^2}{4} = \frac{1}{3} m h^2$$

Mit den gegebenen Werten ergibt sich für einen dreiblättrigen Rotor

$$J_{Rotor} = m h^2 = 54 \cdot 10^6 \, kg\, m^2$$

Dieser Wert überwiegt den Wert der Nabe mit Generator um ein Vielfaches. Letzterer kann aus dem Trägheitsmoment eines Zylinders mit Radius r abgeschätzt werden, der sich um seine Achse dreht:

$$J_{Zylinder} = \frac{1}{2} m_{Zylinder} r^2$$

Mit den gegebenen Größen erhält man:

$$J_{Nabe} = 0{,}2 \cdot 10^6 \, kg\, m^2$$

$$J_{Windrad} = J_{Rotor} + J_{Nabe} = 54{,}2 \cdot 10^6 \, kg\, m^2$$

Abhängig von der Drehzahl (bzw. Kreisfrequenz) besitzt das Windrad folgende kinetische Energie:

$$E_{kin,Windrad} = \frac{1}{2} J_{Windrad}\, \omega^2$$

Mit den gegebenen Werten erhält man bei Nenndrehzahl:

$$E_{kin,Windrad} = \frac{1}{2} J_{Windrad}\, \omega_n^2 = 42{,}8 \cdot 10^6\, \mathrm{Nm} = 11{,}9\, \mathrm{kWh}$$

Frage 4.1.2: Wind. Die Anlage ist für Windgeschwindigkeiten zwischen 3 m/s (Einschaltgeschwindigkeit) und 22 m/s (Ausschaltgeschwindigkeit) konzipiert. Die Nenngeschwindigkeit beträgt 10 m/s. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Windgeschwindigkeit und der Leistung der Anlage? Welche Faktoren bestimmen die Rotorleistung der Windanlage? Welche Geschwindigkeit erreicht die Rotorspitze bei Nenndrehzahl? Welche Leistung kann die Anlage umsetzen, wenn die Ausbeute (der Leistungsbeiwert) $c_p = 0{,}45$ beträgt?

Lösung: Für eine Luftmasse Δm im Volumenelement A s gilt:

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot s = \rho \cdot A \cdot v \cdot \Delta t \qquad (4.1.7)$$

Hierbei ist angenommen, dass die Windrichtung in Richtung der Flächennormalen von A steht, und v die Windgeschwindigkeit beschreibt. Für die Dichte der Luft sei $\rho = 1{,}2\ \mathrm{kg/m^3}$ angenommen. Die kinetische Energie dieser Luftmasse beträgt:

$$\Delta E_{kin,Wind} = \frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 \qquad (4.1.8)$$

Durch Einsetzen von Δm aus () erhält man hieraus:

$$\Delta E_{kin,Wind} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot \Delta t \cdot v^3 \qquad (4.1.9)$$

Die Leistung ergibt sich hieraus durch Differenzieren nach der Zeit:

$$P_{kin,Wind} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \qquad (4.1.10)$$

Die Leistung der Anlage ist abhängig von der dritten Potenz der Windgeschwindigkeit. Da die Windgeschwindigkeit in Bodennähe geringer ausfällt, ist die Bauhöhe der Anlage (=Nabenhöhe) entscheidend für die erzielbare Leistung. Die Fläche A entspricht hierbei der Rotorfläche.

Allerdings setzt der Rotor nur einen Teil dieser Energie um, da der Wind hinter dem Rotor (mit reduzierter Geschwindigkeit) weiter bläst. Andernfalls müsste sich die Luftmasse stauen. Die strömungsspezifische und anlagenspezifische Ausbeute an Leistung wird durch einen Faktor berücksichtigt, den Leistungsbeiwert c_p. Es ergibt sich somit für die erzielbare Leistung:

$$P_{Windrad} = \frac{1}{2} c_p \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \qquad (4.1.11)$$

Mit den gegebenen Zahlen erhält man bei Nenngeschwindigkeit:

$$P_{Wind} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^3 = 6{,}8\, \mathrm{MW}$$

$$P_{Windrad} = c_p \cdot P_{Wind} = 3\, \mathrm{MW}$$

Innerhalb eine Spielraumes von v=3 m/s und v= 22 m/s bewegt sich die Leistung des Windrads zwischen 0,18 MW und 32 MW. Im oberen Bereich muss mit Rücksicht auf die Nennleistung der Anlage somit abgeregelt werden (Pitch-Regelung).

Die Flügelspitze des Rotors bewegt sich bei Nenndrehzahl mit

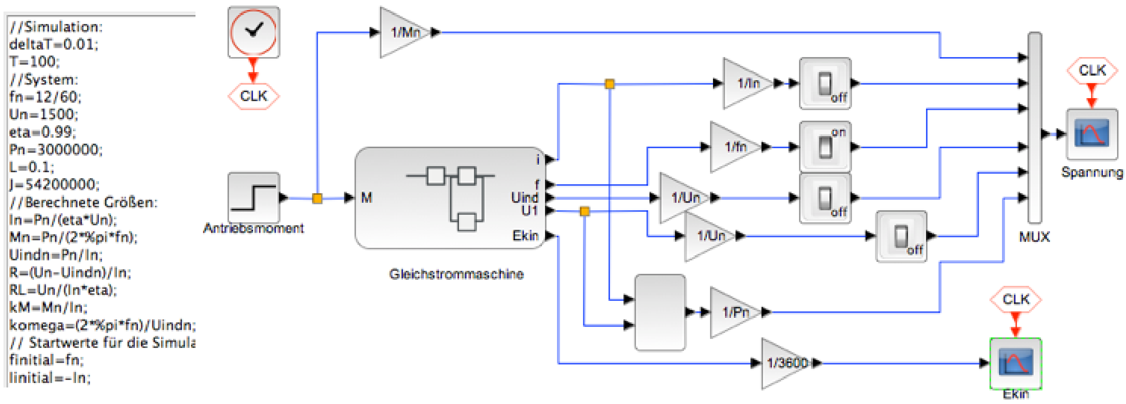
$$v_{Rotorspitze} = \omega \cdot h = 75 \frac{m}{s} = 271 \frac{km}{h} \qquad (4.1.12)$$

Frage 4.1.3: Generator. Es wird ein Generator mit Vollumrichter verwendet. Für den Generator sind folgende Kenngrößen gegeben:

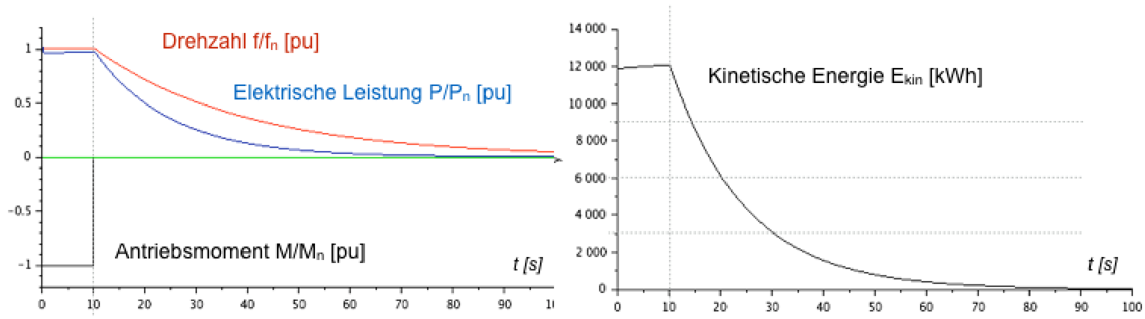
- Nenndrehzahl f_n = 12 Umdrehungen pro Minute (Minimum: 5 U/min, Maximum: 17 U/min)
- Nennspannung U_n = 1500 V_{DC}
- Nennleistung P_n = 3 MW
- Wirkungsgrad η = 99%
- Induktivität L der Statorwicklung: 1 mH
- Trägheitsmoment inklusive Windrad: 54,2 10^6 kg^2m^2

Simulieren Sie den Generator mit Hilfe der Gleichstrommaschine. Untersuchen Sie den Verlauf der elektrischen Leistung, wenn das Antriebsmoment aussetzt.

Lösungsbeispiel:



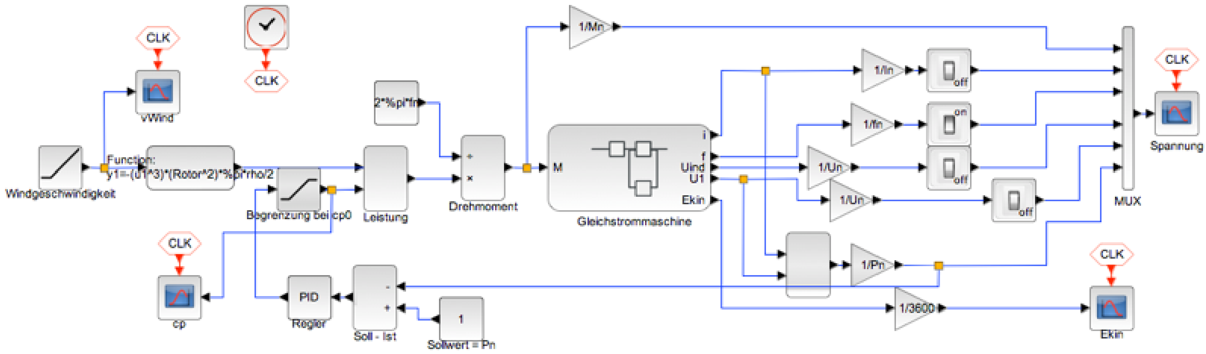
Startwerte: Betrieb mit Nenndrehzahl, Nennstrom, Nennmoment. Zu einem gegebenen Zeitpunkt setzt das Antriebsmoment aus. Durch die kinetische Energie kann noch eine Weile Leistung abgegeben werden. Bei E_{kin}= 12 kWh und 3 MW Leistung beträgt die Entladedauer 14 s.



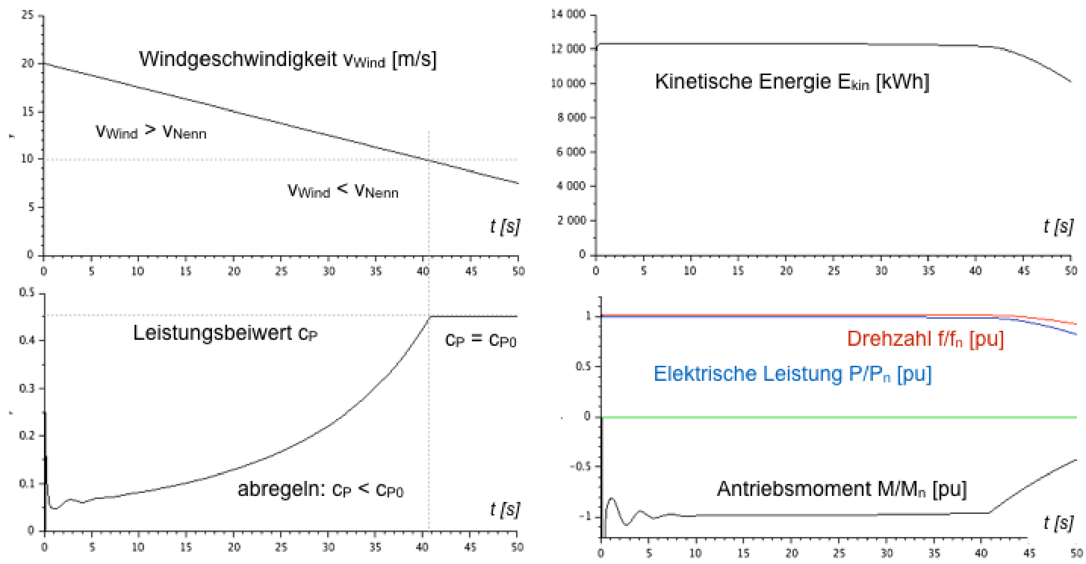
Frage 4.1.4: Windrad. Erweitern Sie das Modell in der Weise, dass die Eingangsgröße die Windgeschwindigkeit darstellt.

Frage 4.1.5: Pitchregelung. Bei Windgeschwindigkeiten oberhalb der Nenngeschwindigkeit soll das Windrad die Rotoren aus dem Wind drehen, da der Generator nicht für höhere Leistungen als die Nennleistung ausgelegt ist. Ergänzen Sie eine sogenannte Pitch-Regelung.

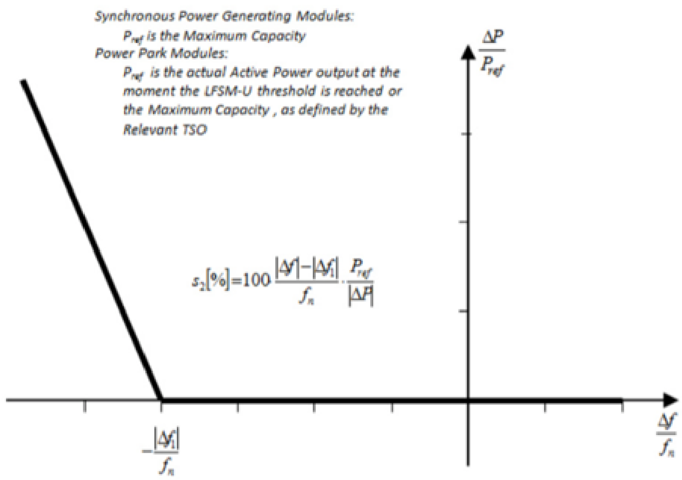
Lösungsbeispiel:



Im Beispiel wurde als Regelgröße die elektrische Leistung gewählt. Als Stellgröße dient ein variabler Leistungsbeiwert. Bei Windgeschwindigkeiten unterhalb der Nenngeschwindigkeit entspricht dieser dem Leistungsbeiwert der Anlage. Bei Windgeschwindigkeiten oberhalb der Nenngeschwindigkeit wird abgeregelt. Durch Verstellen der Rotorblätter sinkt der Leistungsbeiwert.

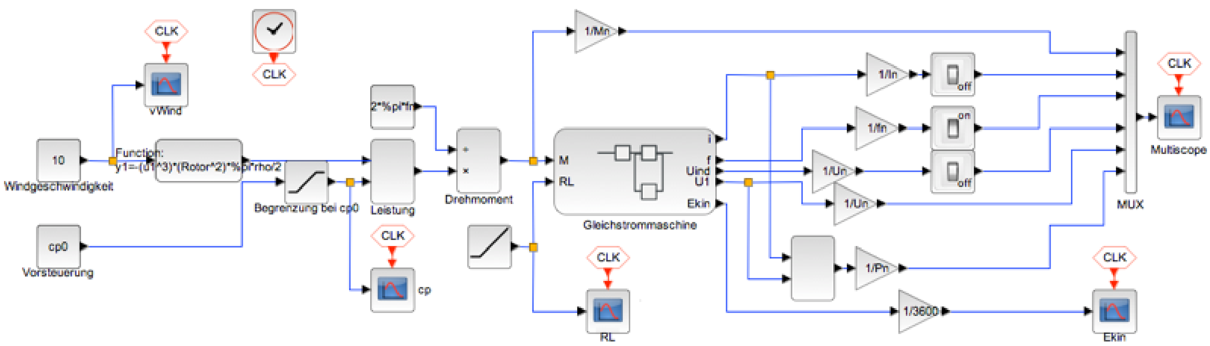


Frage 4.1.6: Systemdienstleistungen. Nach Vorgabe der ENTSO-E im europäischen Netzcode 2016 müssen Anlagen, die in die Hochspannungsebene (110 kV) einspeisen, ab einer vorgegebenen Größe das Netz bei Unterfrequenz durch Abgabe einer höheren Wirkleistung stützen. Im Bereich zwischen 49,5 bis 49,8 Hz sind hierbei zusätzlich zwischen 2% bis 12% der Nennleistung zu erbringen, wie in der folgenden Abbildung gezeigt.

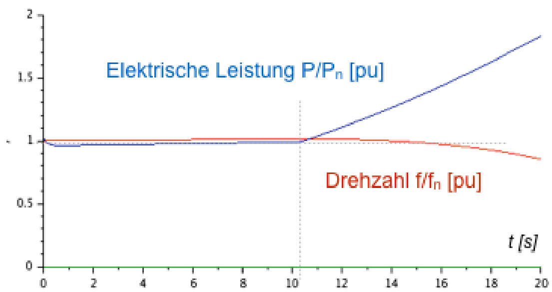


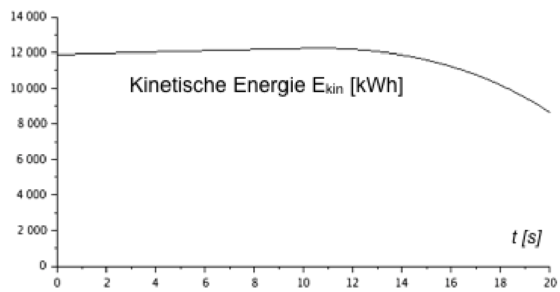
Ergänzen Sie das Anlagenmodell um eine Regelung, die zur Erbringung der zusätzlichen Leistung die Rotationsenergie der Anlage verwendet.

Lösungsbeispiel:



Im der Anlage wurde die Lastanforderung seitens des Netzes durch Änderung des Lastwiderstandes berücksichtigt. Die Anlage kann durch ihre Rotationsenergie die Mehrbelastung erbringen. Die netzseitige Lastanforderung gemäß der Kennlinie muss allerdings auch als Sollwertvorgabe für den Leistungsregler berücksichtigt werden. Das hier gezeigte Beispiel ist ungeregelt.





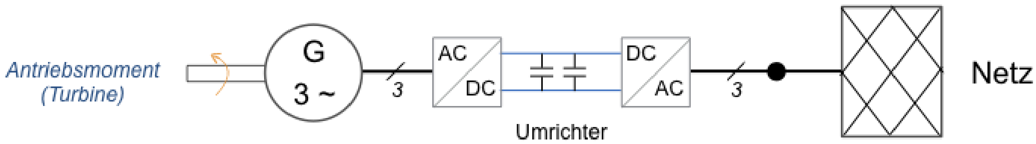
4.2. Anlagen mit Synchronmaschinen

Bei Anlagen mit Synchronmaschine speist der Synchrongenerator einen DC-Zwischenkreis. Aus dem DC-Zwischenkreis wird mit Hilfe des netzseitigen Wechselrichters in Netz eingespeist. Somit läuft die Einspeisung stets synchron zur Netzfrequenz und die Drehzahl der Windturbine ist von der Netzfrequenz völlig entkoppelt.

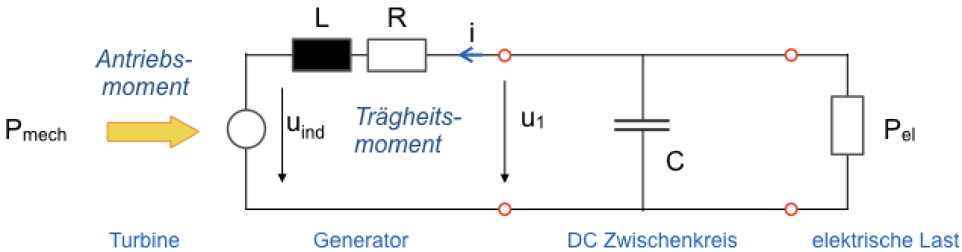
Regelungstechnisch lässt sich eine solche Anlage so modellieren, dass der netzseitige Wechselrichter einen Sollwert für die einzuspeisende Leistung als Führungsgröße erhält. Dieser Sollwert wird abhängig von der gemessenen Windgeschwindigkeit aus der Leistungsformel bzw. mit Hilfe eines Kennlinienfeldes ermittelt. Somit folgt die Einspeisung der verfügbaren Windleistung (bzw. der maximal umsetzbaren Windleistung). Diese Regelung ist konform mit der Regel, dass verfügbarer grüner Strom vom Netz aufzunehmen ist.

Auf die beschriebene Weise sind Abfluss der Leistung (= Einspeisung ins Netz über den netzseitigen Wechselrichter) und Leistungsaufnahme (über die Windturbine) mit Hilfe der Zwischenkreiskapazität miteinander gekoppelt. Letztere stellt einen Energiespeicher dar. Die Regelung der Leistungsaufnahme über den Verstellwinkel der Rotoren kann nun auf dem Ladezustand des Zwischenspeichers bzw. der Zwischenkreisspannung aufgesetzt werden, in dem Sinne, dass Abweichungen der Leistung durch den Drehwinkel der Rotorblätter nachgeführt werden (Pitch-Regelung).

Ein einfachen Modell für den Betrieb einer Anlage mit einer Synchronmaschine lässt sich mit Hilfe der Gleichstrommaschine (für Generator und DC-Zwischenkreis) und einer regelbaren elektrischen Last (für den netzseitigen Gleichrichter) realisieren. Folgende Abbildung zeigt das Konzept.



Hierbei wird nun der Synchrongenerator, der über einen Gleichrichter den DC-Zwischenkreis speist, nachgebildet durch eine Gleichstrommaschine. Die Gleichstrommaschine enthält das mechanische Modell der Windturbine, d.h. die Trägheitsmomente.

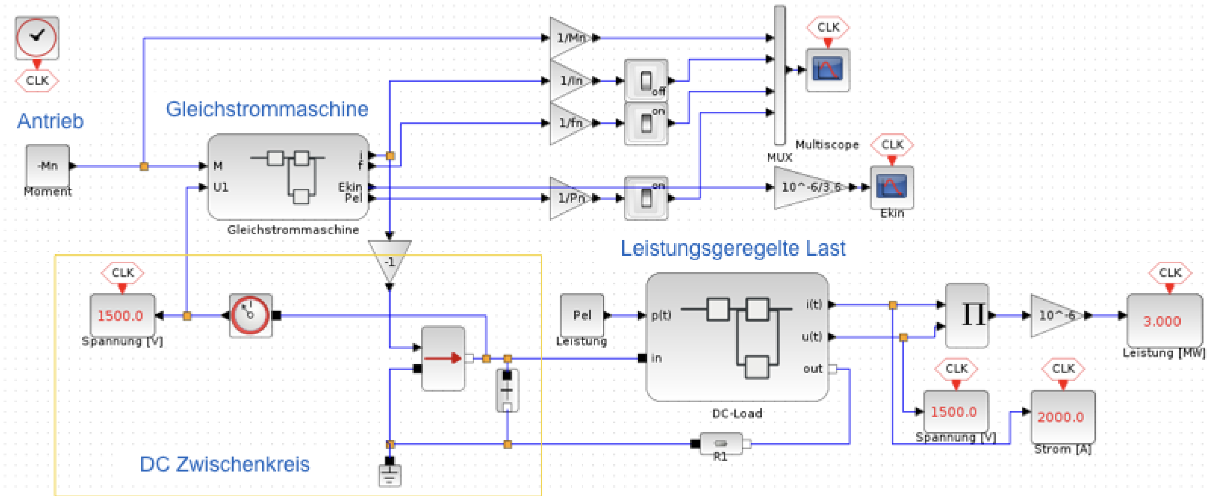


Hierdurch kann eine eine elektrische Modellierung der Synchronmaschine und des Gleichrichters entfallen. Als Modell der Gleichstrommaschine wird das im vorausgegangenen Abschnitt und aus Kapitel 1 verwendet. Dieses Modell ist rein regelungstechnisch, ohne elektrische Simulation.

Die Maschine wird als Motormodell verwendet, d.h. der Strom kann über einen Lastwiderstand bzw. über eine Last im DC-Zwischenkreis geführt werden. Die Zwischenkreisspannung entspricht dann der Klemmenspannung der Maschine.

Hierzu wird der Strom aus dem mathematischen Modell der Gleichstrommaschine mit Hilfe einer gesteuerten Stromquelle in ein elektrisches Modell des DC-Zwischenkreises mit elektronisch geregelter Last geführt. Im Generatorbetrieb ist der Strom mit den im Bild oben gewählten Zählpfeilen negativ. Das Vorzeichen wird an die Betriebsrichtung der Stromquelle angepasst. Die im elektrischen Modell gemessene Zwischenkreisspannung wird zurückgeführt an die Klemme der Maschine.

Folgende Abbildung zeigt das Modell bestehend aus Gleichstrommaschine mit den Trägheitsmomenten, elektrischem DC-Zwischenkreis und elektrischer, leistungsgesteuerter Last. Wenn das Antriebsmoment dem Nennmoment entspricht, ist die Anlage dann im Gleichgewicht, wenn aus dem Zwischenkreis mit Hilfe der geregelten Last die elektrische Nennleistung entnommen wird. Hierbei wurde der Wirkungsgrad der Maschine für die Wandlung mechanischer Leistung in elektrische Leistung in das Nennmoment eingerechnet.



Wegen der großen Schwungmassen muss die Maschine mit Hilfe der initialen Drehzahl und des initialen Stroms auf den Arbeitspunkt initialisiert werden. Ist der Zwischenkreiskondensator hinreichend gewählt, bleibt das System im Gleichgewicht, wie in der Abbildung zu sehen.

Frage 4.2.1: Welche Energiespeicher enthält das System als Puffer für die Leistungsbilanz? Wie groß sind diese Speicher einzuschätzen? Hinweis: Verwenden Sie als Kennzahl der Speicher die Trägheit (bzw. Ladezeit) aus dem Verhältnis der Energiemenge zum Anschlusswert: $H = E_{kin}/P$. Welche Bedeutung haben diese Zeitkontanten für die Anlage?

Lösung: Das System enthält (1) die Schwungmasse von Rotor und Turbinensatz als Speicher, (2) den Zwischenkreiskondensator.

Energiemengen: E_{kin} = 12 kWh = 43 MWs (siehe Abschnitt 4.1), $E_C = C\,U^2/2 \approx$ 1,1 MWs (bei C = 1 F und U =1,5 kV). Gemessen am Anschlusswert von P = 3 MW ergeben sich als Trägheit bzw. Zeitkonstanten H_{kin} = 14 s und H_C = 0,38 s.

Bedeutung der Zeitkonstanten: Innerhalb dieser Zeiten muss eine Regelung der Leistungsbilanz greifen. Wird z.B. mehr Windenergie zugeführt als elektrische Energie abgeführt, werden die Puffer aufgefüllt. Im umgekehrten Fall werden die Puffer geleert.

Frage 4.2.2: Regelkonzept. Wie lässt sich die Eingangsleistung aus der Windturbine auf den Arbeitspunkt des Generators regeln (Nennleistung)? Welche Leistung speist der Wechselrichter ins Netz? Welche Puffer werden verwendet? Erstellen Sie ein Konzept für die Regelung.

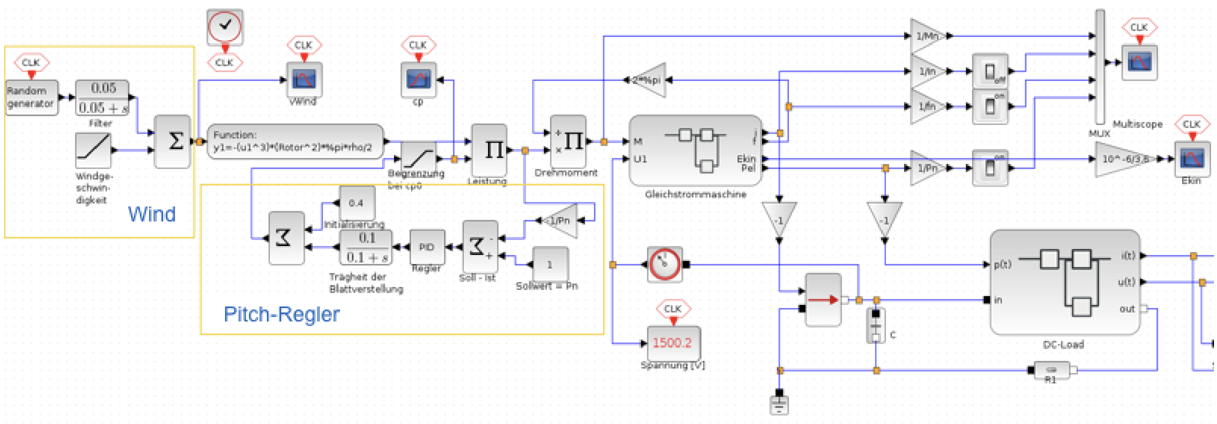
Lösung: Die Eingangsleistung wird bei einem Überangebot (Windgeschwindigkeit über dem Nennwert) durch Verstellen der Rotorblätter reduziert. Hierzu wird das Leistungsangebot aus der Windgeschwindigkeit errechnet (wobei die Windgeschwindigkeit gemessen wird).

Der netzseitige Wechselrichter erhält als Führungsgröße die Ausgangsleistung des Generators. Auf diese Weise wird der Zwischenkreis wenig belastet. Puffer der Regelung ist die Schwungmasse des Windrads. Diese gleicht auch Schwankungen der Windgeschwindigkeit aus.

Da die Verstellung der Rotorblätter nur sehr träge reagiert, sind auf diese Weise Schwankungen des Drehmomentes auf der Generatorwelle unvermeidlich.

Frage 4.2.3: Simulation der Regelung. Bauen Sie die Regelung in der Simulation auf und testen Sie den Entwurf.

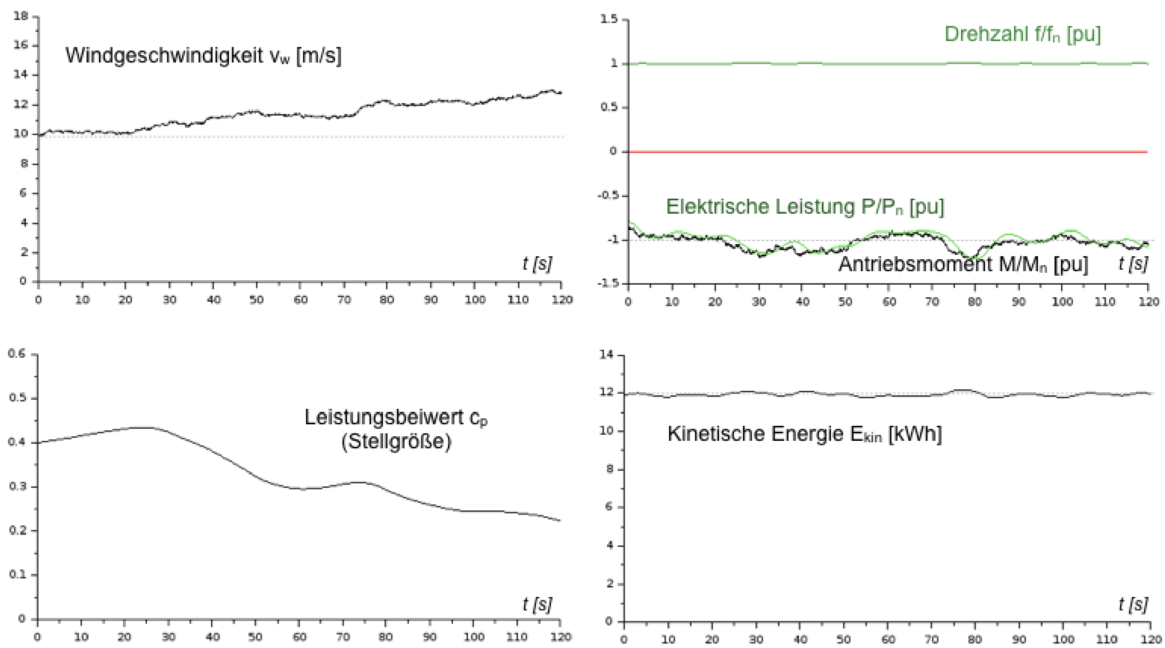
Lösungsbeispiel: Siehe folgende Abbildung.



Als Eingangsgröße wurde ein Anstieg der Windgeschwindigkeit über der Zeit angenommen, sowie zufällige Windböen, die mit Hilfe eines Zufallsgenerators erzeugt werden.

Der Regler für die Blattverstellung erhält als Führungsgröße den Nennwert der Turbinenleistung. Die Regeldifferenz wird mit Hilfe des aus der Windgeschwindigkeit errechneten Leistungsangebot gebildet. Die Messung der Generatorleistung wäre hierfür zu träge, da diese durch die Schwungmasse gemittelt wird. Der Generator gleicht Leistungsdifferenzen aus seiner kinetischen Energie aus.

Für die Trägheit der Blattverstellung wird ein Filter mit gegebener Grenzfrequenz bzw. Zeitkonstante eingesetzt. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf.



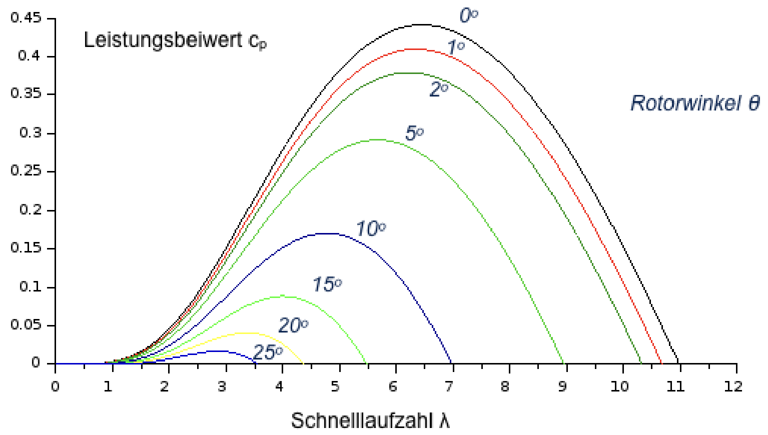
Bei der gewählten Eingangsgröße steigt die Windgeschwindigkeit über dem Simulationszeitraum von 2 Minuten an und hat einen böigen Verlauf. Diese Schwankungen äußern sich unmittelbar auf dem Drehmoment auf der Antriebswelle. Der Verlauf der elektrischen Leistung erscheint durch die

Schwungmasse des Windrades geglättet. Die Schwankungen korrespondieren mit der kinetischen Energie des Windrads.

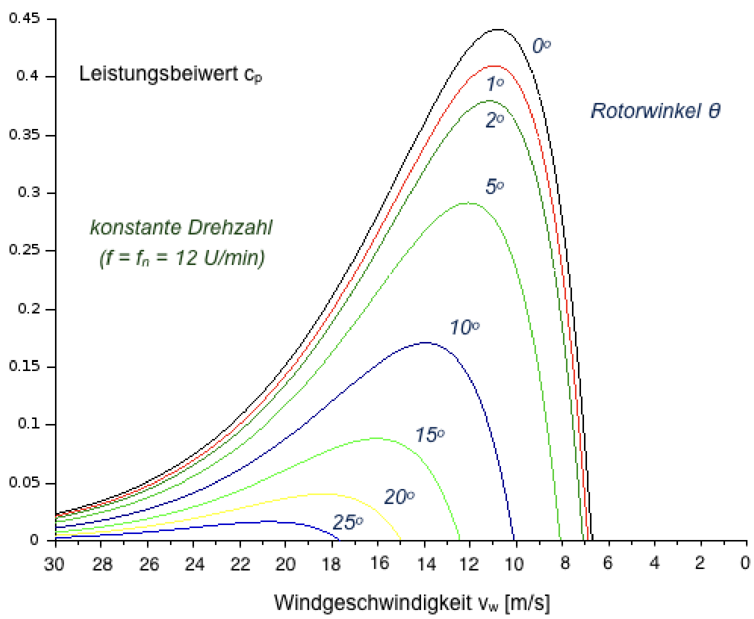
Der Regler stellt die Rotorblätter so ein, dass sich der Leistungsbeiwert bei steigender Windgeschwindigkeit reduziert. Diese Regelung reagiert wegen der notwendigen Verstellung der Blätter recht träge.

Frage 4.2.4: Kennlinien für den Leistungsbeiwert. Das bisher beschriebene Modell geht davon aus, dass die verfügbare Turbinenleistung mit der dritten Potenz der Windgeschwindigkeit wächst. Diese Annahme gilt nur, wenn die Anlage mit einer passenden Drehzahl betrieben wird. Entscheidend ist das Verhältnis der Rotorgeschwindigkeit zur Windgeschwindigkeit (der sogenannten Schnelllaufzahl $\lambda = v_{Rotorspitze}/v_{Wind}$). Recherchieren Sie diese Zusammenhänge aus der Literatur und stellen Sie das Kennlinienfeld in der Simulation dar.

Lösung: Der Leistungsbeiwert ist abhängig von der Schnelllaufzahl, d.h. dem Verhältnis der Geschwindigkeit der Rotorspitze zur Windgeschwindigkeit. Letztere ist wiederum proportional zur Drehzahl des Rotors ($v_{Rotorspitze} = \omega R$ mit dem Radius des Rotors R). Folgende Abbildung zeigt das Kennlinienfeld.

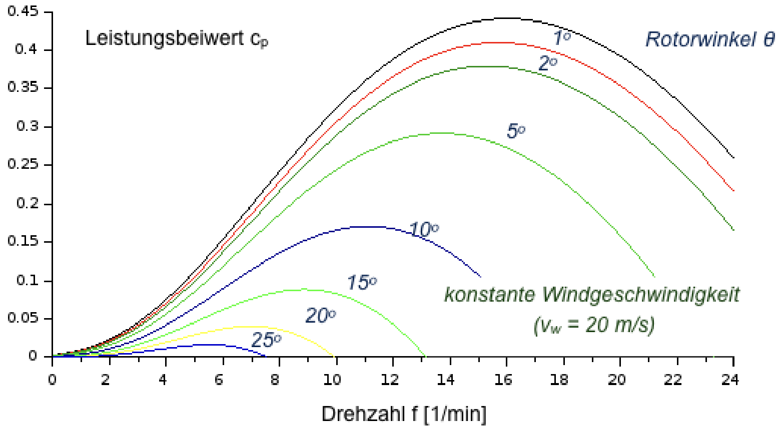


Fixiert man die Schnelllaufzahl (bzw. die Drehzahl bei gegebener Windgeschwindigkeit), so lassen sich die Kennlinien so interpretieren, dass mit steigendem Anstellwinkel des Rotorblattes die Strömung abreisst. Dieser Effekt ist von Tragflächen von Flugzeugen bekannt. Folgende Abbildung zeigt das Kennlinienfeld bei konstanter Drehzahl und variabler Windgeschwindigkeit.

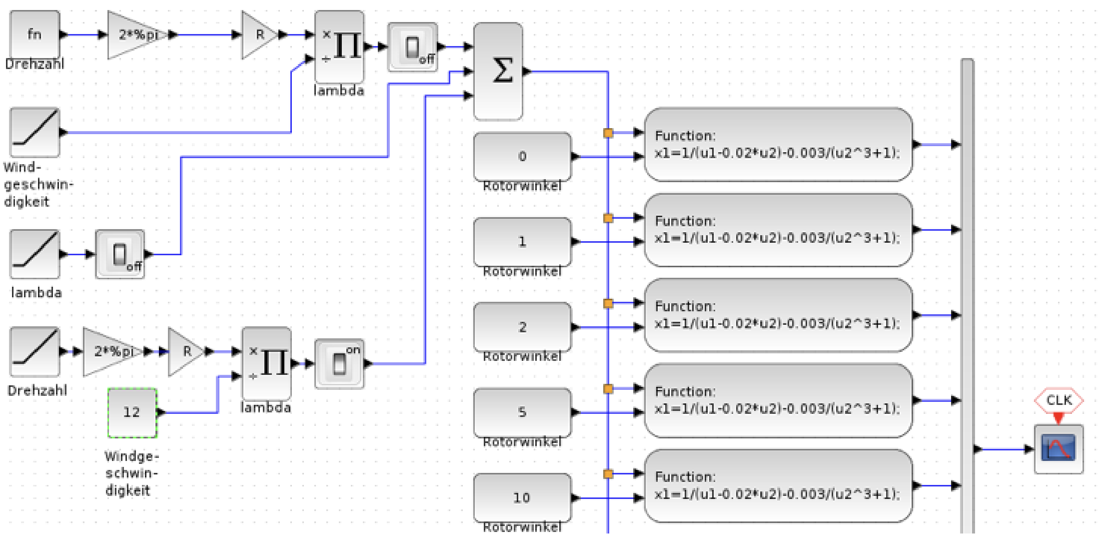


Bei gegebenem Anstellwinkel kommt erst bei einer minimalen Windgeschwindigkeit ein Auftrieb zustande. Analogie zur Tragfläche: Aus diesem Grund müssen Flugzeuge beim Starten auf dem Rollfeld beschleunigen. Überschreitet die Windgeschwindigkeit das Maximum des Leistungsbeiwerts, wird bei gegebener Drehzahl die Leistungsausbeute wieder geringer.

Dieser Zusammenhang wird bei der sogenannten Stall-Regelung ausgenutzt: Hier bleibt der Anstellwinkel der Rotorblätter auf 0 Grad fixiert. Für die Pitch-Regelung (durch Verstellen des Anstellwinkels) ist diese Darstellung weniger geeignet, da eine solche Anlage mit variabler Drehzahl betrieben wird. Hier wird der Anstellwinkel so verändert, dass die Anlage je nach gegebener Windgeschwindigkeit im Maximum betrieben wird, sofern sich dieses im erlaubten Bereich der Drehzahl befindet. Folgende Abbildung zeigt das Kennlinienfeld bei konstanter Windgeschwindigkeit.



Für eine Anlage mit Drehzahlen bis zu 14 Umdrehungen pro Minute würde man bei einem Überangebot an Leistung durch Verstellen des Rotorwinkels abregeln. Die Kurvenscharen wurden durch eine numerische Approximation berechnet.



Nach dem in [9] beschriebenen Verfahren werden die Kennlinien durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$x_1 = \frac{1}{\lambda - 0{,}02 \cdot \theta} - \frac{0{,}003}{\theta^3 + 1} \qquad (4.2.1)$$

$$c_p(\lambda,\theta)=c_1(c_2 \cdot x_1 - c_3 \cdot \theta - c_4 \cdot \theta^x - c5) \cdot e^{-c_6 \cdot x_1} \qquad (4.2.2)$$

Für die Koeffizienten wurden c_1=0,73, c_2=151 c_3=0,58, c_4=0,02, c_5=13,2 und c_6=18,4 verwendet, für den Exponenten x=2.

Frage 4.2.5: Stallregelung. Übersteigt die Windgeschwindigkeit das Maximum der Kennlinie, so sinkt der Leistungsbeiwert. Dieser Zusammenhang erklärt sich durch einen Strömungsabriss (engl. Stall) und sorgt für eine natürliche Begrenzung der Leistung, auch bei fest eingestelltem Winkel der Rotorblätter. Erweitern Sie das Modell so, dass das Kennlinienfeld für den Leistungsbeiwert (in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit und der Drehzahl) für eine Stall-Regelung verwendet wird.

Lösung: …

Frage 4.2.6: Pitchregelung mit Kennlinienfeld. Erweitern Sie das Modell für die Pitch-Regelung so, dass ein Kennlinienfeld für den Leistungsbeiwert in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit und der Drehzahl verwendet wird.

Lösung: …

4.3. Anlagen mit direktgespeisten Asynchronmaschinen

...

Frage 4.3.1: ...

Lösung: ...

Frage 4.3.2: ...

Lösung: ...

Frage 4.3.3: ...

Lösung: ...

Frage 4.3.4: ...

Lösung: ...

4.4. Parkregler

...

Frage 4.4.1: ...

Lösung: ...

Frage 4.4.2: ...

Lösung: ...

Frage 4.4.3: ...

Lösung: ...

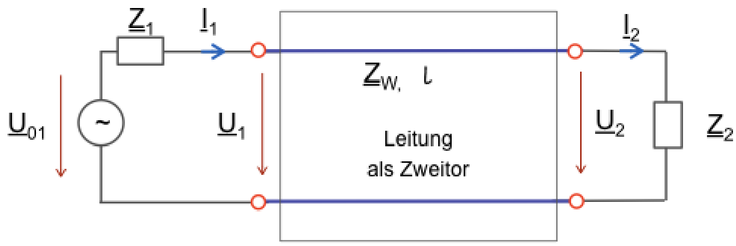
Frage 4.4.4: ...

Lösung: ...

5. Leitungen

5.1. Leitungsmodell

Leitungen zum Transport elektrischer Energie unterscheiden sich in ihrem physikalischen Verhalten nicht von zur Signalübertragung eingesetzten Leitungen. Bei Schaltvorgängen, Lastwechsel, Störungen oder Kurzschlüssen gibt es transiente Effekte der Wellenausbreitung. Auch im eingeschwungenen Zustand gibt es Effekte der Wellenausbreitung (Reflexionen), sofern die Leitung ein Wechselstromsystem transportiert. Im folgenden soll der eingeschwungene Zustand im Betrieb mit Wechselstrom betrachtet werden.



Betrachtet man die Leitung als Zweitor, wie in der Abbildung oben gezeigt, so erhält man bei Vorgabe von Strom und Spannung am Leitungsende erhält man für die die Ströme und Spannungen am Leitungsanfang:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cosh(\underline{\gamma} l) + \underline{Z}_W \underline{I}_2 \sinh(\underline{\gamma} l) \tag{5.1.1}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_W} \sinh(\underline{\gamma} l) + \underline{I}_2 \cosh(\underline{\gamma} l) \tag{5.1.2}$$

Diese Darstellung ist unter der Bezeichnung Kettenparameter bzw. Kettenmatrix geläufig, wenn man folgende Schreibweise verwendet:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Bei einem gegebenen Zweitor lassen sich die Koeffizienten der Kettenmatrix durch passende Beschaltung des Ausgangs ermitteln (z.B. Tor 2 offen: $I_2 = 0$ für a_{11} und a_{21}, bzw. Tor 2 kurzgeschlossen: $U_2 = 0$ für a_{21} und a_{22}).

Das Gleichungssystem lässt sich für das Mitsystem eines Drehstromsystems verwenden, d.h. für den symmetrischen Betriebsfall. In den Gleichungen (5.1.1) und (5.1.2) bedeuten

$$\underline{Z}_W = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \tag{5.1.3}$$

den Wellenwiderstand der Leitung und

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \tag{5.1.4}$$

die Ausbreitungskonstante der Leitung.

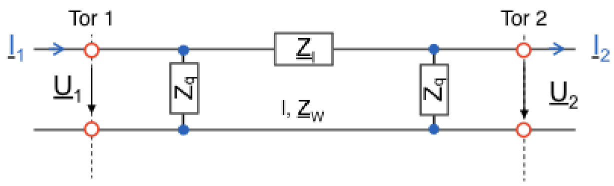
Die Leitung ist somit durch ihren Wellenwiderstand $\underline{Z}_W$ und ihre Länge l beschrieben. Hierbei bedeuten R‘ den Widerstandsbelag der Leitung (in Ω/m) in Ausbreitungsrichtung, L‘ den Induktivitätsbelag der Leitung in Ausbreitungsrichtung (in H/m), G‘ den Leitwertbelag der Leitung quer zur Ausbreitungsrichtung (in S/m), und C‘ den Kapazitätsbelag der Leitung (in F/m).

Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit: Zur Berechnung der Wellenlänge ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit erforderlich. Die Wellenlänge ist die Strecke, die die Welle innerhalb einer

Periode zurücklegt, d.h. $\lambda = v_c / f$ wobei f die Frequenz der Welle bedeutet und v_c die Ausbreitungsgeschwindigkeit. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnet sich aus

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \qquad (5.1.5)$$

Frage 5.1.1: Pi-Ersatzschaltung. Folgende Abbildung zeigt ein Zweitor aus den diskreten Elementen Bestimmen Sie die Werte der diskreten Elemente durch Vergleich der Koeffizienten mit der Kettenmatrix der Leitung.



Lösung: Aus der Beschaltung Tor 2 offen ($I_2 = 0$) errechnen sich a_{11} und a_{21}. Aus Tor 2 kurzgeschlossen ($U_2 = 0$) errechnen sich a_{21} und a_{22}. Man erhält folgendes Ergebnis:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\underline{Z}_l \underline{Y}_q & \underline{Z}_l \\ \underline{Y}_q (2+\underline{Z}_l \underline{Y}_q) & 1+\underline{Z}_l \underline{Y}_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \qquad (5.1.6)$$

Hieraus ermittelt man durch Koeffizientenvergleich:

$$\underline{Z}_l = \underline{Z}_W \cdot \sinh(\underline{\gamma} l) \qquad (5.1.7)$$

$$\underline{Y}_q = \frac{\cosh(\underline{\gamma} l) - 1}{\underline{Z}_W \cdot \sinh(\underline{\gamma} l)} = \frac{\tanh(\underline{\gamma} l)}{\underline{Z}_W} \qquad (5.1.8)$$

Frage 5.1.2: Einfluß der Leitungslänge. Die Leitungsparameter R‘, L‘, C‘ und G‘ bestimmen die Kenngrößen $\underline{Z}_W$ und $\underline{\gamma}$. Als weiterer Parameter ist die Leitungslänge l entscheidend. Welchen Einfluß hat die Leitungslänge in dem gegebenen Leitungsmodell? Verwenden Sie als Beispiel den Fall $U_2 = 0$ (am Ausgang kurzgeschlossene Leitung).

Lösung: Der Einfluß geht aus dem Produkt $\underline{\gamma}$ l hervor. Die Hyperbelfunktionen stellen hierbei eine verkürzte Schreibweise dar für folgende Ausdrücke:

$$\cosh(\underline{\gamma} l) = \frac{1}{2} e^{\underline{\gamma} l} + \frac{1}{2} e^{-\underline{\gamma} l} \qquad (5.1.9)$$

$$\sinh(\underline{\gamma} l) = \frac{1}{2} e^{\underline{\gamma} l} - \frac{1}{2} e^{-\underline{\gamma} l} \qquad (5.1.10)$$

Setzt man hier $\underline{\gamma} = a + j\beta$ ein (siehe Gleichung 5.1.4), so ergeben sich Anteile der Form

$$e^{-\underline{\gamma} l} = e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l} \quad \text{bzw.} \quad e^{\underline{\gamma} l} = e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} \qquad (5.1.11)$$

Ersterer Anteil $e^{-\alpha l}$ stellt eine Dämpfung mit fortschreitender Leitungslänge l dar. Der zweite Anteil $e^{-j\beta l}$ ist periodisch, wobei die Ausbreitungskonstante $\beta = 2\pi/\lambda$ beträgt. Die Periode beträgt somit eine Wellenlänge. Beispiel: Für die am Ausgang kurzgeschlossene Leitung gilt

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_l \cdot \underline{I}_2 = \underline{Z}_W \cdot \sinh(\underline{\gamma} l) \cdot \underline{I}_2 \qquad (5.1.12)$$

Da der Wellenwiderstand konstant ist, besteht die Spannung am Eingang im Verhältnis zum Strom am Ausgang aus der Überlagerung der beiden exponentiellen Anteile aus Gleichung (5.1.9).

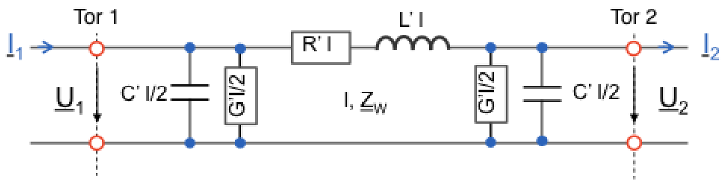
Frage 5.1.3: Ersatzschaltbild für kurze Leitungen. Eine Leitung gilt als kurz, wenn $|\underline{\gamma} l| << 1$. Wegen der Periodizität des zweiten Anteils $e^{-j\beta l} = e^{-j2\pi l/\lambda}$ ist dies in der Realität dann der Fall, wenn $l < \lambda/4$. Die Leitungslänge sollte also deutlich unter einer Viertelwellenlänge liegen. Berechnen Sie das Ersatzschaltbild für eine kurze Leitung. Für welche Leitungslängen ist dieses Modell in einem 50 Hz Wechselstromsystem gültig, wenn sich die Wellen annähernd mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten? Hinweis: Verwenden Sie folgende Näherungen: $\sinh(x) \approx x$; $\cosh(x) \approx 1 + x^2/2$.

Lösung: Gesucht sind die Näherungen für die Längsimpedanz $\underline{Z}_l$ und den Queradmittanz $\underline{Y}_q$ gemäß Gleichungen (5.1.7) und (5.1.8). Durch Einsetzen der genannten Näherungen errechnet man:

$$\underline{Z}_l = \underline{Z}_W \cdot \sinh(\underline{\gamma} l) \approx \underline{Z}_W \underline{\gamma} l = (R' + j\omega L')l \qquad (5.1.7')$$

$$\underline{Y}_q = \frac{\cosh(\underline{\gamma} l) - 1}{\underline{Z}_W \cdot \sinh(\underline{\gamma} l)} \approx \frac{\underline{\gamma} l}{2\underline{Z}_W} = \frac{1}{2}(G' + j\omega C')l \qquad (5.1.8')$$

Folgende Abbildung zeigt das Ersatzschaltbild der kurzen Leitung.



Leitungslängen bei 50 Hz: Mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $c = 300\ 10^6$ m/s (Lichtgeschwindigkeit) wird innerhalb einer Periode von 20 ms eine Entfernung von 6000 km zurückgelegt. Diese Entfernung entspricht der Wellenlänge. Eine Viertelwellenlänge wäre somit bei 1500 km Leitungslänge gegeben. Eine 1/8 Wellenlänge wäre mit 750 km deutlich unter diesem Wert. In der Energietechnik gilt diese Näherung also praktisch immer.

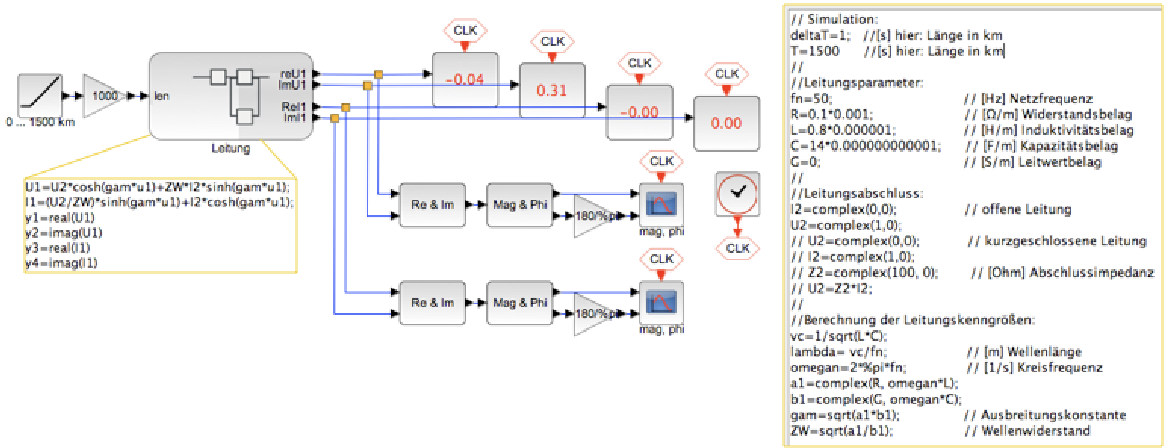
Längere Leitungen in dieser Größenordnung gibt es hier in den Übertragungsnetzen. Bei längeren Leitungen sind im Umkehrschluss Welleneffekte zu berücksichtigen. Sollen Oberwellen oberhalb 50 Hz berücksichtigt werden, muss die Leitungslänge für die Näherung entsprechend verkürzt werden.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnet sich ebenfalls aus den Leitungsparametern (siehe Gleichung 5.1.5). Alternativ lässt sich sich aus der relativen Dielektrizitätskonstanten ε_r der Leitung abschätzen. Gegenüber der Lichtgeschwindigkeit verkleinert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit um den Faktor $1/\sqrt{\varepsilon_r}$. Bei bei Freileitungen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit somit annähernd gleich der Lichtgeschwindigkeit. Bei Kabeln ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit geringer (ca. 2/3 der Lichtgeschwindigkeit bei $\varepsilon_r = 2{,}4$).

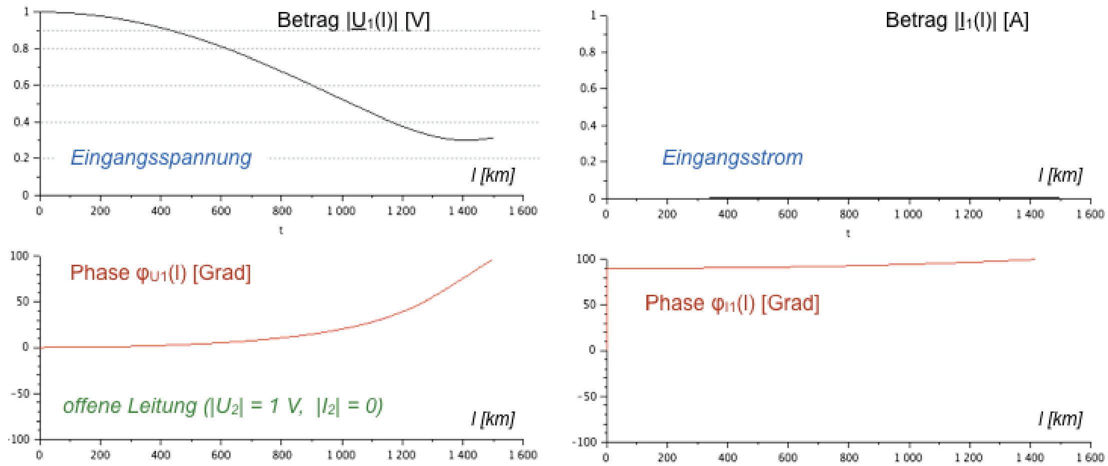
Frage 5.1.4: Simulation der Leitungsgleichungen. Für eine Freileitung seine folgende Parameter gegeben: L‘ = 0.8 mH/km, C‘= 14 nF/km, R‘ = 0,1 Ω/km, G‘ = 0. Berechnen Sie den Verlauf der Eingangsspannung in relativen Einheiten (pu-System) in Abhängigkeit der Leitungslänge für folgende Abschlussbedingungen: (1) Leerlauf am Ausgang, (2) Kurzschluss am Ausgang, (3) $Z_2 = R_2 = 240\ \Omega$. Die Leitung wird mit 50 Hz Wechselstrom betrieben. Hinweis: Verwenden Sie die Leitungsgleichungen (5.1.1) und (5.1.2).

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt die Simulation der Leitung.

Je nach Abschlussbedingung erhält über der Leitungslänge Spannungseinbußen oder Spannungserhöhungen. Simuliert wurde bis zur Viertelwellenlänge (λ/4 = 1500 km).

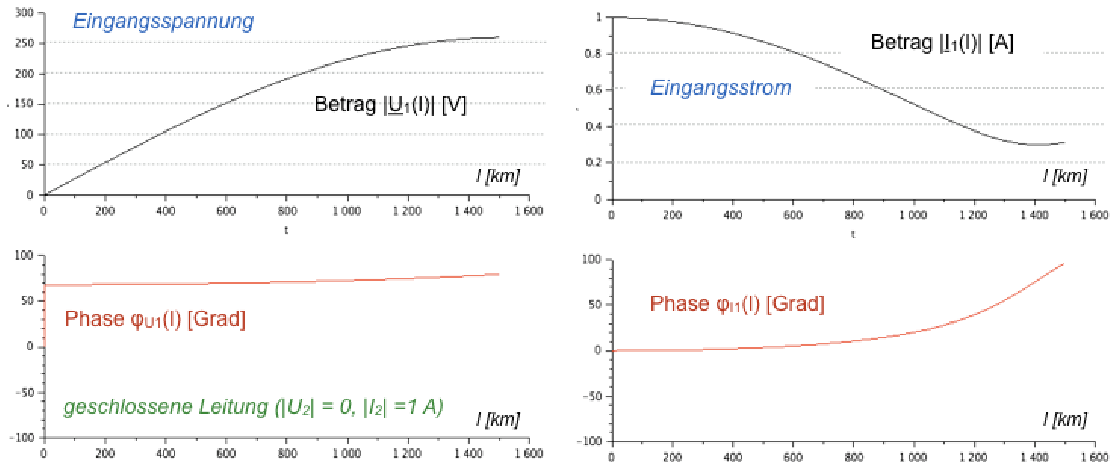


(1) offene Leitung (Leerlauf am Ausgang):



Die Ausgangsspannung U_1 wurde auf 1V festgelegt (mit Phasenwinkel 0), der Ausgangsstrom I_1 auf 0. Bei einer Entfernung von 200 km hat die Eingangsspannung bereits um 10% nachgegeben. Bis zum Anfang des Viertelwellenleiters deuten sich kurzschlussartige Verhältnisse an (niederohmiges Verhall-ten). Gleichung (5.1.1) erklärt dieses Verhalten. Der Strom eilt der Spannung voraus. Die leer laufende Leitung verhält sich kapazitiv.

(2) kurzgeschlossene Leitung:

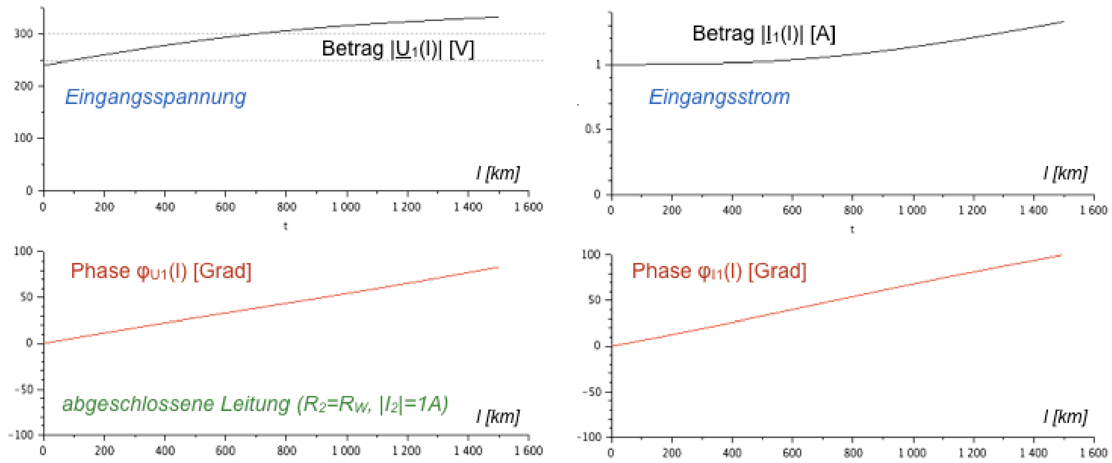


Als Abschlussbedingungen wurden U_1 = 0 und I_1 = 1A festgelegt (mit Phasenwinkel 0). Zum Anfang der Leitung ergibt sich ein Anstieg der Spannung. Dieses Verhalten ist wegen der Beläge R‘ und L‘ zu erwarten. Gleichzeitig sinkt der Betrag des Stromes mit wachsender Leitungslänge, was an einer Kombination aus R und L wenig plausibel erscheint, da der Ausgangsstrom ja auf 1 A fixiert wurde. Eine mathematische Erklärung liefert Gleichung (5.1.2).

Anschaulich bedeutet ein Kurzschluss am Leitungsende, dass die Stromwelle am Ende der Leitung mit gleichem Vorzeichen zurückgeworfen wird. Am Eingang eines Viertelwellenleiters trifft sie dann mit einer laufzeitbedingten Verzögerung von π=180 Grad auf die nun umgekehrte gepolte einlaufende Stromwelle. Beide Anteile löschen sich aus, bis auf Leitungsverluste. Das ursprünglich niederohmige Verhalten ($|U_1|/|I_1|$ = 0) ändert sich in ein hochohmiges Verhalten zum Leitungsanfang hin. Im Idealfall (verlustlose Leitung) würde ein Kurzschluss durch einen Viertelwellenleiter in einen Leerlauf übersetzt.

Die Spannung eilt dem Strom voraus. Diel Leitung verhält sich induktiv.

(3) Abschluss mit dem Wellenwiderstand der Leitung:



Die Leitung wurde mit R_2 = 240 Ω abgeschlossen, was dem Wellenwiderstandes $\underline{Z}_W = R_W$ im verlustfreien Fall entspricht. Der Strom wurde zum Vergleich mit Fall (2) wieder auf $|I_1|$ = 1 A fixiert (mit Phasenwinkel 0). Als Alternative hätte man auch die Spannung U_1 fixieren können, was dem realen Betrieb im Netz näher kommt.

In diesem Fall zeigt die Leitung das für einen Widerstandsbelag R‘ zu erwartende Verhalten: Über der Leitung fällt die Spannung annähernd linear ab, der Strom annähernd konstant. Strom und Spannung bleiben annähernd in Phase zu-einander. Der linear wachsende Phasenwinkel ist laufzeitbedingt. Da die Leitung vom Ende her be-trachtet wird, steigt der Phasenwinkel zum Anfang der Leitung hin an.

Frage 5.1.5: Wieso ist die Beschaltung am Eingang nicht relevant für die Ergebnisse? Erläutern Sie die Wellenausbreitung für die harmonische Anregung (sinusförmige Wechselspannung) mit Hilfe hinlaufender und rücklaufender Wellen und Reflexionen am Leitungsende und Leitungsanfang. Hinweis: Die Anregung (Einspeisung durch die Spannungsquelle) erzeugt hierbei eine erzwungene Schwingung (mathematisch: partikuläre Lösung der Wellengleichung).

Lösung: Der hinlaufende Anteil der Eingangsspannung $U_1(t)$ wird erzwungen. Nach Abklingen der transienten Reflexionen nach dem Einschalten der Spannungsquelle (homogene Lösung der Wellengleichung) verbleibt für die hinlaufende Welle nur noch der erzwungene Anteil. Am Ausgang spielen jedoch die Reflexionen eine Rolle. Die Eingangsspannung setzt sich aus der Überlagerung der rücklaufenden Welle mit der hinlaufenden Welle zusammen. Daher kann es zu Spannungsüberhöhungen in der Leitung kommen.

Frage 5.1.6: Simulation der Ersatzschaltung für kurze Leitungen. Für eine Freileitung seine folgende Parameter gegeben: L‘ = 0.8 mH/km, C‘= 14 nF/km, R‘ = 0,1 Ω/km, G‘ = 0. Berechnen Sie den Verlauf der Eingangsspannung in Abhängigkeit der Leitungslänge für folgende Abschlussbedingungen: (1) Leerlauf am Ausgang, (2) Kurzschluss am Ausgang, (3) $Z_2 = R_2 = \Omega$. Die Leitung wird mit 50 Hz Wechselstrom betrieben. Hinweis: Verwenden Sie die Ersatzschaltung für kurze Leitungen gemäß Gleichungen (5.1.6‘) und (5.1.7‘).

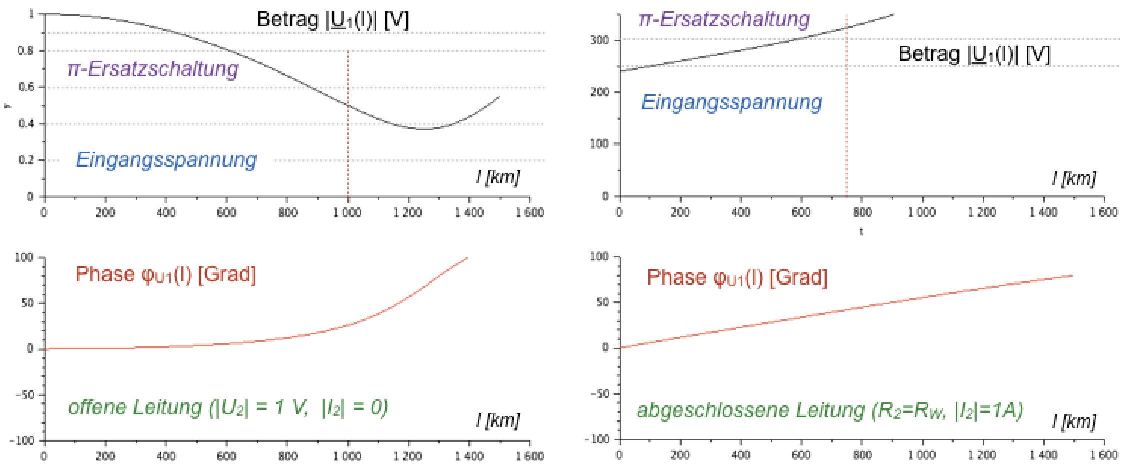
Lösung: Für die Näherung werden die Gleichungen (5.1.6), (5.1.7‘) und (5.1.8‘) verwendet:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\underline{Z}_l\,\underline{Y}_q & \underline{Z}_l \\ \underline{Y}_q(2+\underline{Z}_l\,\underline{Y}_q) & 1+\underline{Z}_l\,\underline{Y}_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \qquad (5.1.6)$$

$$\underline{Z}_l \approx (R'+j\omega L')\,l \qquad (5.1.7‘)$$

$$\underline{Y}_q \approx \frac{1}{2}(G'+j\omega C')\,l \qquad (5.1.8‘)$$

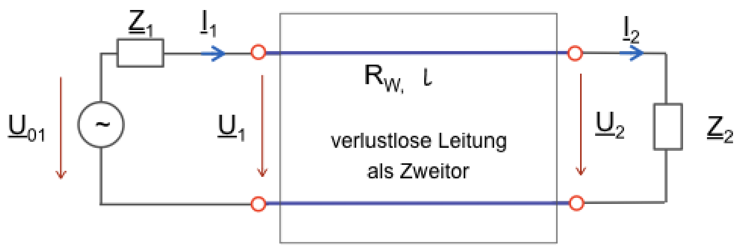
Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf:



Es zeigt sich, dass die PI-Ersatzschaltung mit den angenäherten Werten für die Längsimpedanz Z_l und die Queradmittanz Y_d im Rahmen der Vorgaben bis zu Leitungslängen von ca. λ/8 brauchbare Ergebnisse liefert.

5.2. Verlustlose Leitung

Eine verlustlose Leitung eignet sich speziell für analytische Betrachtungen. Näherungsweise sind Leitungen im Übertragungsnetz und in der Hochspannungsebene verlustlos. Hier gilt es auch, größere Entfernungen zu überbrücken. In der Mittelspannungsebene und Niederspannungsebene sind stets Verluste zu berücksichtigen. Folgende Abbildung zeigt die Leitung als Zweitor.



Gegenüber dem allgemeinen Fall gelten nun: R‘ = 0 und G‘ = 0. Die Leitungsparameter beschränken sich somit auf den Induktivitätsbelag L‘ und den Kapazitätsbelag C‘. Hierdurch ergeben sich für den Wellenwiderstand und die Ausbreitungskonstante:

$$\underline{Z}_W = R_W = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \tag{5.2.1}$$

$$\underline{\gamma} = j\beta = j\omega\sqrt{L'C'} = j\omega / v_c = j\frac{2\pi}{\lambda} \tag{5.2.2}$$

Für die Ströme und Spannungen erhält man aus den Gleichungen (5.1.1) und (5.1.2):

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + jR_W \underline{I}_2 \sin(\beta l) \tag{5.2.3}$$

$$\underline{I}_1 = j\frac{\underline{U}_2}{R_W}\sin(\beta l) + \underline{I}_2 \cos(\beta l) \tag{5.2.4}$$

Die Hyperbelfunktionen reduzieren sich nun auf einfache Sinus- und Kosinus-Funktionen mit reellen Parametern. Die Abschlussbedingungen der Leitung durch Vorgabe von U_1 und I_2 sind wie im vergangenen Abschnitt erläutert. Die Verhältnisse sind jedoch etwas überschaubarer: Für eine leer laufende Leitung ($I_2 = 0$) wird man einen kosinusförmigen Verlauf der Eingangsspannung über der Leitungslänge erwarten (Gleichung 5.2.3). Der Strom am Eingang zeigt über der Leitungslänge einen Sinusförmigen Verlauf (Gleichung 5.2.4)

Dieser Verlauf gibt die Einhüllende der stehenden Spannungswelle bzw. Stromwelle über der Leitung wieder. Im Leerlauf ist die Spannung am Leitungsende maximal (Spannungsbauch), der Strom am Leitungsende minimal (Stromknoten). Für einen Viertelwellenleiter kehren sich diese Verhältnisse am Leitungsanfang genau um.

Frage 5.2.1: Skizzieren Sie den Verlauf von Strom und Spannung über der Leitungslänge für folgende Abschlussbedingung: $I_2 = 0$ (offene Leitung), U_2 = 1 V (Leerlaufspannung). Variieren Sie die Leitungslänge bis zu einer Viertelwellenlänge. Wie würde sich der Verlauf von Strom und Spannung bis einer Leitungslänge von $\lambda/2$ fortsetzen? Wie ändert sich die Eingangsimpedanz als Verhältnis $|U_1| / |I_1|$?

Frage 5.2.2: Skizzieren Sie den Verlauf von Strom und Spannung über der Leitungslänge für folgende Abschlussbedingung: $U_2 = 0$ (Kurzschluss), I_2 = 1 A (Kurzschlussstrom). Variieren Sie die Leitungslänge bis zu einer Viertelwellenlänge. Wie würde sich der Verlauf von Strom und Spannung bis einer Leitungslänge von $\lambda/2$ fortsetzen? Wie ändert sich die Eingangsimpedanz als Verhältnis $|U_1| / |I_1|$?

Frage 5.2.3: Berechnen Sie analytisch Spannung und Strom am Eingang der Leitung, wenn die Leitung mit $Z_2 = R_2$ abgeschlossen ist. Welchen Einfluss hat der Wert des Abschlusswiderstandes auf Strom und Spannung am Leitungsanfang? Erläutern Sie das Verhalten für (1) $R_2 < R_W$, (2) $R_2 = R_W$ und (3) $R_W < R_2$.

Lösungsansatz: Setzt man die Beziehung $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = R_2 \underline{I}_2$ am Leitungsende ein, so erhält man

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + j\frac{R_W}{R_b}\underline{U}_2 \sin(\beta l) \tag{5.2.5}$$

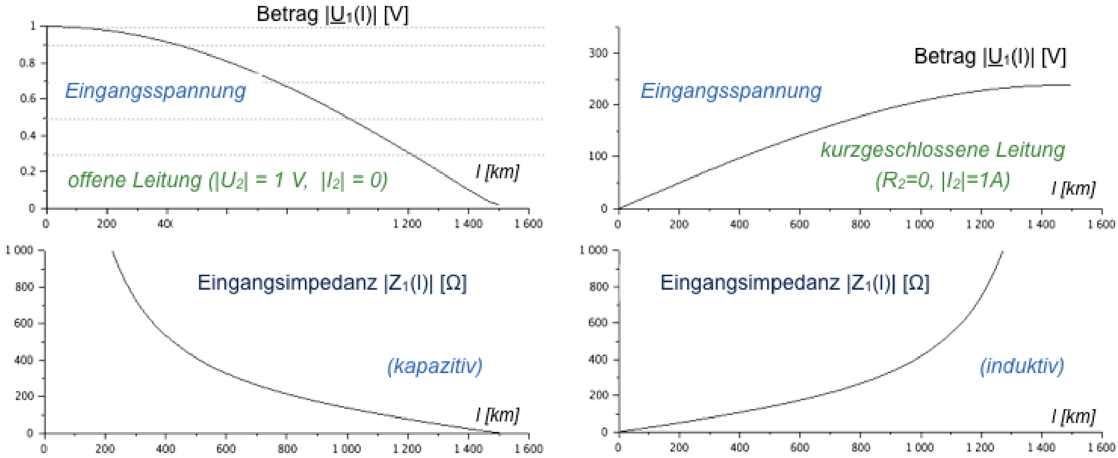
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cos(\beta l) + j\frac{R_b}{R_W}\underline{I}_2 \sin(\beta l) \tag{5.2.6}$$

Der Fall $R_2 < R_W$ ist näher am Kurzschluss ($R_2 = 0$), der Fall $R_W < R_2$ ist näher am Leerlauf ($R_2 \to \infty$).

Frage 5.2.4: Eingangsimpedanz. Berechnen Sie analytisch aus Spannung und Strom am Eingang der Leitung die Eingangsimpedanz der Leitung. Die Leitung sei mit $Z_2 = R_2$ abgeschlossen. Wie verhält sich die Eingangsimpedanz für (1) $R_2 < R_W$, (2) $R_2 = R_W$ und (3) $R_W < R_2$?

Frage 5.2.5: Simulieren Sie eine Leitung mit passender Beschaltung am Leitungsende und analysieren Sie Ströme und Spannungen. Untersuchen Sie die Phasenbeziehungen in Abhängigkeit der Leitungslänge.

Lösungsbeispiel: Ströme und Spannungen zeigen das als Hüllkurven des Anteils stehender Wellen erwartete Verhalten. Die Eingangsimpedanz als Verhältnis von Spannung zu Strom ändert sich in Abhängigkeit der Leitungslänge. Die Grenzfälle Kurzschluss und Leerlauf werden mit fortschreitender Leitungslänge beim Viertelwellenleiter in ihren Kehrwert transformiert.



Der angepasste Fall ($R_2 = R_W$) ist reflexionsfrei und daher frei von stehenden Wellen. Hier spielt die verlustfreie Leitung nur die Rolle einer laufzeitbedingten Verzögerung.

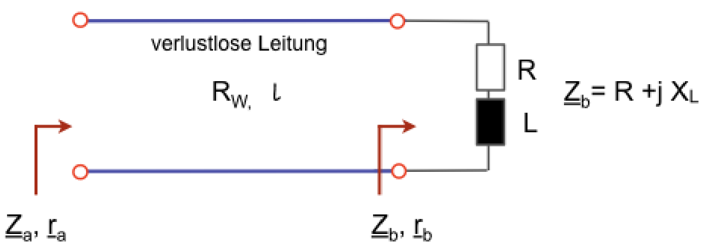
Frage 5.2.6: Bei längeren Leitungen und starker Last ergeben sich bei einer Fehlanpassung (Abschluss $R_2 \ll R_W$) am Anfang der Leitung Spannungsüberhöhungen. Umgekehrt ergeben sich bei schwacher Last (Abschluss $R_2 \gg R_W$) Spannungseinbußen. Wie lassen sich diese Effekt in der Praxis kompensieren?

5.3. Leitungstransformation

Eine weitere für analytische Betrachtungen geeignetes Modell ist der Reflexionsfaktor. Eine verlustlose Leitung transformiert nur die Phase des Reflexionsfaktors vom Leitungsende zum Leitungsanfang. Der Reflexionsfaktor am Leitungsende errechnet sich aus der Abschlussimpedanz. Umgekehrt kann man aus dem Reflexionsfaktor am Eingang der Leitung die Eingangsimpedanz errechnen.

Der Reflexionsfaktor definiert den Anteil der am jeweiligen Ort reflektierten Spannungswelle. Daher lässt sich mit dieser Methode das Verhalten einer Leitung plausibel erklären. Hierunter fallen auch transiente Vorgänge, z.B. bei Einschalten der Spannung.

Folgende Abbildung zeigt eine verlustlose Leitung der Länge l mit Wellenwiderstand R_W.



Die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_a$ am Anfang der Leitung ergibt sich aus der Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_b$ wie folgt: Aus der Abschlussimpedanz $\underline{Z}_b$ errechnet sich der Ausgangsreflexionsfaktor $\underline{r}_b$

$$\underline{r}_b = \frac{\underline{Z}_b - R_W}{\underline{Z}_b + R_W} \qquad (5.3.1)$$

Hieraus berechnet sich der Eingangsreflexionsfaktor

$$\underline{r}_a = \underline{r}_a \, e^{-j2\beta l} \qquad (5.3.2)$$

Aus dem Eingangsreflexionsfaktor errechnet sich die Eingangsimpedanz zu

$$\underline{Z}_a = \frac{1+\underline{r}_a}{1-\underline{r}_a} R_w \qquad (5.3.3)$$

Frage 5.3.1: Erläutern Sie die Leitungstransformation mit Hilfe von Gleichung (5.3.2). Skizzieren Sie hierzu den Reflexionsfaktor in der komplexen Ebene. Erläutern Sie folgende Fälle (1) offene Leitung, (2) kurzgeschlossene Leitung, (3) Abschluss mit $R_b = R_W$. Welchen Wertebereich hat der Betrags des Reflexionsfaktors liegt bei $-1 < |r_b| < 1$. (siehe Gleichung 5.3.1).

Lösung: (1) offene Leitung: r_b=-1, (2) Kurzschluss: r_b=-1, (3) Anpassung: r_b=0

Wertebereich des Betrags des Reflexionsfaktors: $-1 < |r_b| < 1$. (siehe Gleichung 5.3.1)

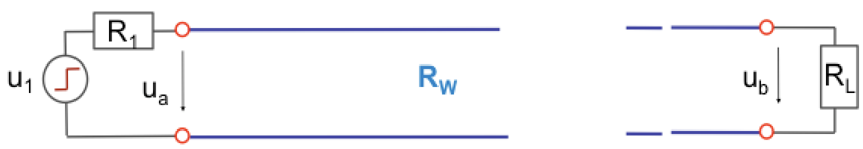
Leitungstransformation: Kreis in mathematisch negativer Richtung (= Phasenverschiebung von $\underline{r}_b$). Im Falle der Anpassung (r_b=0) ist die Transformation daher invariant.

Frage 5.3.2: Eingangsimpedanz. Welche Eingangsimpedanz ergibt sich mit fortschreitender Leitungslänge für die unter Frage 5.3.1 genannten Fälle? Hinweis: Verwenden Sie Gleichung (5.3.3).

Frage 5.3.3: (1) Welche Transformationseigenschaften hat eine λ/4-Leitung? (2) Welche Eingangsimpedanz ergibt sich mit r_b=-1/3 mit einer λ/8-Leitung mit Wellenwiderstand R_W= 240 Ω? Wie verhält sich diese Leitung eingangsseitig? (3) Wie würde sich eine Viertelwellenleitung mit den Werten aus (2) verhalten?

Frage 5.3.4: Einschaltvorgang. Was geschieht beim Einschalten einer Gleichspannungsquelle an eine Leitung? Es sei folgende Fall angenommen: Kabel der Länge 200 m, Wellenwiderstand 50 Ω, Abschlusswiderstand R_b = 10 Ω, Innenwiderstand der Spannungsquelle 2 Ω. Welche Laufzeit ergibt sich bei einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $v_c = 200\ 10^6$ m/s (Kabel). Welcher Zustand besteht im eingeschwungenen Zustand? Welcher Zustand besteht unmittelbar nach dem Einschalten? Hinweis: Welchen Widerstand sieht die initiale einlaufende Welle? Wie nähern sich diese Zustände an?

Lösung: siehe Tabellenkalkulation zu Kapitel 5 (bei den Modellen). Folgende Abbildung zeigt das Szenario:

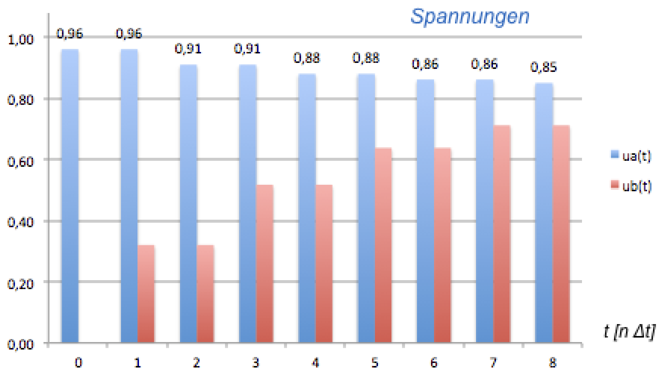


R1 =	2	Ohm		Reflexionsfak	rb=	-0,67		Leitungslänge:			200,00	m	
R2 =	10	Ohm			ra=	-0,92		Ausbreitungsgeschwindigkeit:			200,00	10000000	m/s
Rw =	50	Ohm											
								Laufzeit: Δt=	1	us			

Initialer Zustand: Die einlaufende Spannungsquelle sieht zunächst nur den Wellenwiderstand R_W. Über dem Spannungsteiler $R_W/(R_1+R_W)$ ergibt sich der Wert der initialen Spannungswelle.

Eingeschwungener Zustand: Spannungsteiler $R_b/(R_1+R_b)$. Hier spielt der Wellenwiderstand keine Rolle mehr. Es herrschen nun stationäre Zustände.

Dazwischen: Fortgesetzte Reflexionen, siehe folgende Abbildung. Die initiale Spannungswelle wird am Ende der Leitung reflektiert (Anteil = Ausgangsreflexionsfaktor). Die rücklaufende Welle überlagert sich mit der initialen Wellenfront. Die rücklaufende Welle wird dann am Leitungsanfang erneut reflektiert (Achtung: Reflexionsfaktor aus der Impedanz der Spannungsquelle R_1 und dem Wellenwiderstand R_W. Hier spielt die Eingangsimpedanz der Leitung im eingeschwungenen Zustand keine Rolle).



Es ergeben sich fortgesetzte Reflexionen. Nach einigen Iterationen ist der eingeschwungene, stationäre Zustand erreicht. Die Dauer der transienten Vorgänge ist hier wegen der kurzen Laufzeit eben-falls kurz, jedoch leicht messbar.

5.4. Betriebsfälle

Eine 110 kV Freileitung besitzt folgende Leitungsparameter: R‘ = 0,1 Ω/km, L‘ = 1,21 mH/km, C‘ = 9,4 nF/km, G‘ = 40 nS/km. Die Leitungslänge beträgt 100 km. Es sollen folgende Betriebsfälle untersucht werden:

- Starklast: 50 MW Leistung
- Schwachlast: 5 MW Leistung
- optimaler Betrieb der Leitung mit natürlicher Leistung
- Schaltvorgänge.

Im optimalen Betriebsfall soll die Leitung mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen werden. In diesem Fall arbeitet sie reflexionsfrei und ohne Spannungsprobleme.

Starklast

Frage 5.4.1: Ermitteln Sie die Wellengrößen der Leitung und schätzen Sie Strom und Spannung am Leitungsanfang ab. Gehen Sie zunächst davon aus, dass die Leitung reine Wirkleistung liefern soll (d.h P = 50 MW, cos(ϕ) = 1).

Lösung: Wellengrößen: R_W= 359 Ω, v_c = 0,99 c, Leitungslänge l = 0,02 λ.

Leistung an der Abschlussimpedanz R_2: $P_{strang} = U_{strang}^2/R_2$. Gesamtleistung des Drehstromsystems: $P = 3\ P_{strang} = 3\ U_{strang}^2/R_2 = 3\ (U_n^2/\surd 3) / R_2 = U_n^2 / R_2$.

Für die Abschlussimpedanz ergibt sich hieraus: $R_2 = U_n^2/ P$ = 242 Ω.

PI-Ersatzschaltung: Im Längszweig R = 10 Ω und $X_l = \omega L$ = 38 Ω. Hiermit näherungsweise am Leitungsanfang insgesamt $\underline{Z}_e$ = 252 Ω + j 38 Ω (wegen Vernachlässigung der Queradmittanzen). Hiermit leicht induktives Verhalten. Der Betrag Eingangsspannung muss wegen des Spannungsteilers um maximal einen Faktor 290/242 ≈ 1,2 über der Ausgangsspannung liegen.

Frage 5.4.2: Simulation. Überprüfen Sie die Ergebnisse Ihrer Abschätzung durch eine Simulation.

Lösung: $|U_1|$ = 115 kV, $|I_1|$ = 453 A, Eingangsimpedanz Z_e = 253 Ω + j 20 Ω bzw. $|Z_e|$ = 254 Ω und φ_z = 4°. Die Abweichungen sind durch die Vernachlässigung der Querimpedanzen bedingt. Hierdurch ist die Leitung insgesamt weniger induktiv. Die Eingangsspannung hätte man mit einem Zeigerdiagramm genauer abschätzen können.

Schwachlast

Frage 5.4.3: Schätzen Sie Strom und Spannung am Leitungsanfang ab. Gehen Sie zunächst davon aus, dass die Leitung reine Wirkleistung liefern soll (d.h P = 5 MW, cos(ϕ) = 1).

Lösung: Für die Abschlussimpedanz ergibt sich hieraus: $R_2 = U_n^2 / P = 2420\ \Omega$.

Für den Strom am Leistungsausgang erhält man somit $I_2 = U_n / R_2 = 45$ A.

PI-Ersatzschaltung: Im Längszweig R = 10 Ω und $X_l = \omega L = 38\ \Omega$. Im Querzweig insgesamt G = 4 uS und $B_q = \omega C = 295$ uS.

Der Ladestrom für die Leitungskapazität beträgt somit $I_C = \omega C\ U_n = 32$ A. Der Querzweig ist also nicht zu vernachlässigen.

Für die Admittanz im gesamten Längszweig berechnet man näherungsweise: $Z_{l,ges} = 2520\ \Omega + j\ 38\ \Omega$. Die zugehörige Admittanz wäre also $G_{l,ges} \approx$ 1/2500 S ≈ 400 uS. Aus der Parallelschaltung errechnet man für die Admittanz am Leitungsanfang: $Ye \approx G_{l,ges} + j\ Bq \approx 400$ uS + j 295 uS.

Hiermit ergibt sich kapazitives Verhalten, der Eingangsstrom eilt der Eingangsspannung um tan φ ≈ 295/400 ≈ 32/45 vor (d.h. φ ≈ 62°). Der Betrag des Eingangsstroms sollte bei $|I_1| \approx \sqrt{(32^2 + 45^2)} \approx 55$ A liegen. Der Betrag der Eingangsspannung sollte dem Betrag der Ausgangsspannung entsprechen.

Frage 5.4.4: Simulation. Überprüfen Sie die Ergebnisse Ihrer Abschätzung durch eine Simulation.

Lösung: $|U_1|$ = 110 kV, $|I_1|$ = 55 A mit φ ≈ 35°, Eingangsimpedanz $Z_e = 1634\ \Omega - j\ 1121\ \Omega$ bzw. $|Z_e|$ = 1981 Ω und $\varphi_z = 34°$. Die Abweichungen sind durch die Vernachlässigung der Längsinduktivität bedingt. Hierdurch ist die Leitung insgesamt etwas weniger kapazitiv.

Natürliche Leistung

Im sogenannten natürlicher Betrieb wird die Leitung mit einer Lastimpedanz der Größe ihres Wellenwiderstandes abgeschlossen. In diesem Fall sollten sich keinerlei Reflexionen ergeben. Die Leitung funktioniert übertragungstechnisch als reines Verzögerungsglied. Die Verzögerung sind laufzeitbedingt und lassen sich aus der Leitungslänge und der Ausbreitungsgeschwindigkeit errechnen.

Bei Abschluss mit einer festen Impedanz und festgelegter Spannungsebene ist auch die Leistung, die eine Leitung transportiert, festgelegt. Man bezeichnet diese Leistung im natürlichen Betrieb als natürliche Leistung. Sie berechnet sich wie folgt:

- Leistung an der Abschlussimpedanz R_W pro Strang: $P_{strang} = U_{strang}^2 / R_W$.
- Gesamtleistung: $P_{nat} = 3\ P_{strang} = 3\ U_{strang}^2 / R_W = 3\ (U_n^2/\sqrt{3}) / R_W = U_n^2 / R_2$.

Für die eingangs genannten Leitungsparameter berechnet man:

- $R_W = \sqrt{(L'/C')} = 359\ \Omega$.
- Somit folgt für $P_{nat} = U_n^2 / R_2$ in der 110 kV Ebene: $P_{nat} = 34$ MW.

Die bisher betrachteten Lastzustände liegen also oberhalb der natürlichen Leistung (Starklast, induktives Verhalten) bzw. unterhalb der natürlichen Leistung (Schwachlast, kapazitives Verhalten.

Frage 5.4.5: Schätzen Sie Strom und Spannung am Eingang der Freileitung mit den eingangs genannten Leitungsparametern ab. Berechnen Sie die Verzögerung. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse durch eine Simulation. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den anderen Lastfällen.

Lösung: Abschätzung: $|U_1| = |U_2|$ =110 kV; $|I_1| = |I_2| \approx$ 110 kV / 359 Ω ≈ 306 A. Die Eingangsimpedanz sollte der Ausgangsimpedanz entsprechen, plus ohmscher Verluste, d.h. $Z_e = R_W + R'\ l \approx 369\ \Omega$. Strom und Spannung am Eingang und am Ausgang sind jeweils zueinander in Phase (ohmsches Verhalten). Zwischen Ausgang und Eingang errechnet sich eine Laufzeit von $\Delta t = l/v_c \approx (100\ 10^3$ m) / (300 10^6 m/s)

≈ 0,33 ms. Gemessen an der Periodendauer vom 20 ms entspricht diese Verzögerung einer Phasendifferenz von $\Delta\varphi = 2\pi\ (0{,}33/20) \approx 6°$.

Simulation: $|U_1| = |U_2|$ =110 kV; $|I_1| = |I_2|$ = 306 A. Eingangsimpedanz: Z_e = 369 Ω (wegen Verlusten R = 10 Ω). Strom und Spannung am Eingang eilen den Werten am Ausgang um ca. 6° vor.

Bewertung: Der natürliche Betrieb lässt sich am einfachsten und genauesten abschätzen.

Frage 5.4.6: Kabel. Ein 110 kV Erdkabel besitzt folgende Eigenschaften: R‘ = 0,03 Ω/km, L‘ = 0,04 mH/km, C‘ = 200 nF/km, G‘ = 60 nS/km. Als Leitungslänge werden wiederum 100 km gewählt. Berechnen Sie (1) die Wellengrößen, (2) den Ladestrom, (3) die natürliche Leistung, (4) vergleichbare Lastzustände für Schwachlast und Starklast. Welche Unterschiede ergeben sich zur Freileitung? Wie lassen sich diese Unterschiede erklären?

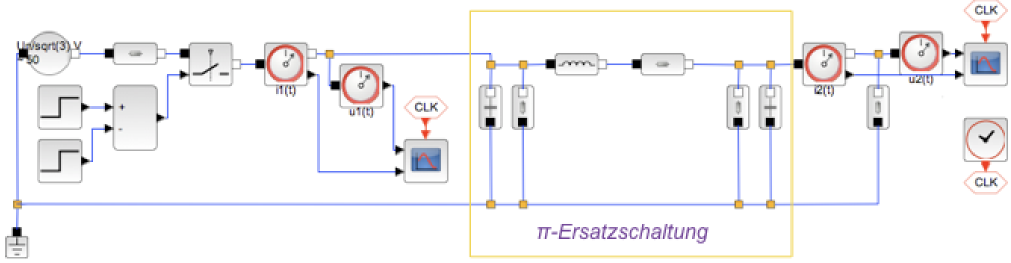
Transiente Vorgänge

Zu den transienten Vorgängen gehören Einschalten, Abschalten, bzw. Störungen wie z.B. Kurzschlüsse oder Blitzeinschläge. Obwohl das Leitungsmodell für den eingeschwungenen Zustand bei Anregung durch ein Wechselspannungssystem hergeleitet wurde, gibt die PI-Ersatzschaltung ein näherungsweise korrektes Modell der physikalischen Verhältnisse wieder.

Die Leitungsparameter sind die Beläge für R‘, L‘, C‘ und G‘. Das korrekte physikalische Modell wäre eine Kette bzw. Leiterstruktur kleiner Leitungselemente aus Längsgliedern (R‘, L‘) und Quergliedern (G‘, C‘). Die PI-Schaltung ist eine grobe Näherung dieser Anordnung. Die Berechnung der Transienten benötigt ein Ersatzschaltbild als Basis der Differenzialgleichung, bzw. des Signalflusses. Hier soll der Einfachheit halber die physikalische elektrische Simulation verwendet werden, d.h. die elektrische Simulation der Schaltung.

Frage 5.4.7: Erstellen Sie ein Schaltkreismodell der PI-Ersatzschaltung. Untersuchen Sie den Einschaltvorgang und Ausschaltvorgang in einem AC-Kreis. Interpretieren Sie die Ergebnisse.

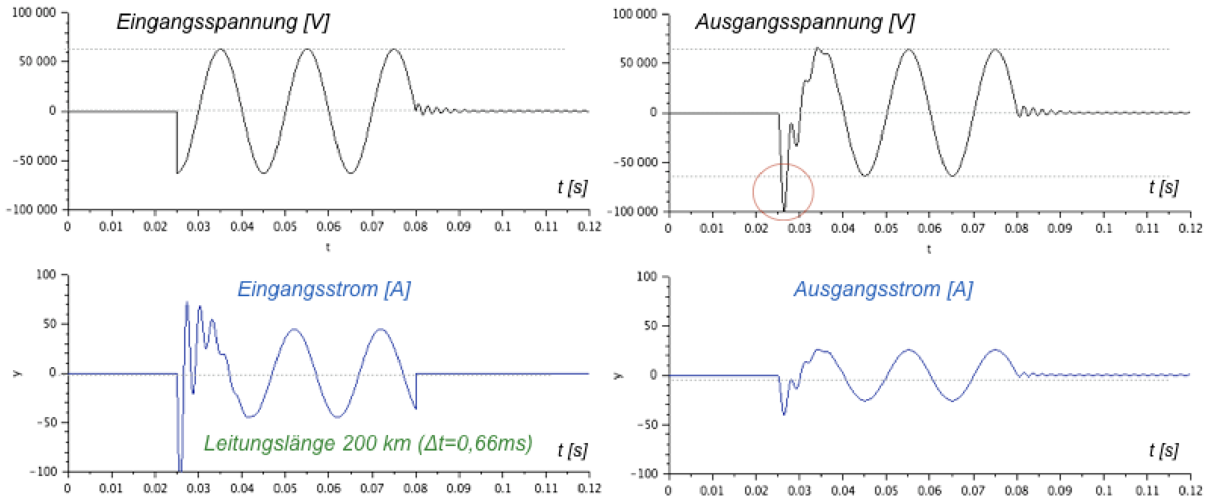
Lösungsbeispiel: Ersatzschaltung siehe folgende Abbildung.



Simulationslauf: siehe folgende Abbildung

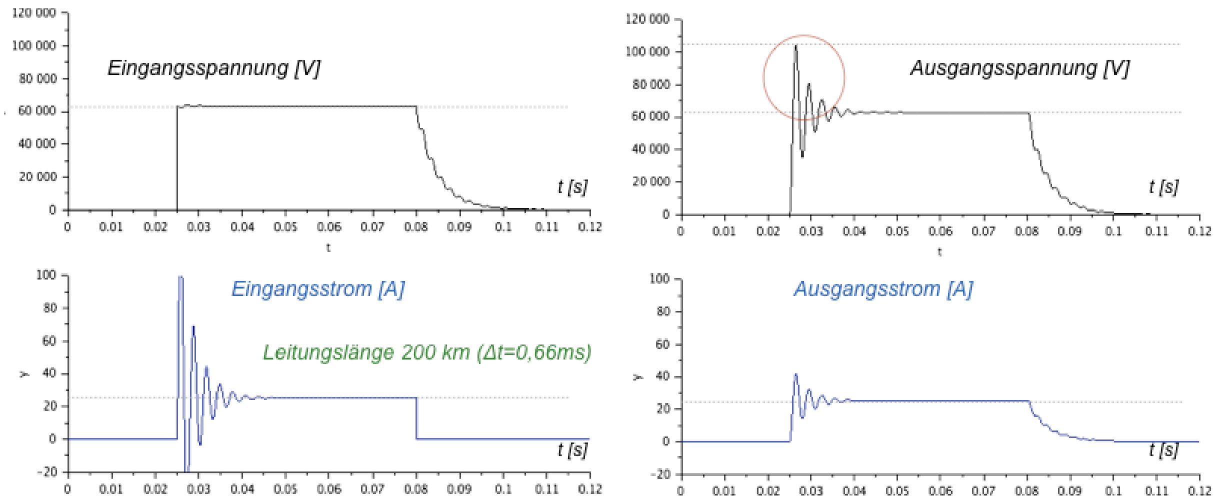
Hierbei wurde eine Leitung mit den Parametern der 110 kV Freileitung verwendet. Als Leitungslänge wurden 200 km gewählt. Beschaltung in der gezeigten Simulation am Leitungsende: R_2 = 2500 Ω, somit annähernd Leerlauf bzw. sehr schwache Last. Beschaltung am Leitungsanfang: R_1 = 10 Ω, somit annähernd Kurzschlussbedingungen für rücklaufende Wellen.

Interpretation der Ergebnisse: Die Laufzeit bei annähernd Lichtgeschwindigkeit beträgt für die gewählte Leitungslänge ca. 0,66 ms. Bei der Überlagerung hinlaufender mit rücklaufenden Wellen beträgt die Laufzeit somit ingesamt 1,33 ms, bzw. umgerechnet auf die Periodendauer von 20 ms weniger als 1/10 Periode (ca. 24 Grad). In dieser Zeit haben sich die Amplituden des 50-Hz Signals kaum geändert, daher gibt es destruktive und konstruktive Interferenzen, je nach Vorzeichen der Wellen. Die Verhältnisse lassen sich leichter an einem DC-System zeigen.



Frage 5.4.8: Untersuchen Sie den Einschaltvorgang und Ausschaltvorgang in einem DC-Kreis mit Hilfe der PI-Ersatzschaltung und den Parametern aus Frage 5.4.7. Interpretieren Sie die Ergebnisse. Vergleichen Sie AC und DC.

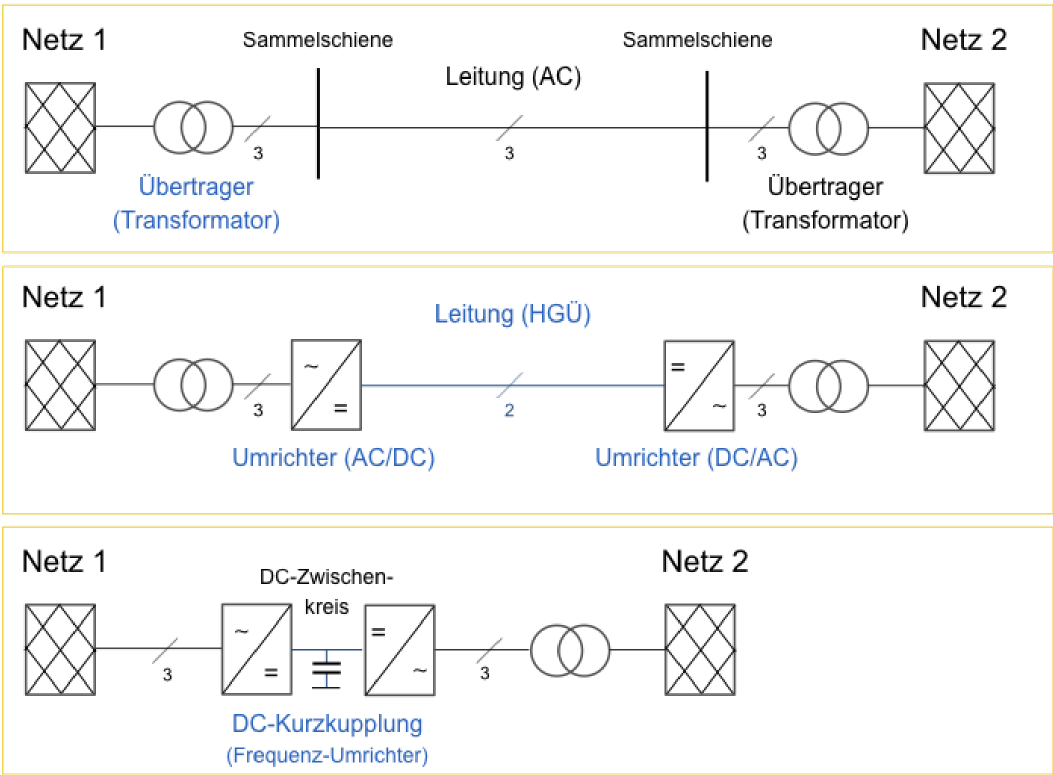
Lösungsbeispiel:



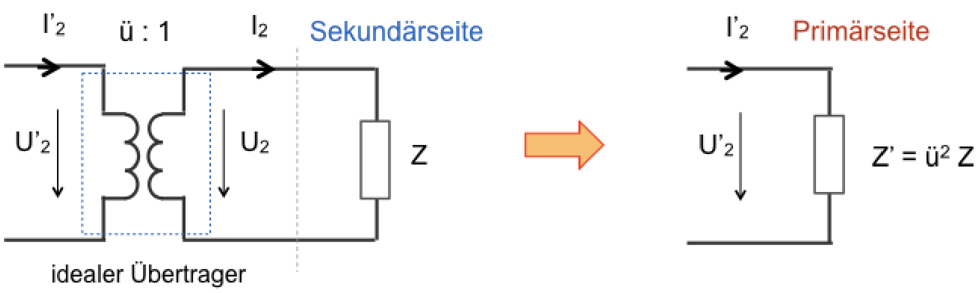
Bemerkung: Der DC-Fall überlagert den AC-Fall, wie ein Vergleich beider Simulationsläufe zeigt. Im AC-Fall hängt das Verhalten außerdem vom Einschaltzeitpunkt ab: Hier wurde im negativen Spannungsmaximum eingeschaltet, daher das umgekehrte Vorzeichen der Reaktionen.

6. Übertrager

Übertrager haben die Aufgabe, Leistung in eine andere Spannungsebene oder in einen anderen Netzabschnitt zu übertragen. Traditionell werden hierzu Transformatoren eingesetzt. Eine andere Möglichkeit ist der Einsatz von Umrichtern, beispielsweise für eine Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ), bzw. als Frequenzumrichter oder Transformator mit DC-Zwischenkreis. Folgende Abbildung zeigt eine Übersicht.



Allen Übertragern ist gemeinsam, dass sie Wirkleistung von einem Netzabschnitt in den anderen übertragen. Wenn es sich bei den Netzabschnitten um eine unterschiedliche Spannungsebene handelt, ist mit der Übertragung der Leistung auch eine Transformation der Impedanzen der jeweils anderen Seite verbunden. Folgende Abbildung illustriert das Prinzip.



Ein idealer Übertrager übersetzt die Spannung U_2 von der Sekundärseite in die Spannung U_2' auf der Primärseite. Hierbei gilt

$$U'_2 = ü \cdot U_2 \qquad (6.0.1)$$

Wegen der Leistungsbilanz $P'_2 = P_2$ und somit $U'_2\, I'_2 = U_2\, I_2$ gilt außerdem

$$I'_2 = \frac{I_2}{ü} \tag{6.0.2}$$

Somit ergibt sich für bei Beschaltung der Sekundärseite mit der Impedanz $\underline{Z}$ auf der Primärseite die transformierte Impedanz

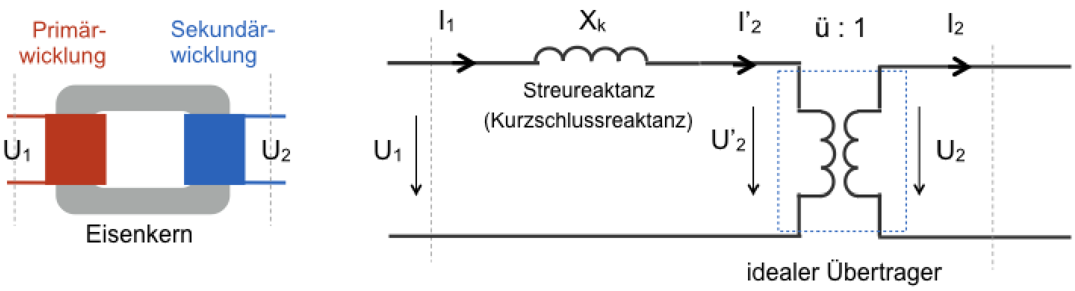
$$Z' = ü^2 \cdot Z \tag{6.0.3}$$

Auf die gleiche Weise lässt sich eine Impedanz von der Primärseite auf die Sekundärseite transformieren. Diese Transformationen sind nützlich, um unterschiedliche Spannungsebenen zu eliminieren und Elemente in Ersatzschaltungen zusammen zu fassen. Diese Beziehungen gelten auch für mit Hilfe vom Leistungselektronik realisierter DC-Übertrager. Hierbei werden statt der komplexen Impedanzen die realen Bauteile verwendet, da im Zeitbereich gearbeitet wird (d.h. Differenzialgleichung statt Phasorenschreibweise).

Für die Simulation ist zu erwägen, mit welcher Detailtiefe ein Modell realisiert werden muss. Für Betrachtungen auf Systemebene sind erhebliche Vereinfachungen möglich. Für eine Modellierung nahe an der Implementierung muss größerer Aufwand im Detail betrieben werden. Dieser Abschnitt beschränkt sich auf Systemmodelle, die das Funktionsprinzip der jeweiligen Anlagen zeigen.

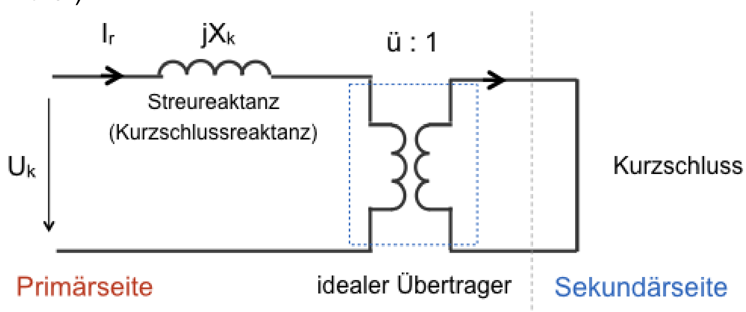
6.1. Transformatoren

Für Wechselspannungstransformatoren soll nur der Betrieb unter Last betrachtet werden, d.h. der normale Betriebszustand. Unter Last überwiegt in der Ersatzschaltung des Transformators die Streureaktanz $X_k = \omega L_k$, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Dieses Modell ist für den Normalbetrieb von Leistungstransformatoren innerhalb und oberhalb der Hochspannungsebene hinreichend genau. Für Ortsnetztransformatoren müssen zusätzlich ohmsche Verluste berücksichtigt werden.

Frage 6.1.1: Berechnung der Streureaktanz. Die Streureaktanz repräsentiert die Streufelder, d.h. den Teil der Felder, die nicht durch beide Wicklungen verlaufen und nicht zur magnetischen Kopplung beitragen. Transformatoren mit hoher Streureaktanz oder sind eher kurzschlussfest (siehe Klingeltransformator).



Zu den Bemessungsgrößen eines Leistungstransformatoren gehören (1) die Bemessungsscheinleistung S_r, (2) die Spannungsebenen U_{r1}/U_{r2}, (3) die relative Kurzschlussspannung u_k. Unter der Kurzschlussspannung U_K versteht man den Wert der Primärspannung, bei dem bei kurzgeschlossener Sekundärseite auf der Primärseite der Bemessungsstrom (Nennstrom) I_r fließt. Die Abbildung oben zeigt das Szenario, bei dem man bei kurzgeschlossener Sekundärseite die Spannung auf der Primärseite sukzessive erhöht bis zum Bemessungsstrom. Die relative Kurzschlussspannung ist der normierte Wert U_k/U_r.

Frage 6.1.1: Die Streureaktanz lässt sich aus dem Bemessungsgrößen des Transformators mit Hilfe der relativen Kurzschlussspannung ermitteln. Auf dem Typenschild finden sich hierzu folgende Angaben: S_r = 40 MVA, Typ 110 kV / 21 kV, relative Kurzschlussspannung u_k = 12%. Berechnen Sie die Reaktanz X_k für das Ersatzschaltbild.

Lösung: Die relative Kurzschlussspannung ist wie folgt definiert

$$u_k = \frac{U_k}{U_r} \Big|_{I=I_r} \tag{6.1.1}$$

Aus dem Ersatzschaltbild ermittelt man hierfür

$$u_k = \frac{X_k \cdot I_r}{U_r} \tag{6.1.2}$$

Der Bemessungsstrom I_r berechnet sich aus der Bemessungsleistung

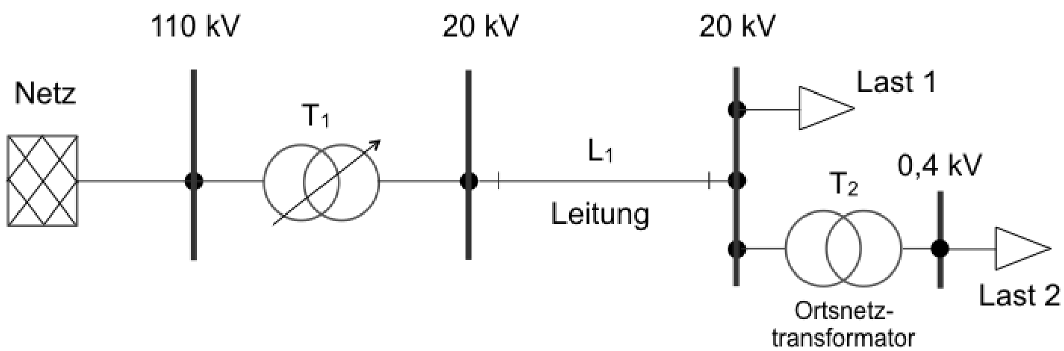
$$S_r = U_r \cdot I_r \tag{6.1.3}$$

Somit folgt die die Reaktanz X_k

$$X_k = u_k \frac{U_r^2}{S_r} \tag{6.1.4}$$

Mit den gegebenen Werten erhält man X_k = 36 Ω.

Frage 6.1.2: Betrieb im Netz. Folgende Abbildung zeigt einen Netzausschnitt mit zwei Transformatoren. (1) Skizzieren Sie das elektrische Ersatzschaltbild.

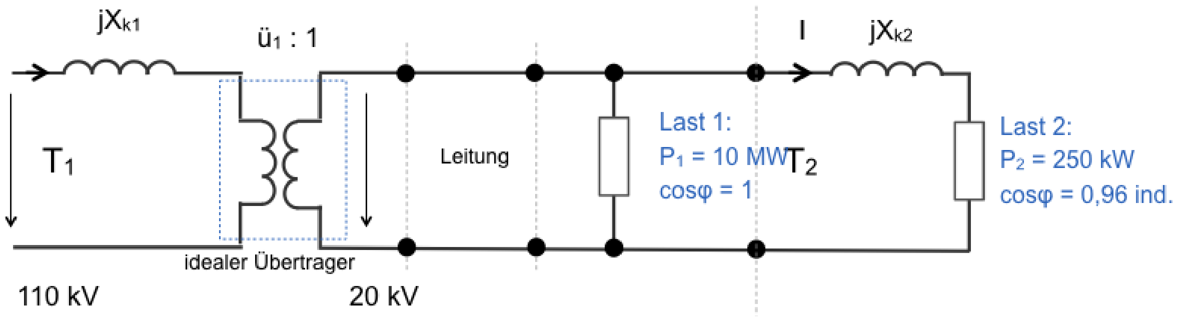


(2) Ermitteln Sie die Kenngrößen im Ersatzschaltbild. Für die Transformatoren finden sich folgende Parameter: Transformator 1: S_r = 40 MVA, Typ 110 kV / 21 kV, relative Kurzschlussspannung u_k = 12%. Transformator 2: S_r = 400 kVA, Typ 20 kV / 0,4 kV, relative Kurzschlussspannung u_k = 5%. Als Lasten seinen leistungsgeregelte Lasten angenommen. Es gelten Last 1: P_1 = 10 MW, cos(ϕ) = 1, Last 2: P_2 = 250 kW, cos(ϕ) = 0,96 induktiv. Die Länge der Mittelspannungsleitung beträgt 25 km. Leitungsparameter: R' = 0,13 Ω/km L' = 0,4 mH/km, C' = 300 nF/km, G' = 60 nS/km.

(3) Für eine analytische Berechnung der Last an T_1 wählen Sie die Primärseite von T_1 als Bezugsebene. Transformieren Sie die Elemente der Ersatzschaltung in diese Ebene.

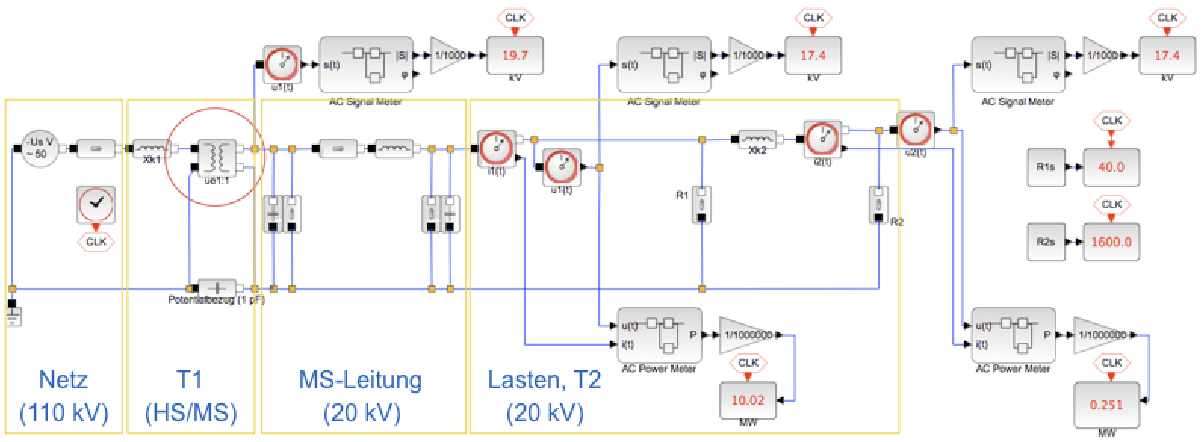
Lösung: elektrisches Ersatzschaltbild zu (2) siehe folgende Abbildung.

Für Teil (3) sind alle Elemente nach links auf die 110 kV Ebene zu transformieren. Hinweis: Die Leistung ist hierbei invariant.



Frage 6.1.3: Simulation mit leistungsgeregelter Last. Erstellen Sie ein Modell für das Szenario aus Frage 6.1.2 und simulieren Sie das Netz. Nehmen Sie hierzu folgende Lastsituationen an: (1) nachts: $P'_1 = 0$ (z.B. ein Schmelzwerk ohne Schichtbetrieb), $P'_2 = 50$ kW (z.B. ein Wohnviertel) (2) tagsüber: $P_1 = 10$ MW, $P_2 = 250$ kW. Analysieren sie die Ergebnisse. Hinweis: Verwenden Sie Lastwiderstände, die Sie manuell auf die erforderlichen Lastpunkte einjustieren.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Unter starker Last betragen die Spannungen 17,4 kV / 20 kV = 0,87 pu an Last 1 und an Last 2. Die Spannungseinbußen werden durch Last 1 und durch die MS-Leitung verursacht. Last 2 verschlechtert somit auch die Situation an Last 2. Unter schwacher Last gibt es keine Spannungsprobleme.

Frage 6.1.4: Regeltransformator. In der Praxis hebt man in solchen Fällen das Spannungsniveau mit Hilfe eines Laststufenschalters in T1 an. T1 wird zum Regeltransformator. Es werden nach Bedarf zusätzliche Wicklungen unter Last hinzu geschaltet, bzw. abgeschaltet. Im Typenschild des Transformators findet sich hierzu: u_k=11,5% bis 13.5% in 10 Stufen. Was bedeuten diese Angaben? Wie wäre der Laststufenschalter im Ersatzschaltbild zu berücksichtigen? Überprüfen Sie die Funktion der Spannungsregelung in der Simulation durch manuelle Änderung des Übersetzungsverhältnisses von T1.

Lösung: (1) Bereich Δu_k = 3% um die Mittelstellung u_{k0}=12%. Anteilig ergibt sich somit ein Regelbereich von 3/12 = 25%. In 10 Stufen somit 2,5% Änderung des Übersetzungsverhältnisses pro Schaltstufe. (2) Es ändert sich außer dem Übersetzungsverhältnis auch die Kurzschlussreaktanz Xk im Ersatzschaltbild. Die Berechnung erfolgt wiederum aus den Werten von u_k.

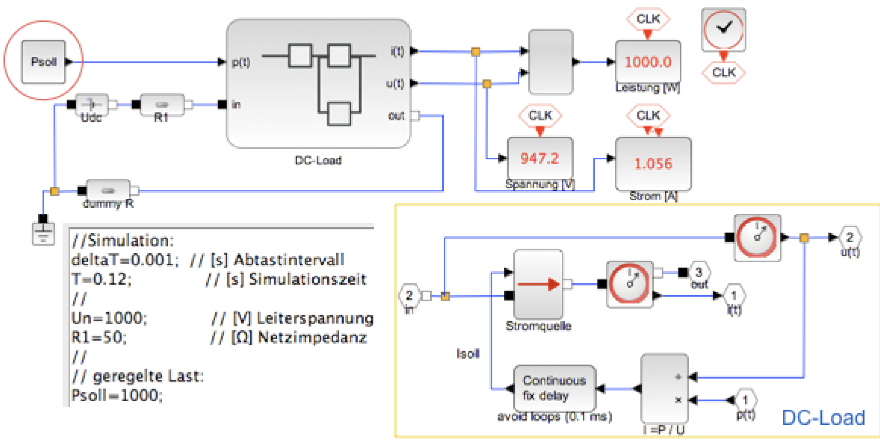
6.2. Leistungsgeregelte Senken und Quellen

Während in einem rein passiven Netz der Lastfluss dem Potentialgefälle folgt, lassen sich mit leistungsgeregelten Lasten (bzw. leistungsgeregelten Quellen) Lastflüsse erzwingen. Ein leistungsgeregelter Antrieb entzieht dem Netz stets so viel Strom, dass das Produkt aus der Spannung im Anschlusspunkt und dem Laststrom der vorgegebenen Leistung entspricht.

Gibt die Netzspannung unter Last nach, verhält sich eine rein passive, ohmsche Last konstruktiv: sie bezieht wegen des geringeren Potentials einen geringeren Strom und weniger Leistung. Eine leistungsgeregelte Last (dynamische Last) deckt stets ihren eigenen Bedarf und erhöht den Strom bei Nachgeben der Spannung. Schlüssel zur Realisierung leistungsgeregelter Senken bzw. Quellen ist somit die Fähigkeit, den Strom zu regeln.

Frage 6.2.1: DC-Last. Modellieren Sie eine regelbare Last für den Gleichspannungsbetrieb mit Hilfe einer regelbaren Stromquelle. Erstellen Sie erst ein Konzept: Was sind Vorgaben, was folgt aus den Vorgaben, welches sind die Stellgrößen bzw. Führungsgrößen? Wo wird die Leistung umgesetzt? Für die Implementierung verwenden Sie z.B. eine geregelte Stromquelle aus der Bibliothek.

Lösung: (1) Vorgaben: Leistung P. Es folgt der zu stellende (bzw. zu regelnde) Strom aus I = P/U, wobei U die Spannung über der Last ist. Die Stromregelung übernimmt das fertige Element aus der Bibliothek (Stromquelle). (2) Implementierung: siehe folgende Abbildung.

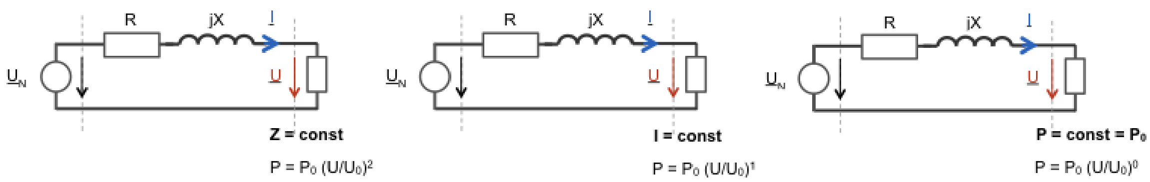


Die Leistung wird im Strompfad umgesetzt, d.f. von der DC-Last aufgenommen. Die aufgenommene Leistung ergibt sich aus der Spannung über der DC-Last und dem aufgenommenen Strom. Im Beispiel ergeben sich P_{Last} = 947,2 V * 1,056 A = 1000 W.

Hinweis: In einen realen System gibt es laufzeitbedingte Verzögerungen. In der Simulation gibt es diese nur, wenn man sie explizit einfügt. Um algebraische Zirkelschlüsse zu vermeiden, wurde daher eine Verzögerung in den Steuerweg des Strompfades aufgenommen (siehe „continous fix delay“).

Frage 6.2.2: Lastverhalten. Vergleichen Sie das Lastverhalten mit dem einer mit ohmscher Last.

Lösung: Es sind folgende Fälle zu unterscheiden:

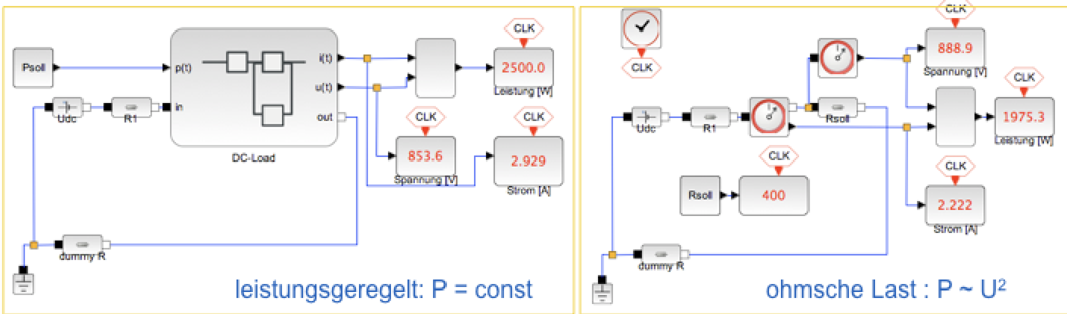


(1) Ohmsche Last (bzw. feste Impedanz im AC-Fall): Wegen $P = U^2/R$ verhält sich die Leistung hier proportional zum Quadrat der Spannung. Sinkt das Spannungsniveau ab, sinkt die Leistung quadratisch. Die Last verhält sich gegenüber dem Netz konstruktiv.

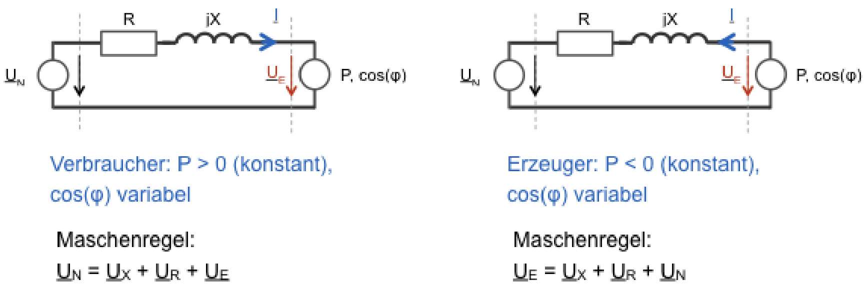
(2) konstanter Strom: Wegen $P = U * I$ verändert sich die Leistung hier linear zur Spannung.

(3) konstante Leistung: Wegen $P = P_0$ ändert sich hier die Leistung mit der Spannung überhaupt nicht.

Simulationslauf siehe folgende Abbildung.



Frage 6.2.3: DC-Quelle. Wie können Sie mit Hilfe der DC-Last eine DC-Quelle realisieren? Erläutern Sie das Prinzip des Lastflusses: Wann fliesst Leistung in die eine oder andere Richtung? Verwenden Sie zur Erläuterung folgendes Ersatzschaltbild (zwei Spannungsquellen). Überprüfen Sie Ihre Erklärung mit Hilfe einer Simulation. Welche Unterschiede ergeben sich im Lastfall im Vergleich zum Erzeugerfall?



Lösung: Im Verbraucherzählpfeilsystem bedeutet P>0, dass Leistung aufgenommen wird. Im Ersatzschaltbild erkennt man diese Betriebsart daran, dass die Zählpfeile für Strom und Spannung über der Last die gleiche Richtung haben. Das gilt auch für AC-Quellen (wobei die Zählpfeile dann entweder auf die positive oder negative Halbwelle festgelegt sind).

Demzufolge ist für eine DC-Quelle gegenüber einer DC-Last nur das Vorzeichen der Lastanforderung. Ergebnis ist eine Umkehr der Stromrichtung bei gleicher Spannungsrichtung. Somit kehrt sich der Lastfluss (= Leistungsfluss um).

Simulation: mit dem Modell aus Frage 6.2.1 oder 6.2.2 durchführbar bei Vorgabe $P_{soll} < 0$.

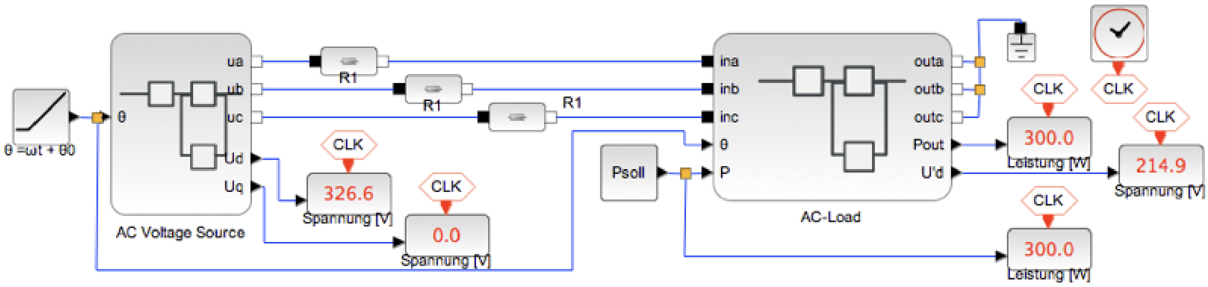
Unterschiede: Da nach den Regeln der Physik auch im geregelten Fall der Strom dem Potentialgefälle folgt, muss die Regelung das Spannungsniveau der Einspeisung über das Niveau der anderen Quelle heben. In diesem Fall wird nun auch der Widerstand R im Querzweig (bzw. R1 in der Simulation) von der Einspeisung versorgt. Die Realisierung mit Hilfe einer gesteuerten Stromquelle ist hiermit plausibel umsetzbar. Im ungeregelten Fall funktioniert die Umkehrung des Lastflusses mit Hilfe im Modell einer negativen Lastimpedanz. Solche Implementierungen in der Realität allerdings nicht umsetzbar (bis auf Kleinsignalmodelle für Signalverstärker mit fallender Widerstandskennlinie u(i) = -R i).

Frage 6.2.4: AC-Last. Nach dem oben diskutierten Funktionsprinzip und der Ersatzschaltung sollte sich auch eine regelbare AC-Last realisieren lassen. Bei der Umsetzung gibt es zwei Problemkreise: (1) Die Realisierung eines Stellgliedes für ein Wechselstromsystem, (2) Die Realisierung der Regelung. Wie könnte man auf Basis des Konzeptes der DC-Last eine AC-Last realisieren? Worin bestehen die Unterschiede?

Lösung: (1) Stellglied für den Strom: steuerbare Stromquelle. In der Realität wäre hierfür eine geeignete Brückenschaltung zu verwenden. Im Modell kann die regelbare Stromquelle aus der DC-Last wiederverwendet werden. Sie regelt für 50 Hz schnell genug. (2) Regelung: Das Konzept ist identisch mit dem DC-Fall, jedoch aufwendiger, da die Regelung im (d, q) System stattfinden muss (Zeiger statt periodischer Signale). Die Zeiger werden per Raumzeigertransformation aus dem Drehstromsystem ermittelt (siehe Anhang A). Es erfolgt die Berechnung der Sollwerte für den Strom. Die Sollwerte werden dann wiederum per Raumzeigertransformation vom (d, q)-System ins 3-phasige System zurück transformiert.

Frage 6.2.5: Implementierung der AC-Last. Implementieren Sie ihr Konzept der AC-Last in der Simulation. Überprüfen Sie die Funktion Ihren Modells. Hinweis: Zunächst soll nur eine Wirkleistung P vorgegeben werden können.

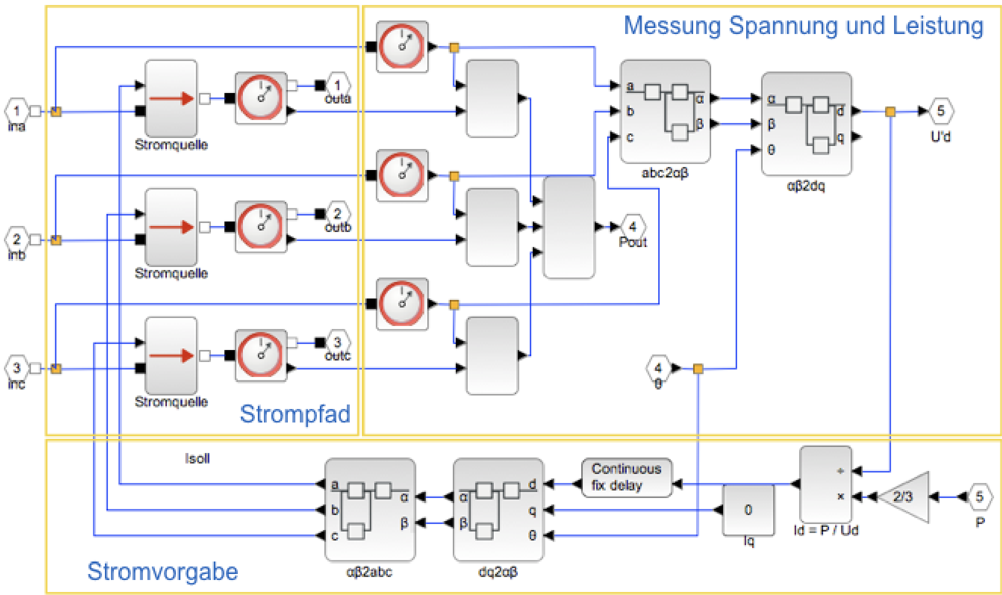
Lösungsbeispiel:



Da die Spannungsquelle ebenfalls 3-phasig ausfällt, wurde hierfür ein eigenes Subsystem angelegt. Die Vorgabe des Bezugswinkels θ ist zur Raumzeigertransformation erforderlich. In der Realität wäre der Phasenwinkel θ(t) = ω t per aus dem Wechselspannungssystem messtechnisch zu ermitteln (z.B. per PLL). In der Simulation ist die Phase der Quellenspannung und mit der gesondert vorgegeben Phase θ numerisch synchron.

Der Aufbau ist identisch mit der DC-Last siehe Frage 6.2.2. Nach dem Längswiderstand R_1 folgt der geregelte Strompfad der leistungsgeregelten Last. Den gewählten Aufbau zeigt die folgende Abbildung. Die Schaltung enthält folgende Komponenten:

- Strompfad: Die Stromsteller für jede Phase bestehend aus steuerbaren Stromquellen.
- Regelpfad: Errechnet die Vorgabe für die Stromsteller. Die Vorgaben werden aus dem (d,q)-System ins (a,b,c)-System transformiert.
- Messungen im (a, b, c)-System und Transformation ins (d, q)-System.

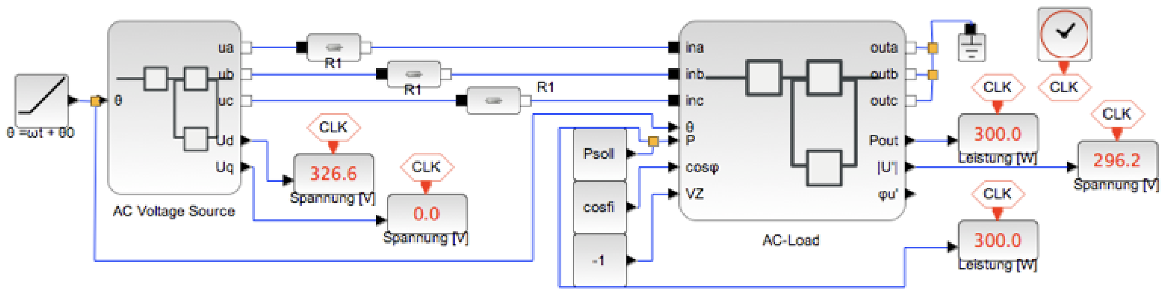


Der Einfachheit halber wurde zunächst nur die Wirkleistung P vorgegeben (Sollwert). Aus diesem und dem aktuellen Wert der Spannung über der AC-Last errechnet sich der benötigte Strom. Dieser wird direkt als d-Anteil vorgegeben. Der q-Anteil wird auf Null festgelegt.

Test der Funktion: siehe Abbildung auf der vorigen Seite. Die Last kann natürlich nicht mehr Leistung einfordern, als das System in der Lage ist abzugeben. Um diesen Effekt zu zeigen, wurde ein recht hoher Wert für den Längswiderstand R_1 gewählt. Bei der gewählten Lastvorgabe sinkt die Spannung über der Last auf 2/3 der Quellenspannung. Spannungsbereich. In der Praxis würde man einen Spannungsbereich von ±10% anstreben.

Frage 6.2.6: Ergänzung der AC-Last um Blindleistung. Vorgegeben werden sollen: (1) P (Wirkleistung), (2) cosφ (Leistungsfaktor) zur Definition des Blindleistungsanteils, (3) das gewünschte Vorzeichen VZ des Phasenwinkels φ (+1 für > 0, d.h. induktives Verhalten)

Lösungsbeispiel:

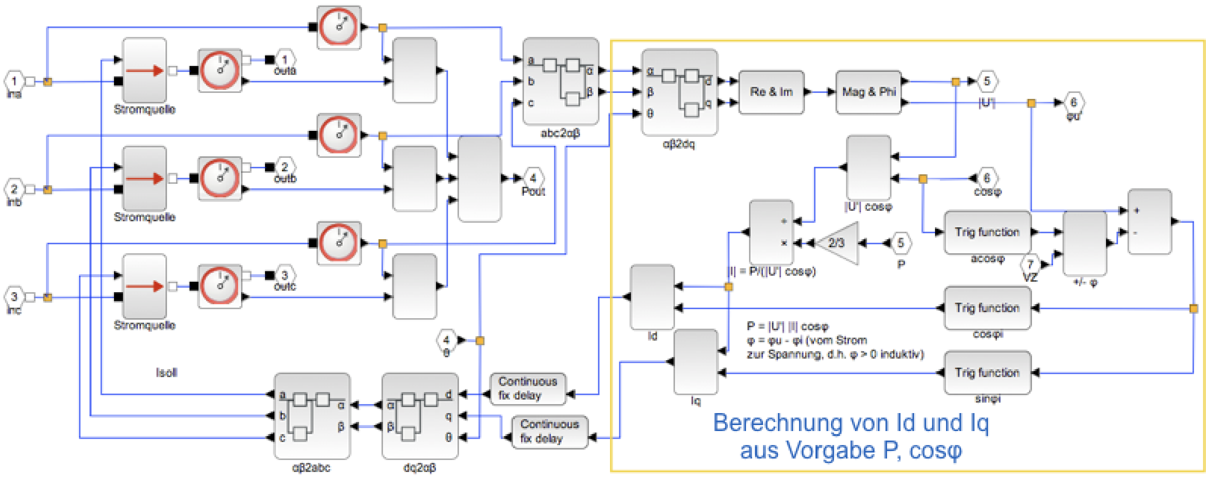


Vorgaben sind nun:

- P: Wirkleistung
- cos(φ): Leistungsfaktor zur Festlegung des Anteile der Wirkleistung (bzw. der Blindleistung)
- VZ: das Vorzeichen des gewünschten Phasenwinkels φ zwischen Strom und Spannung. Da cos(x) eine gerade Funktion ist, muss das Vorzeichen gesondert festgelegt werden. Hier wur-

de vorausgesetzt, dass VZ=+1 induktives Verhalten bedeutet (Strom eilt der Spannung nach), und VZ=-1 kapazitives Verhalten (Strom eilt der Spannung voraus).

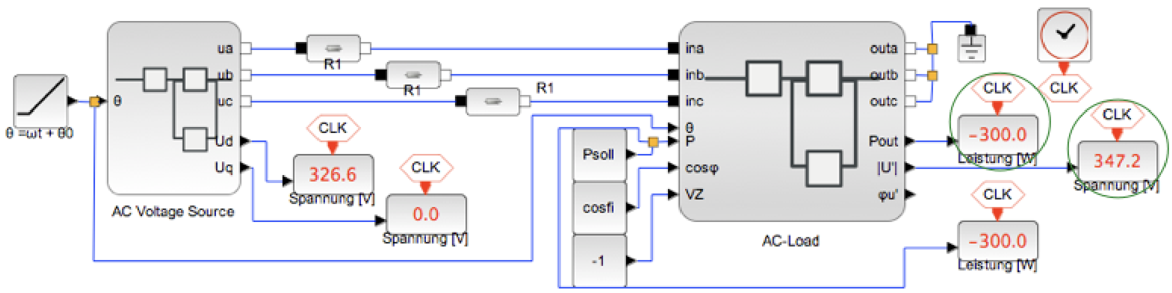
Als Messwerte werden Betrag und Phase der Spannung U‘ über der Last ausgegeben. Dieser Wert ist relevant, um unrealistische Leistungsvorgaben zu erkennen (Spannung U‘ nicht ausreichend). Wie bereits vorher wird die aufgenommene Leistung ausgegeben (wobei die Bezeichnung P_{out} als Signalausgang zu interpretieren ist, nicht als abgegebene Leistung).



Die Berechnung der Vorgaben für Id und Iq ist nun ein wenig aufwändiger, folgt aber einfachen Beziehungen : (1) Leistungsdefinition P = |U‘| |I| cosφ (2) $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ für den Winkel vom Stromzeiger zum Spannungszeiger.

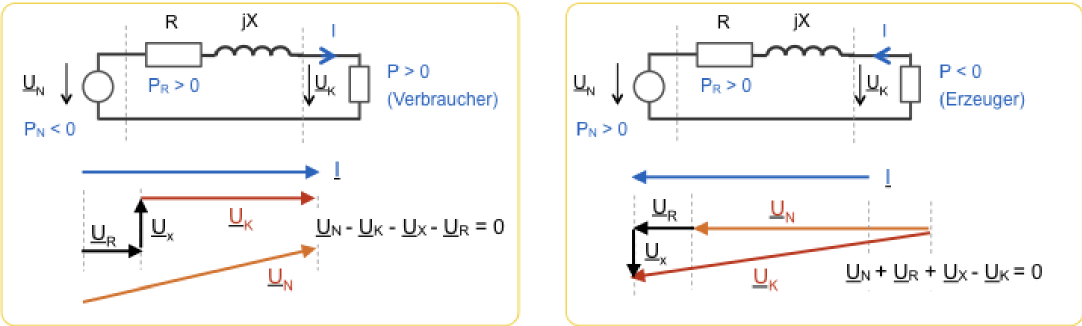
Frage 6.2.7: AC-Quelle. Wie lässt sich auf Basis der AC-Last eine AC-Quelle realisieren? Testen Sie ihr Modell in der Simulation. Welches Verhalten ist unterschiedlich zum Lastbetrieb? Wo kommt die abgegebene Leistung her?

Lösung: Durch Vorgabe einer negativen Leistung, z.B. P=-300 W, siehe folgende Abbildung.



Charakteristisch ist hierbei, dass die Spannung über der AC-Last (jetzt: AC-Quelle) nun die Spannung der AC-Spannungsquelle übersteigt. Anders ist ein Lastfluss in diese Richtung physikalisch nicht vorgesehen. Die AC-Quelle setzt hierbei voraus, dass die abgegebene Leistung aus einem vorhandenem Reservoir oder einem anderen Netz bezogen werden kann. Umgekehrt setzt eine AC-Senke (Last) voraus, dass die aufgenommene Leistung wieder abgegeben werden kann.

Frage 6.2.8: Zeigerdiagramm. Erläutern Sie die Unterschiede zwischen Lastbetrieb und Betrieb als Quelle in folgendem Zeigerdiagramm. Überprüfen Sie Ihre Aussagen am Modell.



Lösung: siehe auch das Arbeitsblatt zu Abschnitt 5 (Tabellenkalkulation) bei den Modellen.

6.3. DC-Kurzkupplung

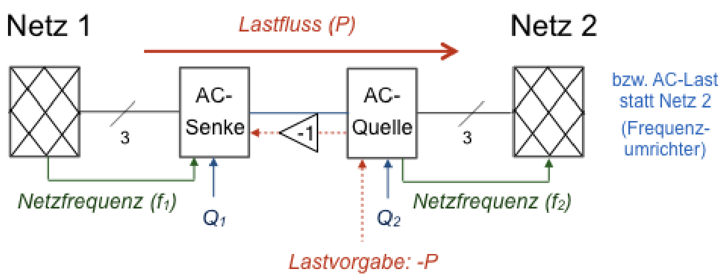
Eine leistungsgeregelte Senke muss die aufgenommene Leistung natürlich wieder loswerden, z.B. indem sie diese Leistung verheizt, oder weiter transportiert. Eine leistungsgeregelte Quelle muss umgekehrt die abgegebene Leistung von irgendwo her beziehen. Insofern sind die Quellen und Senken auch die Basis für DC-Übertrager und AC-Übertrager.

Es gibt hierbei folgende Kombinationsmöglichkeiten:

- DC nach DC: Mit Hilfe von Hochsetztstellern bzw. Tiefsetzstellern unmittelbar möglich.
- AC nach DC: Nach Gleichrichtung mit einer DC-Senke.
- DC nach AC: Aus einer DC-Quelle mit Hilfe eines Wechselrichters.

AC nach AC: Über einen DC-Zwischenkreis in Kombination der beiden letztgenannten Varianten (AC/DC + DC/AC).

Die beiden Varianten AC/DC und DC/AC unterscheidet nur der Lastfluss. Bei DC/DC und AC/AC werden je nach Anwendungsfall eine oder beide Lastflussrichtungen benötigt. Bei einer PV-Anlage wäre der Lastfluss einseitig. Für eine Batterie werden beide Richtungen benötigt. Zur Betrieb eines Wechselstrommotors per Frequenzumrichter wird nur eine Lastflussrichtung benötigt. Der hier diskutierte Fall der DC-Kurzkupplung bzw. der HGÜ benötigt in der Regel beide Lastflussrichtungen. Folgende Abbildung zeigt das Funktionsprinzip.



In der Abbildung wird die Lastvorgabe seitens der Nachfrage gestellt: In Netz 2 wird eine Leistung P benötigt, daher soll die zweite AC-Senke (bzw. Quelle) diese Leistung abgeben. Der Bedarf der Einspeisung in Netz 2 wird an die Senke in Netz 1 kommuniziert, die die benötigte Leistung dort entnimmt. Alle anderen Vorgaben sind lokal: (1) die Blindleistung Q_1 bzw. Q_2, sowie (2) die Netzfrequenzen f_1 und f_2.

Im gezeigte Beispiel arbeitet die AC-Senke netzgeführt (f_1 = gegebene Frequenz in Netz 1). Die AC-Quelle arbeitet selbstgeführt, gibt also die Frequenz f_2 in Netz 2 vor. Ein solcher Betrieb wäre in einem Inselnetz möglich, bzw. wenn anstelle des Netzes 2 ein elektrischer Antrieb angesteuert werden soll (Betrieb als Frequenzumrichter). Im Betrieb zwischen zwei Netzen wäre die AC-Quelle ebenfalls netzgeführt zu betreiben, d.h. sie synchronisiert auf die gegebene Netzfrequenz f_2 ein.

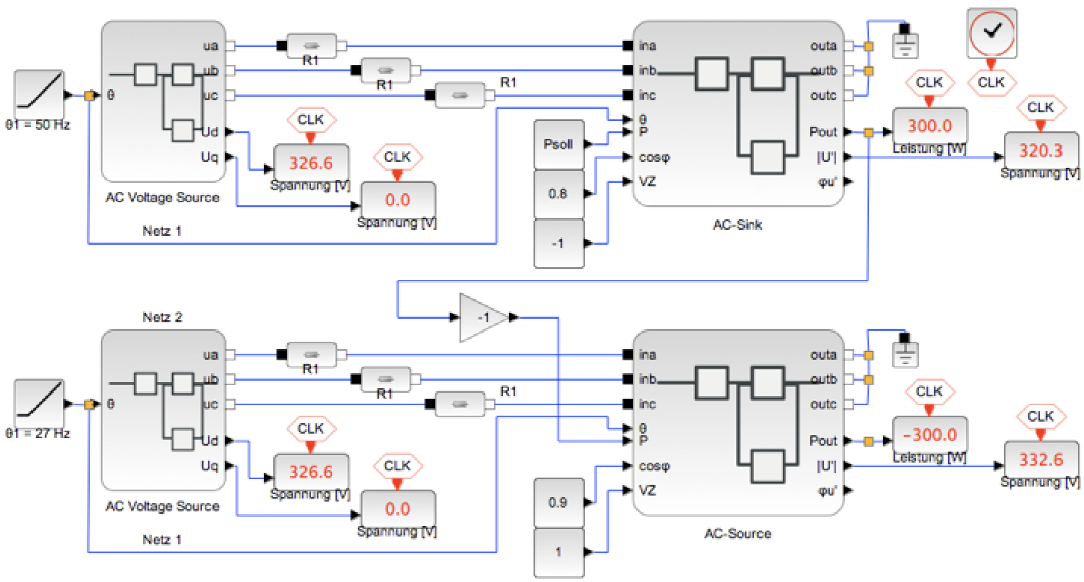
Als Alternative wäre die Lastvorgabe seitens des Angebotes möglich: die AC-Senke an Netz 1 soll diesem Netz eine gegebene Leistung entnehmen. In diesem Fall folgt die AC-Quelle in Netz 2 der Senke in Netz 1. Ob nach Angebot oder Nachfrage eingespeist wird, ist schliesslich unabhängig vom Ort der Lastvorgabe. In einer Windanlage wird z.B. angebotsseitig eingespeist. Hierbei lässt sich das Angebot als Lastvorgabe an die AC-Quelle an Netz 2 kommunizieren, d.h. an den netzseitigen Umrichter. Dieser zieht dann als AC-Quelle die benötigte Leistung über die AC-Senke aus der Anlage ab.

Frage 6.3.1: Frequenzumrichter. Ein Antrieb, z.B. eine Synchronmaschine, soll über einen Frequenzumrichter betrieben werden, um die Drehzahl f_2 des Antriebs unabhängig von der Netzfrequenz zu variieren. Wobei besteht die Schwierigkeit bei einer unmittelbaren AC-zu-AC Kopplung? Wie wäre die Kopplung zu realisieren?

Lösung: Mit Hilfe eines DC-Zwischenkreises bestehen aus Gleichrichter (H-Brücke) und folgendem Wechselrichter (H-Brücke). In der Regel wird ein DC-Zwischenkreis mit einer Kapazität als Energiepuffer eingesetzt. Zu Simulation wäre dann allerdings ein 5 kHz bzw. 10 kHz Modell erforderlich, d.h. eine Simulation der H-Brücken. Das Modell wäre dann sehr nahe an einer Implementierung und entsprechend aufwändig.

Frage 6.3.2: Frequenzumrichter, abstraktes Modell. Realisieren Sie einen Frequenzumrichter für einen Antrieb. Hinweis: Umgehen Sie die Details einer 10 kHz-Simulation, indem Sie die Quellen bzw. Senken passend miteinander verknüpfen.

Lösungsbeispiel: Hier wurde die AC-Senke mit der AC-Quelle direkt gekoppelt, jedoch nicht elektrisch, sondern über die Leistung. Das Modell ist also abstrakt. Beide Umrichter sind völlig identisch.

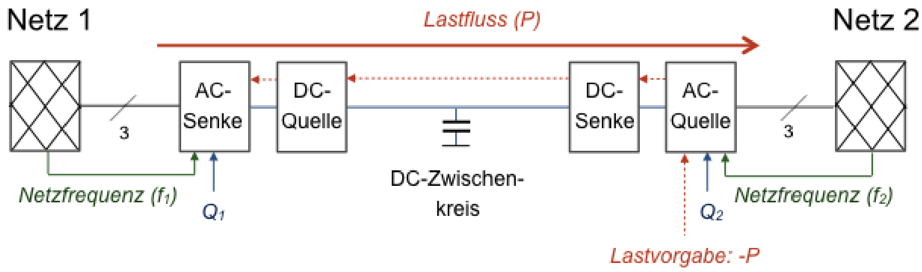


Ob Quelle oder Senke entscheidet das Vorzeichen der Lastanforderung. Bemerkung: Kern der Umrichter sind die gesteuerten Stromquellen. In der gewählten Schaltung kann der Ausgang der Stromquellen auf Nullpotential fixiert werden. Die Spannungsmessung für die Leistungsregelung erfolgt am Eingang der Stromquellen. Diese Wahl ist rein willkürlich.

In der Abbildung lässt sich das Spannungsgefälle beobachten: Bei der Senke liegt das Eingangspotential unterhalb der Netzspannung von Netz 1 (Grund hierfür ist die Netzimpedanz R_1). Bei der Quelle liegt die Eingangsspannung oberhalb der Netzspannung in Netz 2 (mit der gleichen Begründung).

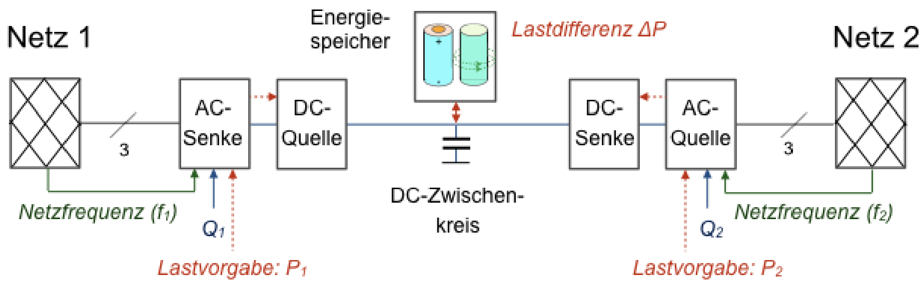
Beide Umrichter sind netzgeführt. Es wurden völlig unterschiedliche Frequenzen gewählt. Auch die Vorgaben der Blindleistung sind völlig unabhängig voneinander. Die einzige Verknüpfung zwischen beiden Umrichtern ist die Vorgabe der Wirkleistung P. Hier wurde der Istwert der Senke (P_{out}) mit umgekehrtem Vorzeichen als Sollwert für die Quelle verwendet

Frage 6.3.2: Netzgeführte DC-Kupplung. Erstellen Sie ein Modell für eine beiderseitig netzgeführte Kupplung, wie in folgender Abbildung gezeigt. Testen Sie Ihr Modell in der Simulation in beiden Lastflussrichtungen. Sind Frequenzen und Blindleistung in beiden Netzen unabhängig voneinander?



Frage 6.3.4: Energiewandler bzw. Energiespeicher. In den bisher diskutierten Fällen muss die Leistungsbilanz zwischen den beiden Wechselrichtern jederzeit aufgehen: Netz 1 muss exakt so viel Leistung aufnehmen (bzw. abgeben), wie Netz 2 abgibt (bzw. aufnimmt). Im Fehlerfall, z.B. einer Unterbrechung beim aufnehmenden Netz, läuft Leistung solange im Umrichter auf, bis die Anlagen eingangsseitig herab geregelt sind, bzw. bis eine eingangsseitige Trennung möglich ist. Welche Möglichkeiten gibt es, in der Kupplung Energie aufzunehmen? Wäre die Einbindung eines Energiespeichers möglich? Welche Anwendungsmöglichkeiten ergeben sich durch den Einsatz von Speichern?

Lösung: siehe folgende Abbildung.

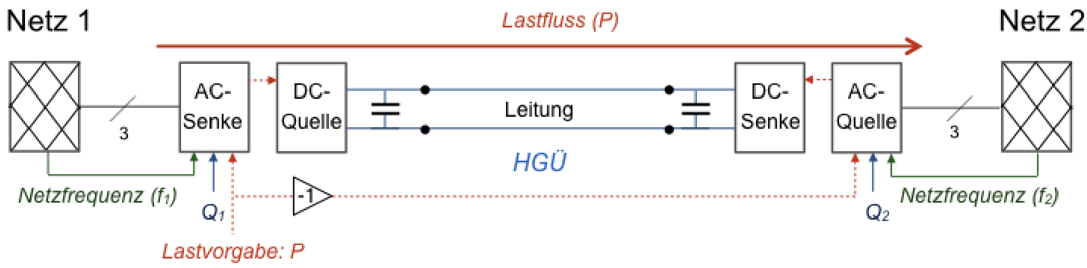


Im Zwischenkreis lässt sich ein Energiewandler oder ein Energiespeicher unterbringen. Ein Energiewandler kann beispielsweise aus Heizwiderständen bestehen, die bei Bedarf überschüssige Energie aufnehmen und in Wärme verwandeln können.

Ein Energiespeicher könnte als chemischer Speicher (Batterie) oder kinetischer Speicher (Schwungmasse) ausgeführt sein und sowohl überschüssige Energie aufnehmen als Defizite im Bedarf überbrücken. Dadurch wäre auch die Wirkleistung in beiden Teilnetzen innerhalb der der Speicherkapazität voneinander entkoppelt.

6.4. Hochspannungs-Gleichstromübertragung

Eine Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ) verwendet die gleichen Elemente, wie in den letzten Abschnitten diskutiert. Das Konzept unterscheidet sich nur dadurch, dass der DC-Zwischenkreis jetzt mit Hilfe einer Gleichstromleitung auseinander gezogen wird. Hierbei funktioniert die DC-Quelle als Treiber der Leitung. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip.



Da die Leitung nun mit Gleichspannung betrieben wird, treten im eingeschwungenen Zustand keinerlei Welleneffekte ein. Hierdurch spielt die Entfernung der Leitung bzgl. der Spannungshaltung überhaupt keine Rolle. Welleneffekte treten nur beim Einschalten und Ausschalten auf, bzw. bei Störungen. Die beiden Netze sind nur durch die Wirkleistung miteinander gekoppelt. Für die Kopplung verbleibt natürlich die entfernungsbedingte Laufzeit für alle Signal über die DC-Leitung.

Frage 6.4.1: Modell und Simulation. Erstellen Sie ein Modell der Strecke und untersuchen Sie die Funktion in einer Simulation.

Frage 6.4.2: Einschalten und Ausschalten. Bei Einschalten sind Ladeströme zu erwarten, insbesondere, wenn Kabel verwendet werden. Untersuche Sie das Verhalten beim Einschalten und Ausschalten in der Simulation.

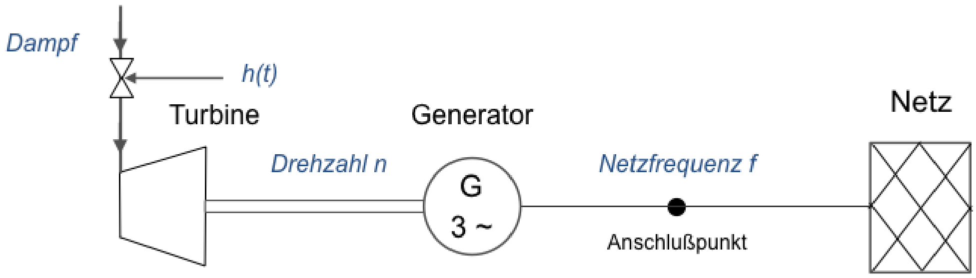
Frage 6.4.3: Entkopplung der Netzfrequenz. Welche Rolle spielt die Möglichkeit, die Frequenzen beider Netze voneinander zu entkoppeln? Ergeben sich hierdurch Vorteile?

Frage 6.4.4: Anbindung von Off-Shore Windanlagen. Welche Rolle spielt die HGÜ-Anbindung von Windanlagen im Off-Shore Bereich? Hierbei werden Seekabel verwendet. Welche Vorteil hat diese Anbindung? Was wären mögliche Alternativen?

7. Leistungsregelung im Netz

7.1. Vereinfachtes Modell der Primärregelung

Im elektrischen Energieversorgungsnetz arbeitet ein Generator am Netz, wie in der folgenden Abbildung gezeigt. Der Generator wird von der Turbine getrieben und ist auf einen Arbeitspunkt $P_{mech} = M_T\ \omega$ eingestellt. Hierbei bezeichnet M_T das Antriebsmoment der Turbine. Der Generator transformiert die mechanische Leistung P_{mech} in elektrische Leistung P_{el}, die ins Netz gespeist wird. Die Drehzahl des Generators ist synchron zur Netzfrequenz.



Frage 7.1.1: Physikalisches Modell. Erstellen Sie ein physikalisches Modell der Strecke Turbine und Generator. Verwenden Sie hierzu folgende Beziehungen: (1) Bei Änderungen der Turbinenleistung $P_T(t)$ durch die Dampfmenge h(t) gibt es eine Speichereffekt durch den Dampf in der Turbine, d.h. es gilt $\dot{P}_T(t) = K_T\ h(t) - P_T(t)/T_T$.

(2) Die Turbinenleistung $P_T(t)$ erzeugt ein Antriebsmoment $M_T(t) = P_T(t)/\omega_0$ am Generator. Dieses Moment wird für ein Lastmoment M_L verwendet, das er elektrischen Leistung entspricht, sowie für die Drehimpulsänderung des Rotors $M_R = J_R\ d\omega/dt$.

Der Wirkungsgrad des Generators ist so hoch, dass Verluste vernachlässigt werden können. Mit ω_0 ist der Sollwert der Netzfrequenz bezeichnet ($\omega_0 = 2\pi\ f_0$). Die Netzfrequenz $f = \omega/2\pi$ ist um die Polpaarzahl p des Generators proportional zur Drehzahl des Generators, d.h. f = p n.

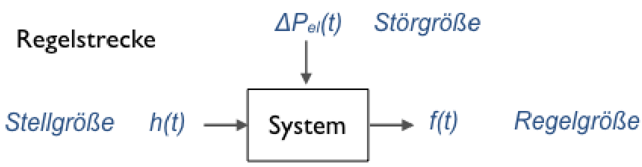
Lösung:

$$\dot{P}_T(t) = K_T\ h(t) - P_T(t)\ /T_T \quad (7.1.1)$$

$$M_T(t) = P_T(t)\ /\omega_0 = M_L + J_R\ d\omega/dt \quad (7.1.2)$$

Frage 7.1.2: Systemdefinition. Definieren Sie den Generator-Turbinensatz als Regelstrecke. Als Störgröße sollen Änderungen ΔP der elektrischen Leistung im Netz um den Arbeitspunkt P_b des Generators betrachtet werden.

Lösung:



Frage 7.1.3: Systembeschreibung. Erstellen Sie ein Modell der Regelstrecke. Wie reagiert die Strecke auf Lastschwankungen ΔP? Begründen Sie das Verhalten der Strecke.

Lösungsbeispiel: Zustandsmodell

- Zustandsgrößen: $x_1(t) = P_T(t)$, $x_2(t) = \omega(t)$

- Eingangsgröße (Stellgröße): u(t) = h(t) (Ventilhub zur Einstellung der Dampfmenge)
- Ausgangsgröße (Regelgröße): f(t)= ω(t) / 2π (Netzfrequenz).

Hiermit ergeben sich die Zustandsgleichungen:

$$\dot{x}_1(t) = K_T\, u(t) - x_1(t)/T_T \qquad (7.1.3)$$

$$x_1(t) / \omega_0 = M_L + J_R\ \dot{x}_2(t) \text{ umgeformt nach } \dot{x}2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = (1/(\omega_0 JR))\, x_1(t) - (M_L/J_R\,) \qquad (7.1.4)$$

$$y(t) = x_2(t) / 2\pi \qquad (7.1.5)$$

Störverhalten: Lastschwankungen ΔP bedeuten Änderungen des Lastmoments ΔM. Da die Antriebsleistung konstant bleibt, verursacht die Laständerung eine Änderung des Drehimpulses. Bei positivem Lastsprung (mehr Leistung wird entnommen) verringert sich die Drehzahl der Maschine. Bei negativem Lastsprung (weniger Leistung) erhöht sich die Drehzahl der Maschine. Sofern im Netz keine weiteren Generatoren arbeiten, folgt die Netzfrequenz unmittelbar der Drehzahl der Maschine.

$$\dot{x}_2(t) = (1/\omega_0 J_R)\, x_1(t) - (M_L + \Delta P/\omega_0\,) /J_R)$$

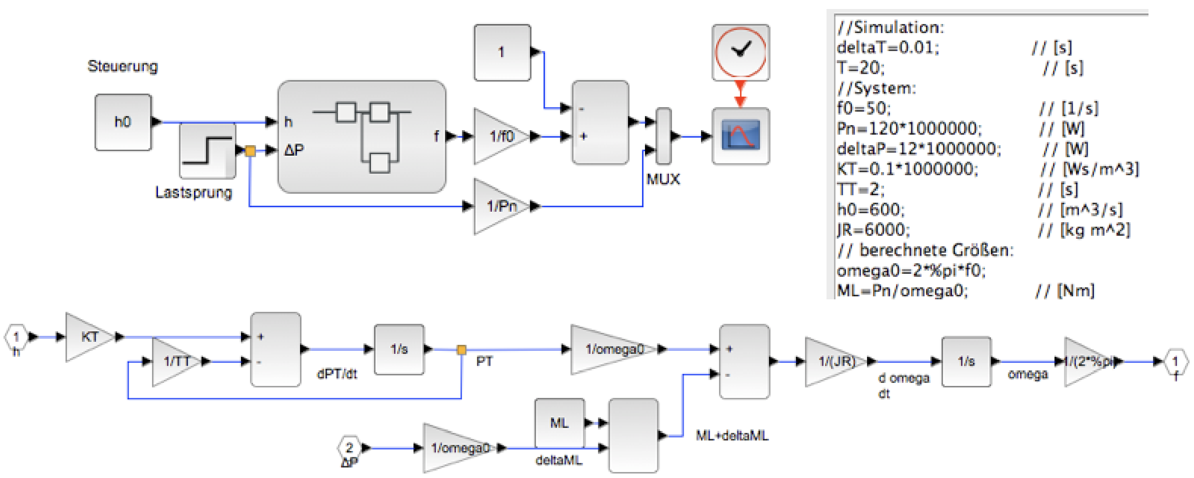
mit Störgröße $\Delta M = \Delta P/\omega_0$.

Dieses Verhalten lässt sich aus der Energiebilanz begründen: Entnimmt man mehr elektrische Energie als man mechanische Energie zuführt, so wird die Differenz aus der gespeicherten kinetischen Energie bezogen. Der Drehimpuls nimmt ab (der Rotor dreht sich langsamer). Umgegehrt führt ein Überschuss an zugeführter Energie zu einer Beschleunigung des Rotors.

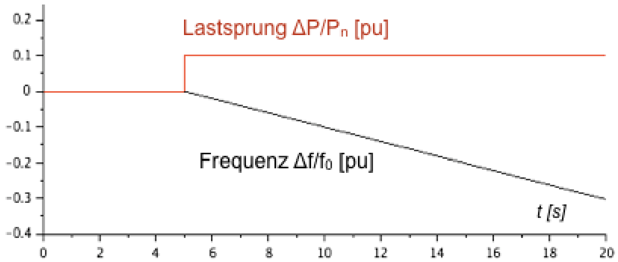
Frage 7.1.4: Simulation. Simulieren Sie die Strecke mit plausiblen Parametern.

Lösungsbeispiel: Signalfluss

Hinweis: Entscheidend sind die Initialwerte der Simulation. Das System soll aus dem Gleichgewicht von mechanischer Leistung und elektrischer Leistung bei Nenndrehzahl starten, d.h. $f(0) = f_0$ (Nenndrehzahl) und $P_T(0) = P_L(0) = P_n$ (Nennleistung). Diese Initialwerte sind bei den beiden Integralen (Blöcke 1/s) anzugeben:



Simulation mit den in der Abbildung oben angegebenen Parametern:

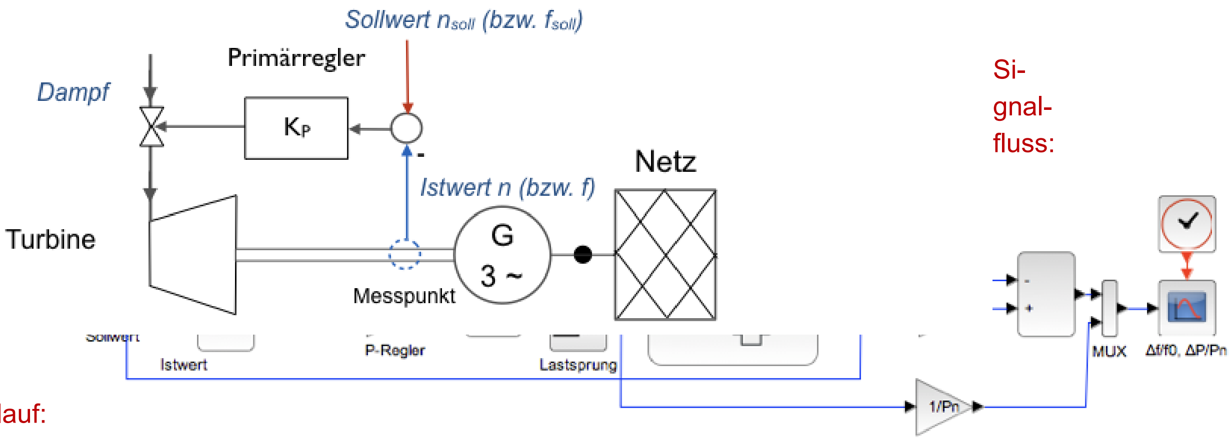


Ab dem Zeitpunkt des Lastsprungs wird mehr elektrische Leistung abgeführt, als mechanische Leistung zugeführt wird. Die Differenz wird aus der kinetischen Energie des Rotors bezogen: die Drehzahl sinkt kontinuierlich.

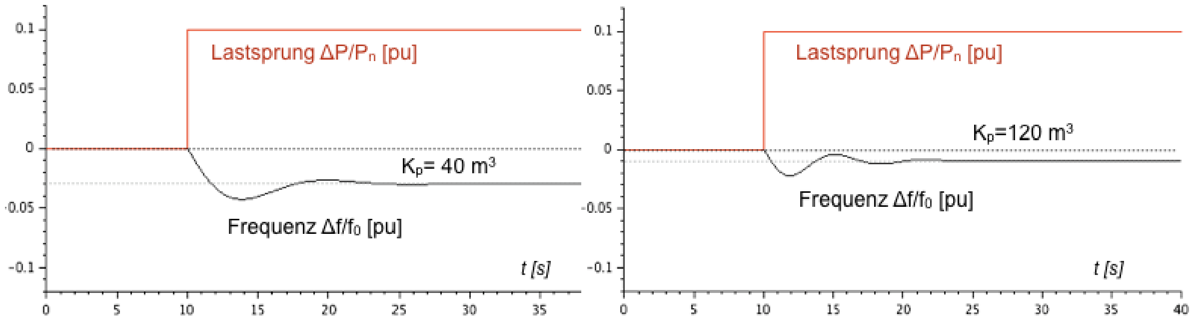
Frage 7.1.5: Reglerentwurf. Entwerfen Sie einen Regler nach folgendem Blockschaltbild. Hinweis: Der Regler soll nur Störungen (Abweichungen) um den Arbeitspunkt P_b ausregeln. Die Einstellung auf diesen Arbeitspunkt erfolgt daher mit Hilfe einer Vorsteuerung. Simulieren Sie das System mit und ohne Regler.

Lösung: Regler

Signalfluss:



Simulationslauf:

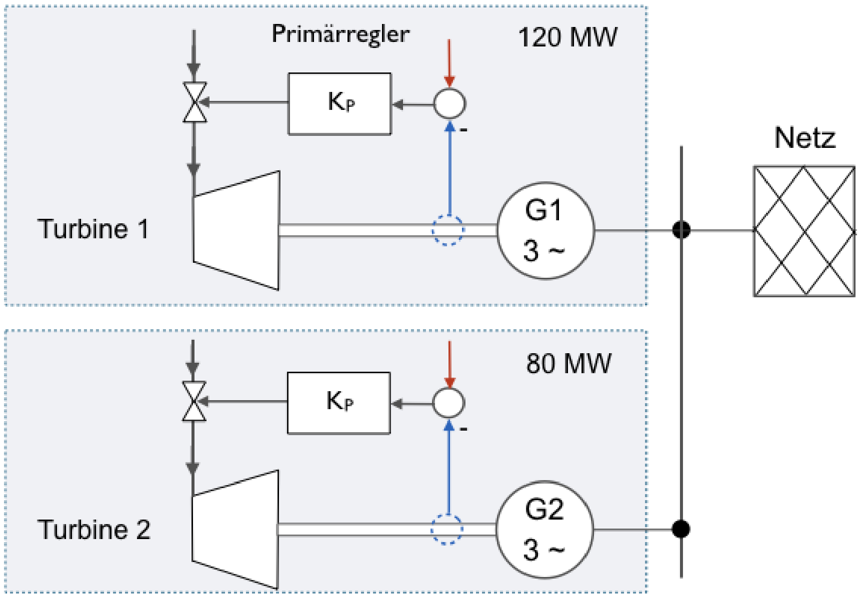


Frage 7.1.6: Verhalten im ungeregelten und geregelten Fall. Für das stationäre Störverhalten wird folgende Kenngröße eingeführt: Die Statik: $S = \Delta f / \Delta P$ beschreibt die relative Frequenzabweichung bei einem vorgegebenen Lastabweichung ΔP. Welche Statik hat der Generator?

Lösung: Simulationen mit Lastsprung siehe Frage 7.1.4 und 7.1.5. Abhängig von der gewählten Reglerkonstanten K_P ergibt sich für einen Lastsprung vom 10% eine Frequenzabweichung von 3% (bzw. 1%). Die Statik beträgt somit $S = 0{,}3\ f_0/P_n = 0{,}125$ Hz/MW (bzw. 0,042 Hz/MW).

7.2. Verbundnetz

Werden mehrere Generatoren im Verbund betrieben, so können sie sich gegenseitig beim Ausregeln von Lastschwankungen unterstützen. Folgende Abbildung zeigt zwei Generatoren im parallelen Betrieb. Jeder Generator hat einen eigenen P-Regler.



Frage 7.2.1: Streckenmodell. Wie lässt sich der Verbundbetrieb modellieren?

Lösung: Beide Generatoren werden auf die Netzfrequenz einsynchronisiert. Im Modell teilen sich die Generatoren im Prinzip eine Antriebswelle. Es wirkt die kollektive Schwungmasse $J_R = J_{R1} + J_{R2}$. Für die Zustandsgleichungen ergibt sich:

$$\dot{x}_{11}(t) = K_{T1}\, u_1(t) - x_{11}(t)/T_{T1} \tag{7.2.1}$$

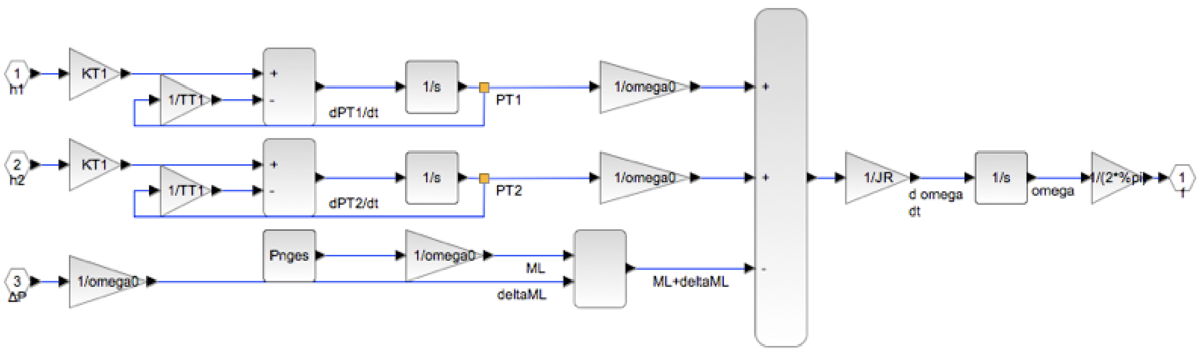
$$\dot{x}_{12}(t) = K_{T2}\, u_2(t) - x_{12}(t)/T_{T2} \tag{7.2.2}$$

$$\dot{x}_2(t) = (1/\omega_0 J_R)\,(x_{11}(t) + x_{12}(t)) - (M_L/J_R) \tag{7.2.3}$$

$$y(t) = x_2(t) / 2\pi \tag{7.2.4}$$

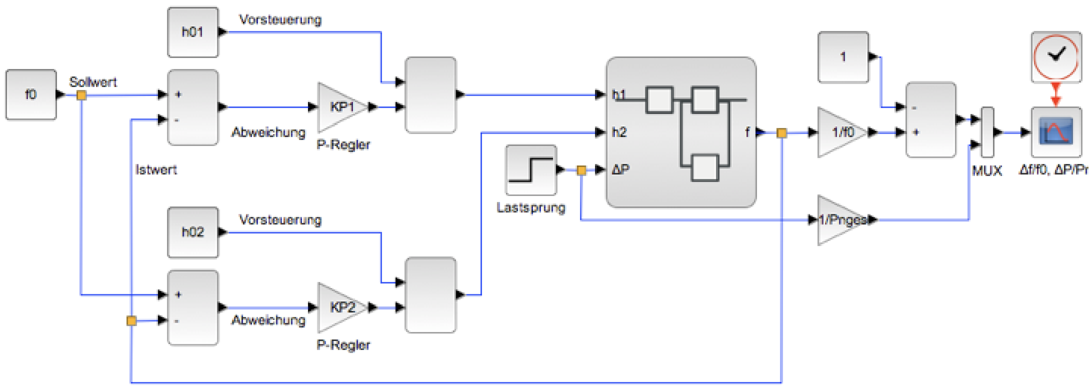
Signalfluss:

Die Drehmomente beider Turbinen wirken zusammen mit dem durch die elektrische Leistung geforderten Drehmoment. Die Differenz ergibt die Drehimpulsänderung beider Maschinen.

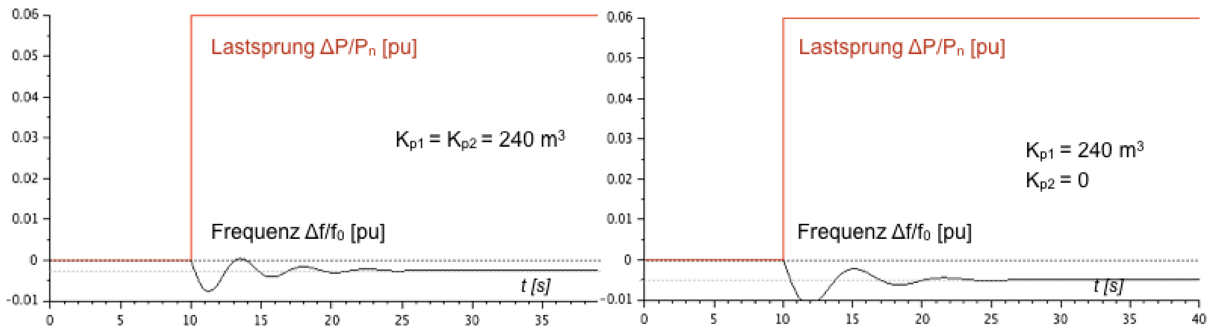


Frage 7.2.2: Simulieren Sie die Regelung. Wie ändert sich die Statik insgesamt?

Lösung: Signalfluss:



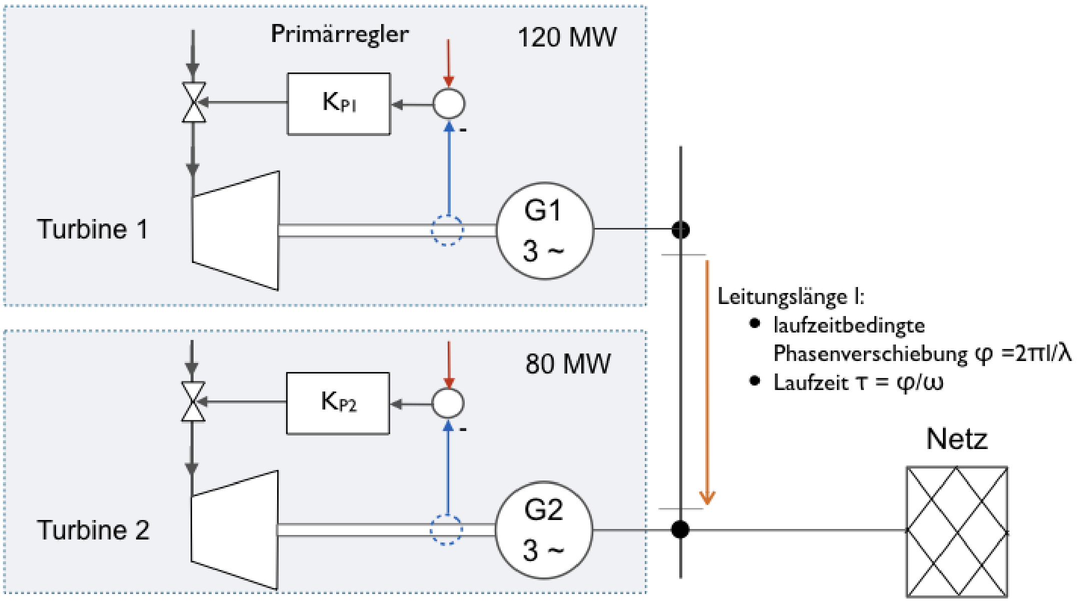
Simulation:



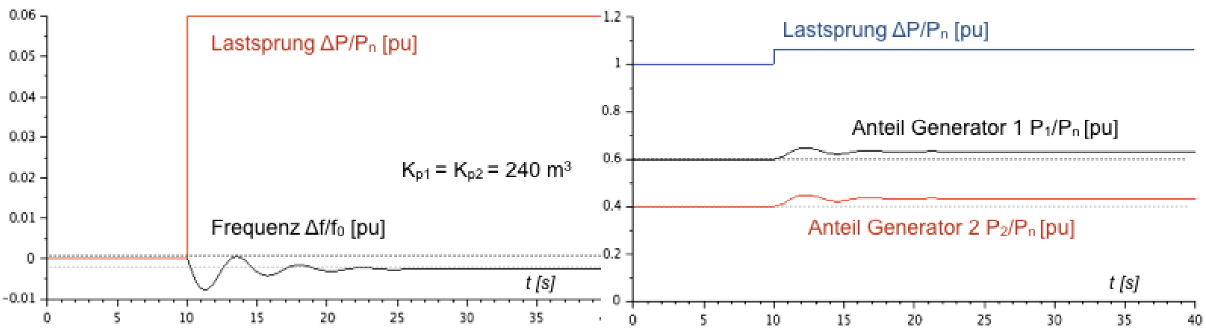
Die Statik verbessert sich insgesamt: Lässt man Generator 2 (80 MW) ungeregelt und regelt nur mit Generator 1 (120 MW), so ergibt sich für einen Lastsprung von ΔP = 1,2 MW (entsprechend 6% der Gesamtleistung von 200 MW) eine Frequenzabweichung von 0,05%. Für die Statik errechnet man mit der gewählten Regeleinstellung S = 0,005 f_0/P_{nges} = 0,125 Hz/GW. Bei Aktivierung der Regelung des zweiten Aggregates verbessert sich der Wert.

Der Arbeitspunkt der Generatoren P_{b1} und P_{b2} verschiebt sich während der Störung ΔP. Beide Generatoren leisten einen kollektiven Beitrag zur Kompensation der Lastabweichung. Die Schwungmasse der Generatoren stabilisiert die Regelung.

Frage 7.2.3: Einfluss der Leitungslänge. Welchen Einfluss hat die Leitungslänge, wenn Generator 1 über eine Leitung der Länge l angebunden ist, der Lastsprung aber am Ort von Generator 2 entsteht? Welche Zusammenhänge bestehen? Wie schätzen Sie die Einflüsse der Laufzeiten für die Primärregelung ein?



Lösung: Je nach Länge der Leitung ergibt sich eine Laufzeit einerseits für die Anlieferung der Wirkleistung von G_1 zum Netz bei G_2, andererseits für die Kommunikation des Lastsprunges von der Anbindung an das Netz bei G_2 mit Hilfe der Netzfrequenz zum Standort von G_1. Generator 1 regelt den Lastsprung um diese Laufzeit früher aus.

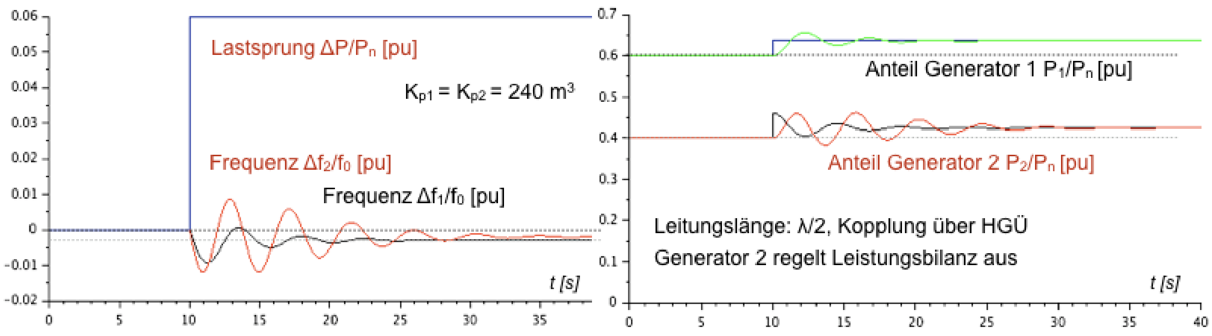


Der Einfluss der Laufzeit ist jedoch gering: Eine Phasenverschiebung von π/4 entspricht einer Laufzeit von 1/8 Periode, d.h. 20 ms /8 = 2,5 ms. Bei einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von 200 10^6 m/s auf der Leitung entspricht dies einer Leitungslänge von 500 km (entsprechend λ/8). In der Simulation der Primärregelung ergeben diese Laufzeiten keine nennenswerte Reaktion.

Frage 7.2.4: Anbindung über HGÜ. Simulieren Sie den Fall einer Anbindung über eine Gleichstromanbindung (HGÜ). Welche Effekte ergeben sich? Worin bestehen die Unterschiede zu einer Anbindung über eine Drehstromleitung (AC-Leitung)?

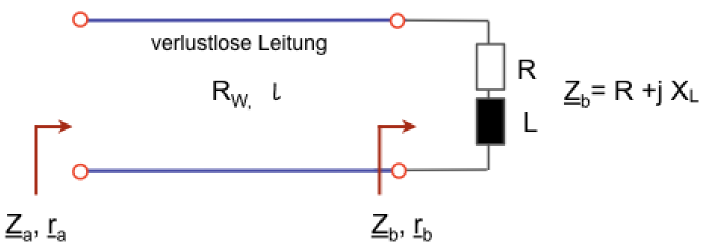
Lösung: Es ergeben sich nur die genannten Laufzeiteffekte. Die Systeme sind über die Wirkleistung gekoppelt. Bei Leistungsentnahme an Generator 1 über den Gleichgewichtszustand hinaus ergibt sich demnach auch ein Einfluß auf die Netzfrequenz. Bei Anbindung durch eine AC-Leitung sind Effekte der Wellenausbreitung zu berücksichtigen (Reflexionen, Überlagerungen, Blindleistung).

Simulation: Als Leitungslänge wurden 2000 km gewählt (d.h l = λ/2 bzw. φ = π, Laufzeit 10 ms).



7.3. Anbindung über AC-Leitungen

Wenn Generator über eine längere Leitung einspeist, so transformiert diese die Lastimpedanz. Hierdurch ergibt sich für Generator 1 ein anderer Arbeitspunkt bzgl. P_1 und $\cos\phi_1$. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip für eine verlustlose Leitung der Länge l mit Wellenwiderstand R_W.



Die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_a$ am Anfang der Leitung ergibt sich aus der Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_b$ wie folgt: Aus der Abschlussimpedanz $\underline{Z}_b$ errechnet sich der Ausgangsreflexionsfaktor $\underline{r}_b$

$$\underline{r}_b = \frac{\underline{Z}_b - R_W}{\underline{Z}_b + R_W} \tag{7.3.1}$$

Hieraus berechnet sich der Eingangsreflexionsfaktor

$$\underline{r}_a = \underline{r}_a e^{-j2\beta l} \tag{7.3.2}$$

Aus dem Eingangsreflexionsfaktor errechnet sich die Eingangsimpedanz zu

$$\underline{Z}_a = \frac{1 + \underline{r}_a}{1 - \underline{r}_a} R_w \tag{7.3.3}$$

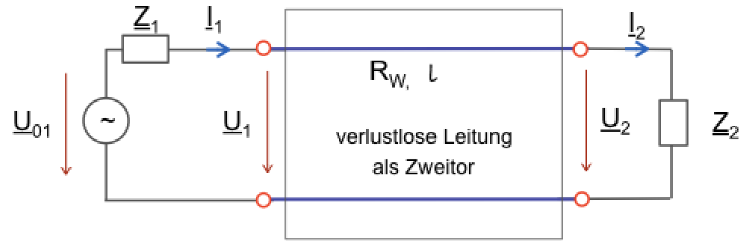
Frage 7.3.1: (1) Welche Transformationseigenschaften hat eine λ/4-Leitung? (2) Welche Eingangsimpedanz ergibt sich mit r_b=-1/3 mit einer λ/8-Leitung mit Wellenwiderstand R_W= 250 Ω? Wie verhält sich diese Leitung eingangsseitig? (3) Wie würde sich eine Viertelwellenleitung mit den Werten aus (2) verhalten?

Lösung: (1) Viertelwellentransformator: r_a = - r_b. Somit würde eine offene Leitung (r_b = 1) in einen Kurzschluss (r_a = -1) transformiert, und umgekehrt. Bei der gegebenen Ausbreitungsgeschwindigkeit wäre das bei einer Leitungslänge von 1000 km der Fall.

(2) Impedanztransformation mit λ/8-Leitung: Für r_b = -1/3 beträgt die Lastimpedanz Z_b = R_b = ½ R_W = 125 Ω. Der Ausgangsreflexionsfaktor r_b wird transformiert r_a = -1/3 $e^{-j\pi/2}$ = 1/3 j. Dieser Wert entspricht einer Impedanz von Z_a = R_W (4/5 + j 3/5). Die Leitung verhält sich somit eingangsseitig induktiv, d.h. sie konsumiert Blindleistung.

(3) Impedanztransformation mit λ/4 Leitung mit den Werten von (2) : r_a = - r_b = 1/3. Die Eingangsimpedanz errechnet sich zu $Z_a = 2\ R_W = 500\ \Omega$.

Frage 7.3.2: Spannungen und Ströme. Folgende Abbildung zeigt die Leitung als Zweitor.



Bei Vorgabe von Strom und Spannung am Leitungsende erhält man für die die Ströme und Spannungen am Leitungsanfang:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + j R_W \underline{I}_2 \sin(\beta l) \tag{7.3.4}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cos(\beta l) + j \frac{\underline{U}_2}{R_W} \sin(\beta l) \tag{7.3.5}$$

Im eingeschwungenen Zustand bei harmonischer Anregung (Wechselstrom ohne Gleichanteil) sind die Verhältnisse am Leitungsanfang nur durch die Beschaltung am Leitungsende bestimmt. Es überlagern sich die reflektierten Anteile mit der Anregung durch den Generator.

Simulieren Sie eine Leitung mit passender Beschaltung am Leitungsende und analysieren Sie Ströme und Spannungen. Untersuchen Sie die Phasenbeziehungen in Abhängigkeit der Leitungslänge.

Lösung: Setzt man die Beziehung $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2\ \underline{I}_2$ am Leitungsende ein, so erhält man

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cos(\beta l) + j \frac{R_W}{\underline{Z}_b} \underline{U}_2 \sin(\beta l) \tag{7.3.6}$$

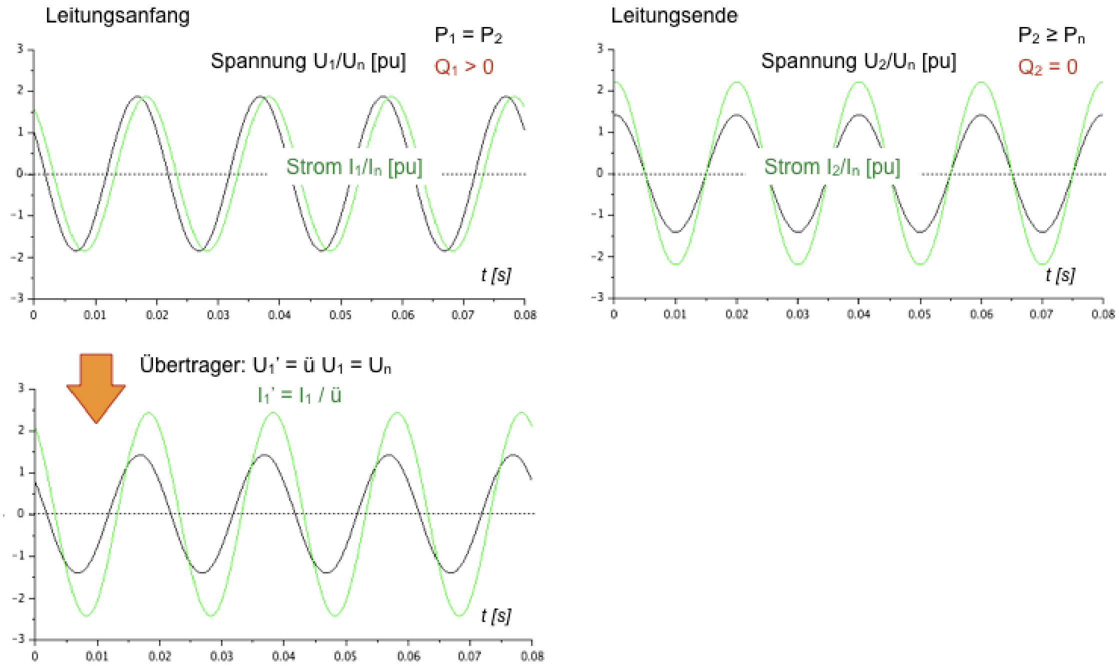
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cos(\beta l) + j \frac{\underline{Z}_b}{R_W} \underline{I}_2 \sin(\beta l) \tag{7.3.7}$$

Für eine Leitung mit R_W=250 Ω und l= 500 km Länge (entsprechend λ/8) erhält man abhängig von der Beschaltung am Leitungsende folgende Ergebnisse.

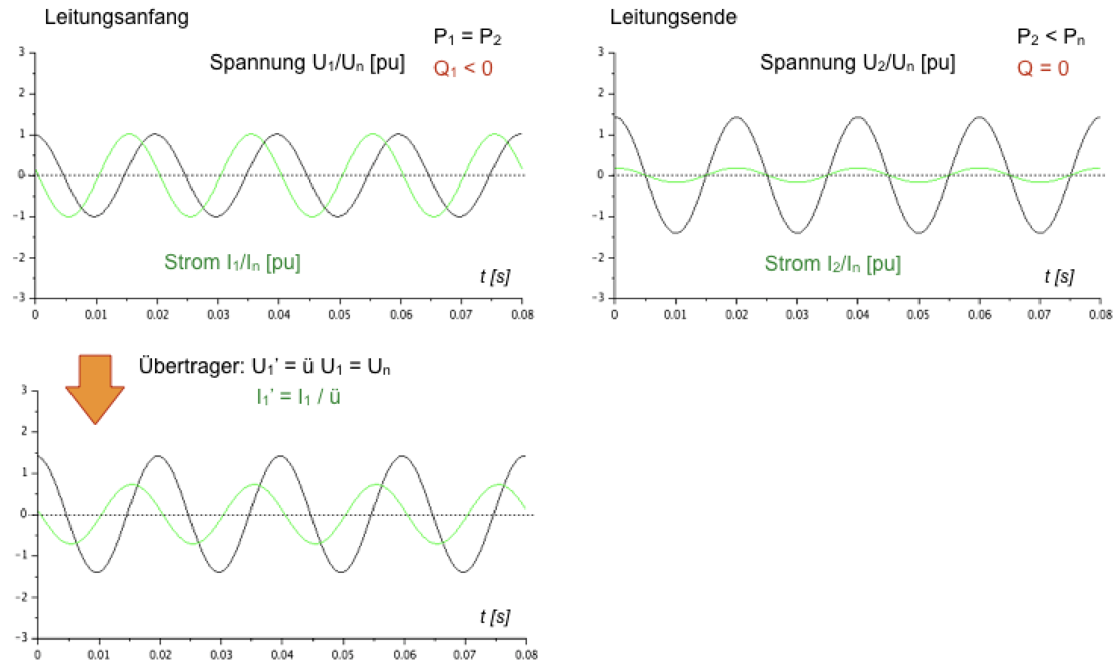
Simulation mit Last $Z_2 = R_2 = 160\ \Omega$: siehe folgende Abbildung.

Starke Last, die Leitung verhält sich induktiv.

Hierbei wurde die Spannung U_2 am Leitungsende auf die Nennspannung festgelegt. Am Anfang der Leitung sorgt ein Regeltransformator (Übertrager) für eine Anpassung der Spannung.



Simulation mit Last $Z_2 = R_2 = 2000\ \Omega$: Schwache Last, die Leitung verhält sich kapazitiv.



Die Spannung am Leitungsanfang weicht durch die Überlagerung des Stehwellenanteils von der Nennspannung ab. In der Praxis wird dies durch einen Regeltransformator korrigiert. Dieser Effekt lässt sich durch einen idealen Übertrager am Leitungsanfang korrigieren (wobei die Eingangsimpedanz weiter transformiert wird).

Frage 7.3.3: Blindleistung in Abhängigkeit der Leitungslänge und Last. Wie verhält sich die Blindleistung am Anfang der Leitung abhängig von der Leitungslänge, von der Beschaltung und von der Lastsituation? Welche Konsequenzen hat dies für den speisenden Generator am Leitungsanfang?

Lösung: Abhängig von der Beschaltung lassen sich zwei Lastsituationen unterscheiden: (1) starke Last ($R_2 < R_W$) und (2) schwache Last ($R_2 > R_W$). Beide Situationen sind im Sinne der Wellenausbreitung Fehlanpassungen (es entstehen Reflexionen am Leitungsende, die sich mit der einlaufenden Welle überlagern). Der Effekt ist umso ausgeprägter, je mehr die Last R_2 vom Wellenwiderstand R_W der Leitung abweicht.

Für Leitungslängen $0 \leq l < \lambda/4$ verhält sich die Leitung vom Anfang aus betrachtet (1) induktiv (Starklast), (2) kapazitiv (Schwachlast). Die Leitung nimmt im Fall (1) Blindleistung auf (Q>0). Im Fall (2) gibt die Leitung Blindleistung ab (Q<0).

Konsequenz für die speisenden Generatoren am Leitungsanfang ist die Anpassung des jeweiligen Arbeitspunktes an den Blindleistungsbedarf. Dieser ändert sich bei Lastwechsel ebenso wie die be-nötigte Wirkleistung.

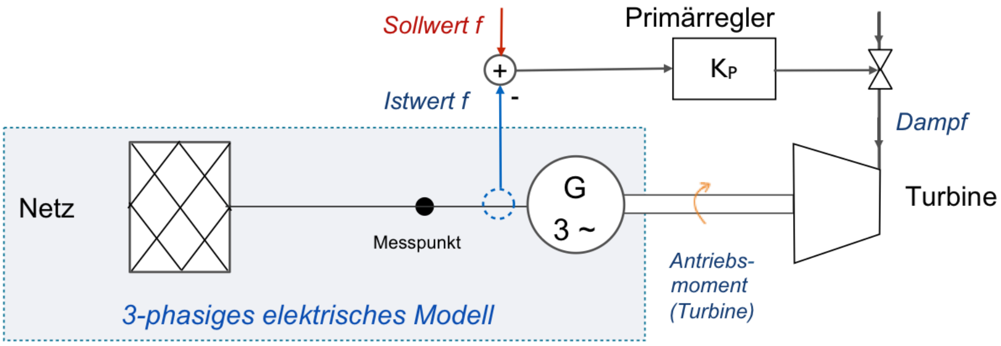
Frage 7.3.4: Synchronisation und Arbeitspunkte der Generatoren bei Anbindung über lange Leitungen. Welche Konsequenzen ergeben sich für die Arbeitspunkte und den synchronen Betrieb der Generatoren im Netz? Verwenden Sie zur Diskussion die Abbildung mit dem Verbundnetz bestehend aus zwei Generatoren aus Abschnitt 7.2.

Lösung: (1) Synchronisation: Bedingt durch die Entfernung (Laufzeit) gibt es eine Phasenverschiebung für die einzelnen Generatoren bzgl. der Netzfrequenz. Jeder Generator synchronisiert sich auf seine lokale Phasenlage ein. Dieses Verhalten ist unabhängig von der Art der Leitung (AC oder DC).

(2) Arbeitspunkte: Während Regeltransformatoren (Übertrager) die Spannung im Bereich der Nennwerte halten, muss der Leistungsbedarf, d.h. Wirkleistung und Blindleistung, durch die Generatoren gedeckt werden. Die Arbeitspunkte der Maschinen bzgl. P und Q müssen im laufenden Betrieb an die Lastsituation angepasst werden. Der Blindleistungsanteil ist nur bei Verwendung von AC-Leitungen erforderlich.

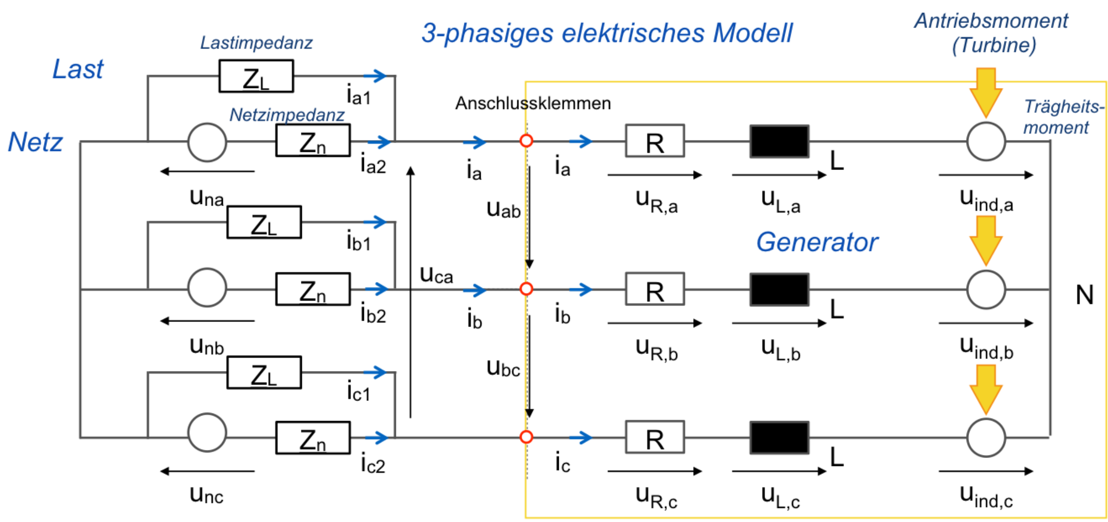
7.4. Primärregelung mit Synchrongeneratoren

In den bisher in diesem Kapitel verwendeten Modellen bestand der Generator-Turbinensatz nur aus einem einfachen mechanischen Modell. Dieses Modell soll nun für eine realistischere Simulation des Arbeitspunktes einer Synchronmaschine erweitert werden.



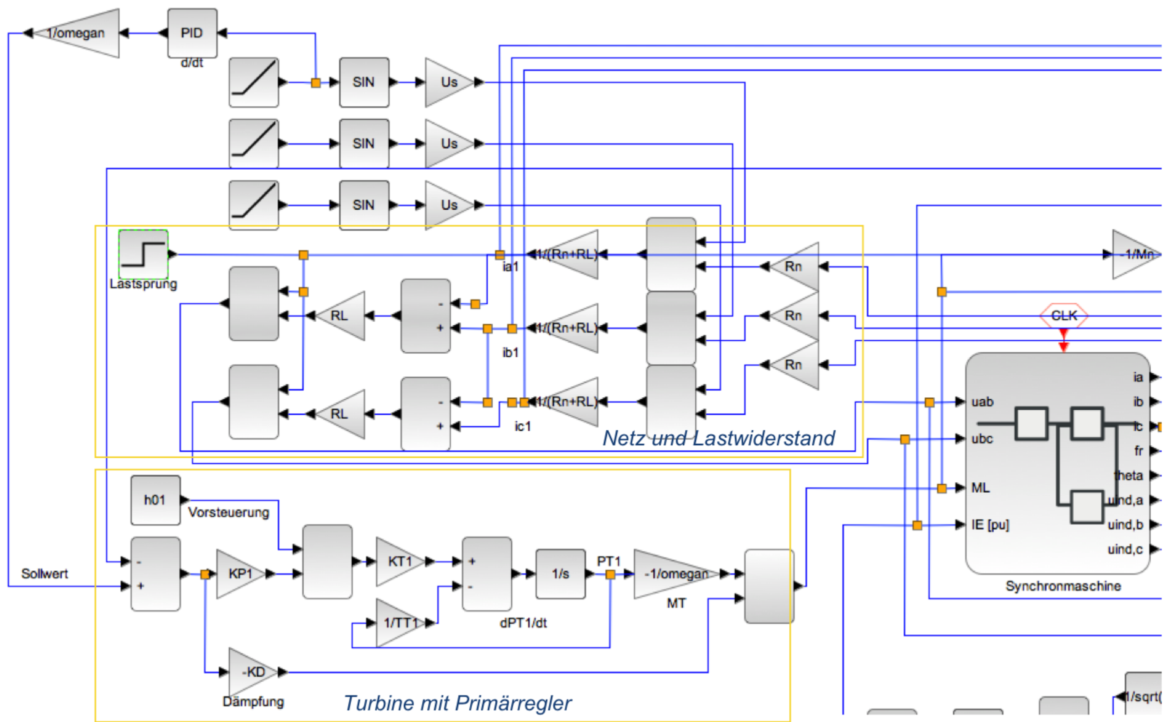
Wie in der Abbildung gezeigt, soll hierzu das 3-phasige elektrische Modell der Synchronmaschine im Generatorbetrieb aus Abschnitt 2 in die Primärregelung mit der Dampfturbine eingesetzt werden. Dieses Modell gestattet wegen des dort gegebenen Rotormodells dann auch die Betrachtung von Pendelschwingungen und sonstiger transienter Zustände. Das elektrische Modell ist der Übersichtlichkeit halber nochmals in der folgenden Darstellung gezeigt.

Im Verbundbetrieb ist der Generator an an ideales Netz (Drehstromsystem u_{na}, u_{nb}, u_{nc}) mit Hilfe der Lastimpedanz Z_L angeschlossen. Da die Simulation im Zeitbereich stattfindet, sind für Z_L die passenden Differenzialgleichungen einzusetzen. Der Generator wird durch das Moment der Turbine angetrieben. Die Dampfzufuhr der Turbine wird so geregelt, dass sich die zugeführte mechanische Leistung im Gleichgewicht mit der abgeführten elektrischen Leistung befindet.

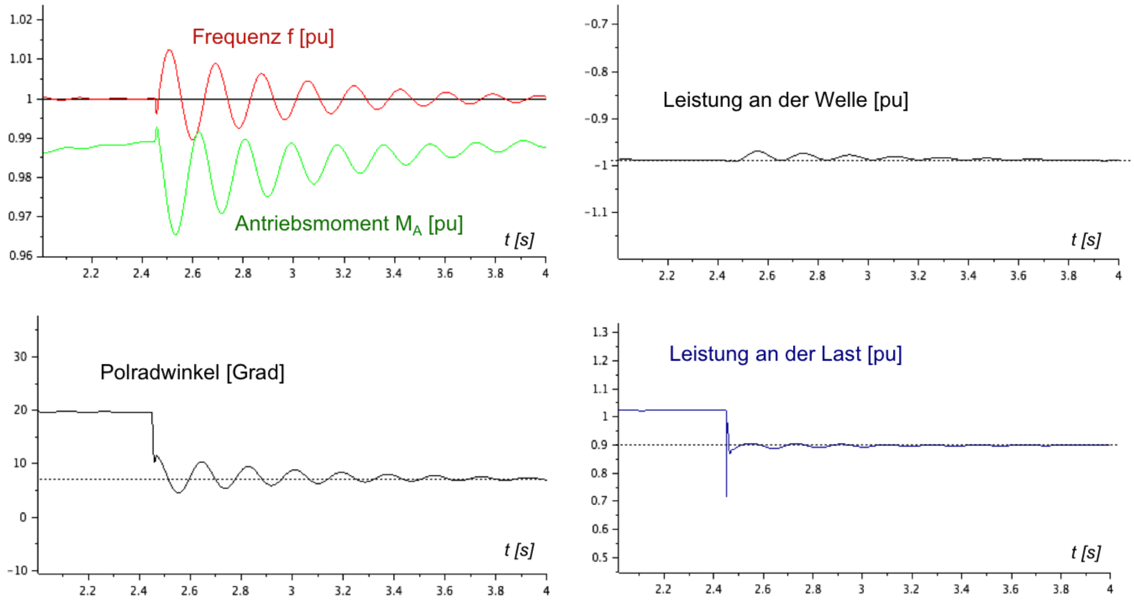


Frage 7.4.1: Simulation. Bauen Sie die Primärregelung mit dem 3-phasigen elektrischen Modell auf und testen Sie das Modell unter Verwendung einer ohmschen Last Z_L=R_L. Hinweis: Die Maschine muss erst mit dem Netz synchronisiert werden. Erst nach Abklingen der diesbezüglichen Einschwingvorgänge ist die Maschine auf Lastwechsel vorbereitet.

Lösungsbeispiel: Das Trägheitsmoment J spielt eine entscheidende Rolle für die Dauer der Synchronisation. Im Beispiel wurde eine Maschine mit folgenden Parametern verwendet: P_n = 20 MW, U_{ab} = 20 kV, η = 0.99, L = 25 mH, J = 60 kg m².



Als Turbine wurde das Modell aus Abschnitt 7.2 verwendet, wobei die Vorsteuerung der Dampfzufuhr an die Maschinenleistung angepasst wurde (siehe Kontext im Modell). Für die Maschinenparameter findet sich bei den Modellen auch eine passende Tabellenkalkulation, mit der sich die Berechnung nachvollziehen lässt. Folgende Abbildung zeigt die Ergebnisse eines Simulationslaufs:



Damit Einschwingvorgänge, die durch die Initialisierung der Ströme verursacht werden, abklingen können, verstreicht ein erstes Ausgabefenster über 2 Sekunden. Zum Zeitpunkt T = 2,4 s wurde die Last näherungsweise durch Änderung des Lastwiderstandes geändert. Es lassen sich durch die Störung verursachte Pendelschwingungen beobachten.

Bei Verringerung des ohmschen Widerstandes gibt die Klemmenspannung bei wachsenden Strömen nach. Hierdurch nimmt die Last weniger Leistung auf, d.h. eine ohmsche Last verhält sich bei Lastwechsel konstruktiv. Das Verhalten ist außerdem abhängig von der Netzimpedanz. Für eine genauere Untersuchung wäre ein passendes Szenario erforderlich. In diesem Fall wäre auch der Aufwand für eine leistungsgeregelte Last gerecht-fertigt, die die Impedanz so ändert, dass die gewünschte Leistung aufgenommen wird.

Frage 7.4.2. Netzanbindung. Erläutern Sie die Rolle der Netzanbindung nach der gezeigten Ersatzschaltung. Welche Rolle spielt die Netzimpedanz R_n? Welches Verhalten ergibt sich bei ohmscher last bzw. bei einer Leistungsgeregelten Last? Welchen Beitrag zur Leistung im Lastwiderstand R_L leistet die Maschine?

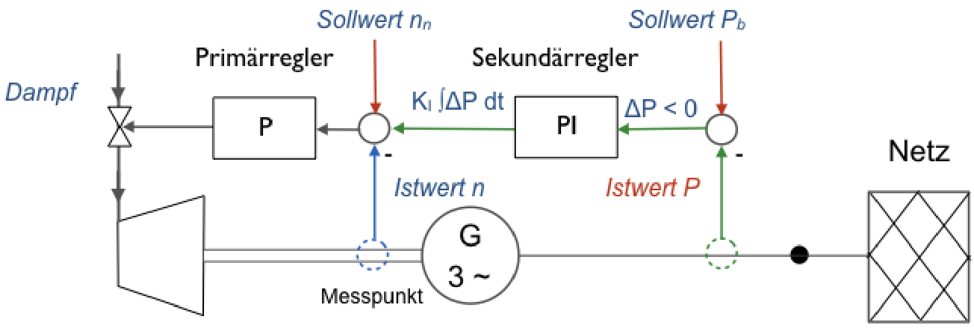
Frage 7.4.3: Arbeitspunkt bei Schwachlast und Starklast. Welchen Einfluß hat die Lastsituation auf das Verhalten der Maschine bei Lastwechsel? Versuchen Sie Aussagen über Lastwechsel in folgenden Situationen zu treffen: (1) Schwachlast mit leicht kapazitivem Netz, (2) Starklast mit induktivem Netz. Aus welchem Arbeitspunkt startet die Maschine in beiden Fällen? Welchen Einfluss haben Lastabwurf und das Zuschalten einer Last?

Frage 7.4.4: Phasenschieberbetrieb. Synchronmaschinen können ohne Antrieb im sogenannten Phasenschieberbetrieb Blindleistung abgeben bzw. aufnehmen. Erläutern Sie das Funktionsprinzip und die erforderlichen Einstellungen an der Maschine.

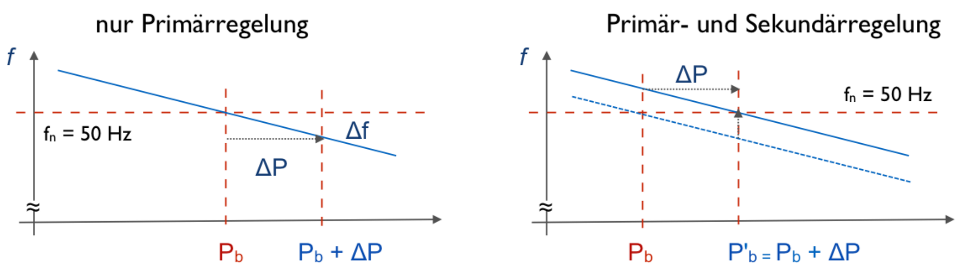
7.5. Sekundärregelung

Die sogenannte Sekundärregelung verschiebt bei einer Lastabweichung ΔP den Sollwert des Primärreglers. Hierdurch wird einerseits die Regelabweichung dauerhaft beseitigt. Andererseits erfolgt die Verschiebung des Sollwertes nur bei dem Erzeuger, der die Planabweichung verursacht hat.

Den Verursacher der Planabweichung kann man durch Messung aller Leistungsflüsse im Netz der jeweiligen Erzeuger ausfindig machen. Die Summe aller zu- und abfließenden Leistung sollte den Planwert P_b bei jedem Erzeuger ergeben. Weicht die Summe von diesem Wert ab, d.h. $P_{b2} = P_{b1} + \Delta P$, so muss der betreffende Erzeuger die Differenz auf eigene Kosten ausregeln. Bei einer negativen Differenz wird der Sollwert entsprechend nach unten korrigiert. Folgende Abbildung zeigt die Sekundärregelung. Die Sekundärregelung ist als PI-Regler ausgeführt.



Frage 7.5.1: Funktionsweise. Erläutern Sie die Funktion der Sekundärregelung mit Hilfe folgender Diagramme. Verwenden Sie hierbei den Begriff Arbeitspunkt.



Lösung: Die Turbine ist auf den Arbeitspunkt P_b eingestellt, z.B. durch eine Vorsteuerung, um die der Primärregler arbeitet. Auf diesem Arbeitspunkt sollte die Netzfrequenz dem Sollwert f_n entsprechen, d.h. die Leistungsbilanz im Netz ist ausgeglichen.

Ändert sich die Leistungsbilanz im Netz durch eine Planabweichung um den Betrag ΔP, so bemühen sich alle Primärregler der Kraftwerke um Netz um einen solidarischen Ausgleich, indem sie z.B. die Turbinenleistung erhöhen, wie rechts in der Abbildung oben dargestellt. Da die Primärregler als P-Regler ausgelegt sind, verbleibt jedoch eine Regelabweichung, d.h. die Netzfrequenz wird nicht vollständig auf den Sollwert zurück geführt. Diese verbleibende Frequenzabweichung ist somit ein Indikator für die Leistungsbilanz im gesamten Netz.

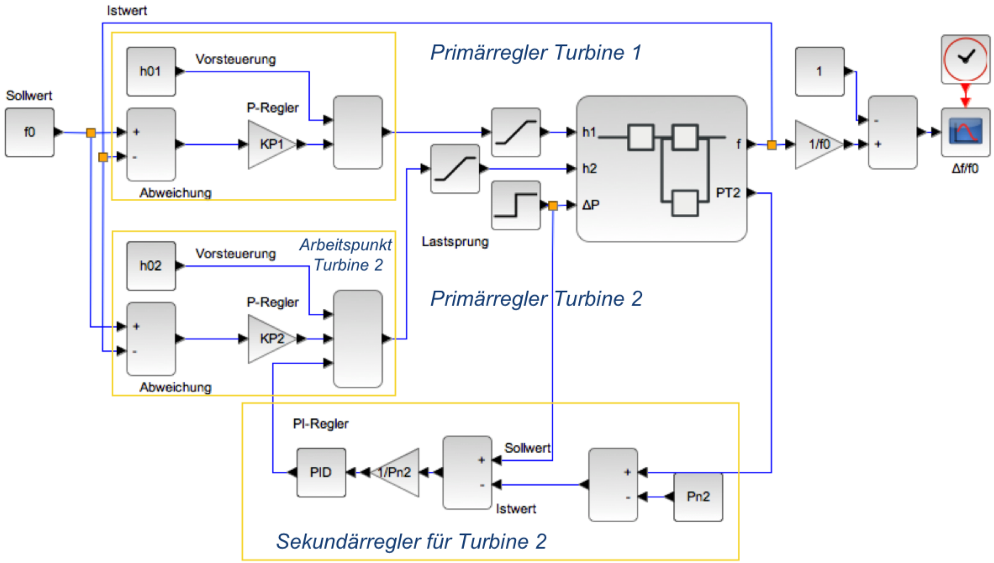
Die solidarische Aktion ist im Sinne der Netzstabilität erwünscht. Allerdings ist sie bei erhöhter Leistung ΔP mit erhöhten Brennstoffkosten für alle beteiligten Parteien verbunden. Durch Messung der Leistungsbilanzen in den Netzabschnitten der Übertragungsnetzbetreiber (sogenannten Bilanzkreisen) lässt sich jedoch herausfinden, in welchem Bereich die Planabweichung stattgefunden hat. Der betroffene Betreiber ist nun für den dauerhaften Ausgleich auf seine Kosten verantwortlich. Hierzu verschiebt er den Sollwert der Leistung seiner Kraftwerke entsprechen. Diese Aufgabe wird über die sogenannte Sekundärregelung ausgeführt. In der Abbildung oben rechts ergibt sich als neuer Arbeitspunkt $P'_b = P_b + \Delta P$. Hier ist die Frequenz nun wiederum auf dem Sollwert.

Frage 7.5.2: Was spricht dafür, die Sekundärregelung als PI-Regler auszulegen?

Lösung: Einerseits soll die Frequenzabweichung vollständig ausgeregelt werden. Hierzu ist ein I-Anteil im Regler erforderlich. Auf der anderen Seite soll die Sekundärregelung nicht mit der Primärregelung konkurrieren. Daher wird die Reglereinstellung so gewählt, dass die Verschiebung des Arbeitspunktes sehr langsam erfolgt.

Frage 7.5.3: Aufbau der Sekundärregelung und Simulation. Erweitern Sie Ihren Verbund zweier Kraftwerke um einen Sekundärregler für eine der Turbinen nach dem oben beschriebenen Prinzip. Überprüfen Sie die Funktion Ihres Modells in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Turbine 2 wurde um einen Sekundärregler ergänzt.



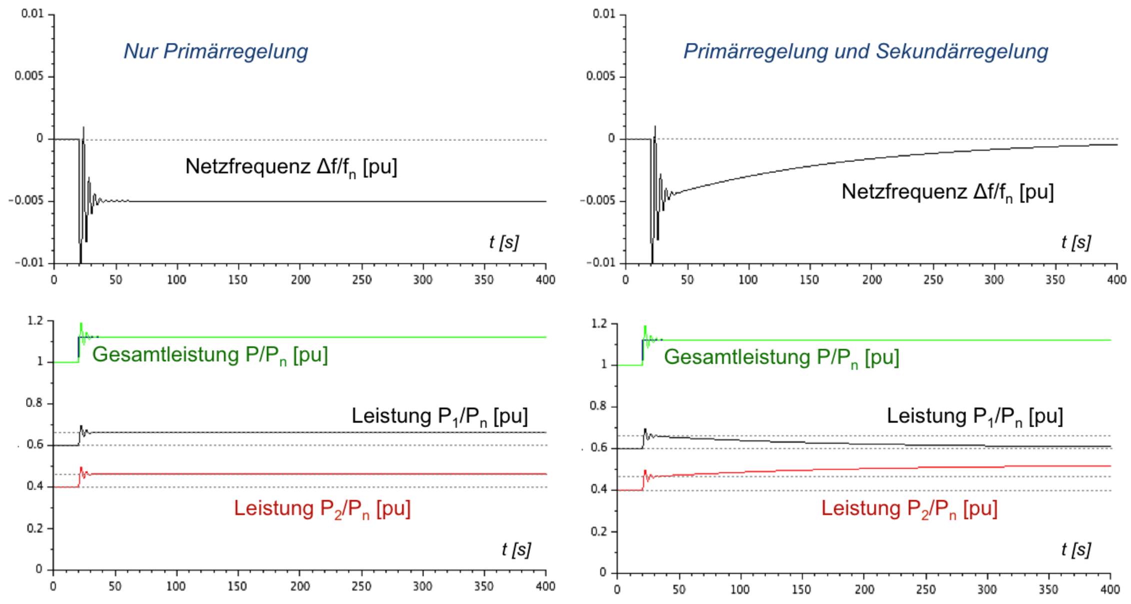
Hierbei wird davon ausgegangen, dass der Lastsprung ΔP im Bilanzkreis des Übertragungsnetzbetreibers stattgefunden hat, indem sich Turbine 2 befindet. Der betroffene Übertragungsnetzbetreiber hat für solche Fälle Regelleistung eingekauft. Die er nun beim Kraftwerksbetreiber der Turbine 2 einfordern kann. Hierzu wird der Sollwert der Leistung der Turbine um den Betrag ΔP erhöht.

Der PI-Regler ändert den Arbeitspunkt der Turbine 2 durch Erhöhung der Dampfzufuhr, bis die aktuelle Leistung der Turbine (Istwert) der Erhöhung um ΔP entspricht. Der I-Anteil des Reglers wird hierbei so gewählt, dass diese Änderung langsam im Vergleich zur Primärregelung erfolgt.

Ein Simulationslauf zeigt folgende Ergebnisse (siehe folgende Abbildung):

Zum Zeitpunkt T = 20 s tritt ein Lastsprung ΔP auf. Die Primärregler der Turbinen 1 und 2 bemühen sich sofort um Ausgleich. Nur mit Primärregler verbleibt jedoch eine dauerhafte Regelabweichung als Indikator der Planabweichung in der Leistungsbilanz (siehe linke Hälfte der Abbildung). Die Leistungsbilanz ist hierbei ausgeglichen, da alle beteiligten Kraftwerke in diesem Fall zusätzliche Leistung erbringen (siehe Verlauf P(t) im unteren Teil der Abbildung).

Aktiviert man den Sekundärregler, wird die Netzfrequenz langsam wieder auf den gegebenen Sollwert zurück geführt. Auch hier ist de Leistungsbilanz im Netz stets ausgeglichen. Betrachtet man die Beiträge der einzelnen Turbinen im unteren Teil der Abbildung, so erkennt man, dass die im neuen Arbeitspunkt zusätzlich benötige Leistung dauerhaft jedoch nur von Turbine 2 erbracht wird.



Auf diese Weise erfolgt der dauerhafte Bilanzausgleich durch den Verursacher der Planabweichung. Die Primärregler der übrigen Kraftwerke sorgen dafür, dass diese Kraftwerke ihre Beiträge um den Anteil zurück nehmen, die Turbine 2 zusätzlich leistet. Die Kommunikation der Leistungsbilanz im Netz erfolgt hierbei ausschliesslich mit Hilfe der Netzfrequenz, ohne zusätzliche Kommunikationsmittel.

Frage 7.5.4: In den derzeitigen Netzen sind Erzeuger erneuerbarer Energien aus der Leistungsregelung überwiegend ausgenommen. Außerdem gilt ein Vorfahrtsgebot für die Aufnahme grünen Stroms. Welche Konsequenzen ergeben sich hierfür für die Leistungsregelung?

7.6. Leistungsregelung mit erneuerbaren Energien

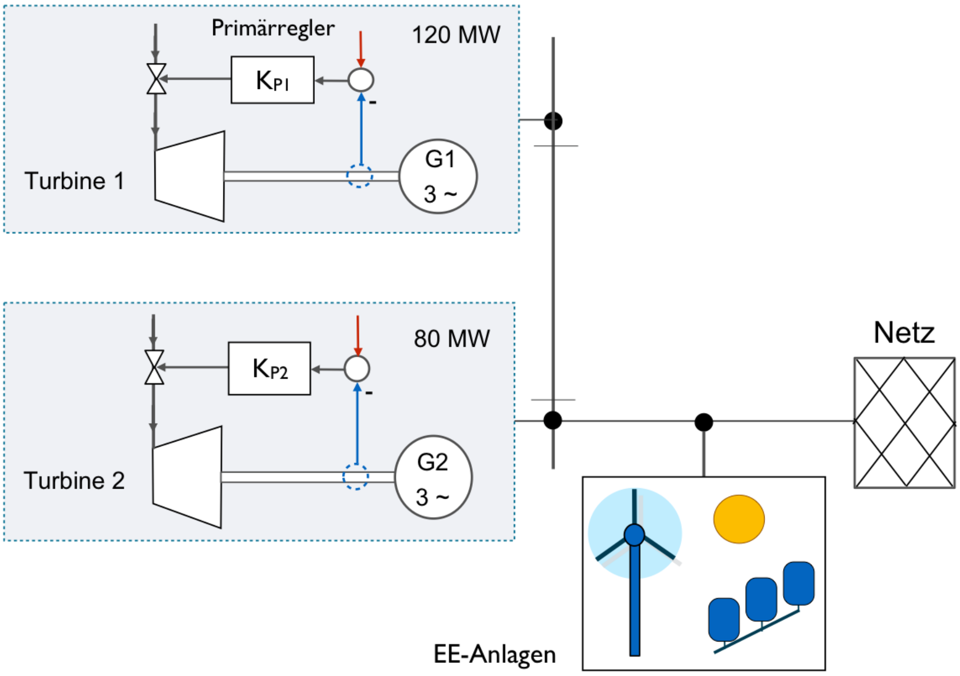
Im Rahmen ihrer Planbarkeit (Wetterbericht) lassen sich erneuerbare Energienanlagen wie z.B. Windkraftanlagen und Photovoltaik-Anlagen in Leistungsplan über dem Tagesverlauf einbeziehen. Wenn laut Vorhersage ein Angebot an EE besteht, kann entsprechend weniger konventionelle Kraftwerksleistung eingeplant werden. Dieses Angebot ist somit ohne Einfluss auf die Leistungsregelung.

Allerdings gibt es bei Fluktuationen im Leistungsangebot unter Umständen auch stärkere Planabweichungen. Diese müssen durch die konventionellen Kraftwerke ausgeregelt werden. Bezüglich der Leistungsregelung stellen diese Abweichungen Störgrößen für den jeweiligen Arbeitspunkt der Anlagen dar. Für die Regelung genügt es also, anstelle des Lastsprunges die durch Erneuerbare Energien eingeführten Fluktuationen der Leistungsbilanz zu berücksichtigen. Der Rückbau nicht mehr benötigter Kraftwerke mit fortschreitendem Ausbau erneuerbarer Erzeuger verstärkt ebenfalls die Fluktuationen der Netzfrequenz durch Verlust an Schwungmasse und Primärregelung.

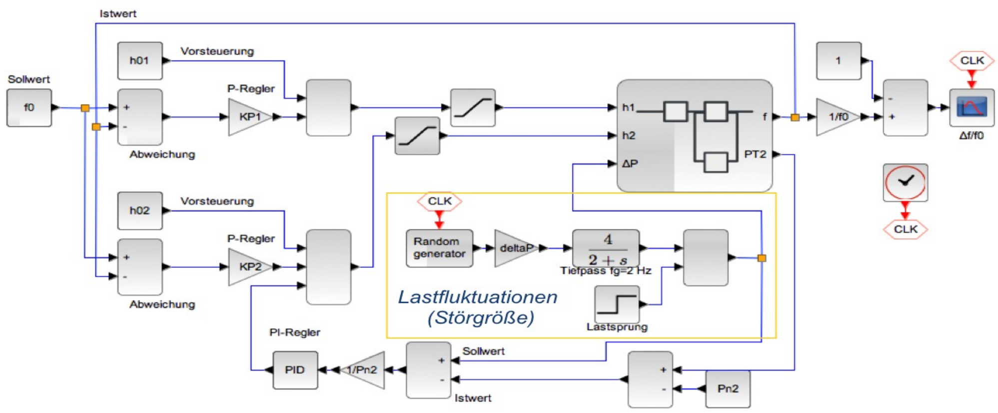
Frage 7.6.1: Primärregelung mit Erzeugern erneuerbarer Energien. Folgende Abbildung zeigt ein Szenario bestehend aus zwei Kraftwerken und einer EE-Anlage. Erweitern Sie Ihr Modell so, dass durch die EE-Anlagen zufällige Fluktuationen ΔP(t) als Störgrößen eingeführt werden. Der Arbeitspunkt der Kraftwerke soll hierbei der geplanten Leistung inklusive der EE-Beiträge entsprechen. Die absolute Beitrag der EE zur Leistung spielt somit keine Rolle bei dieser Betrachtung.

Lösungsbeispiel: Die beide Kraftwerke mit ihrer Primärregelung bleiben unverändert, ebenso die Sekundärregelung für Turbine 2. Da der absolute Arbeitspunkt bei dieser Betrachtung keine Rolle spielt, werden stellvertretend für die erneuerbaren Anlagen nur die Fluktuationen der Leistung als Störgröße ins Modell übernommen. Als Signalquelle gilt ein Rauschgenerator, der auf normalverteiltes Rauschen mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 1 eingestellt ist.

Da die Primärregelung vergleichsweise träge reagiert und sich Fluktuationen im Netz nur gedämpft ausbreiten können, wird das Rauschsignal tiefpassgefiltert. Hierbei liegt die Grenzfrequenz des Filters oberhalb der Grenzfrequenz der Primärregelung (und somit auch oberhalb der Grenzfrequenz der Sekundärregelung).



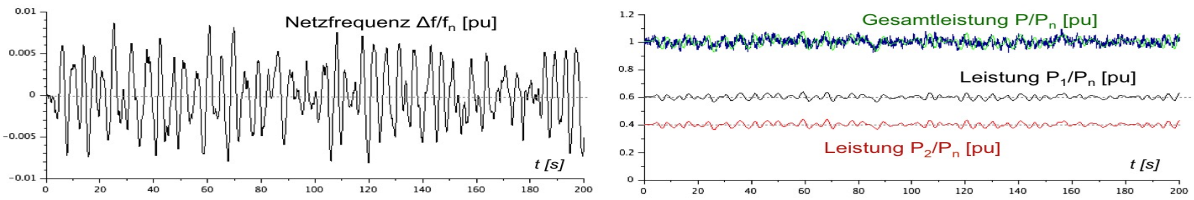
Folgende Abbildung zeigt das erweiterte Modell:



Einziger Unterschied ist die Erweiterung bzgl. der Störgröße. Die Sekundärregelung wurde beibehalten, ebenso der diesbezügliche Lastsprung (Bias), den die Sekundärregelung ausregeln kann.

Frage 7.6.2: Simulation.Testen Sie ihr Netzmodell mit Hilfe einer Simulation.

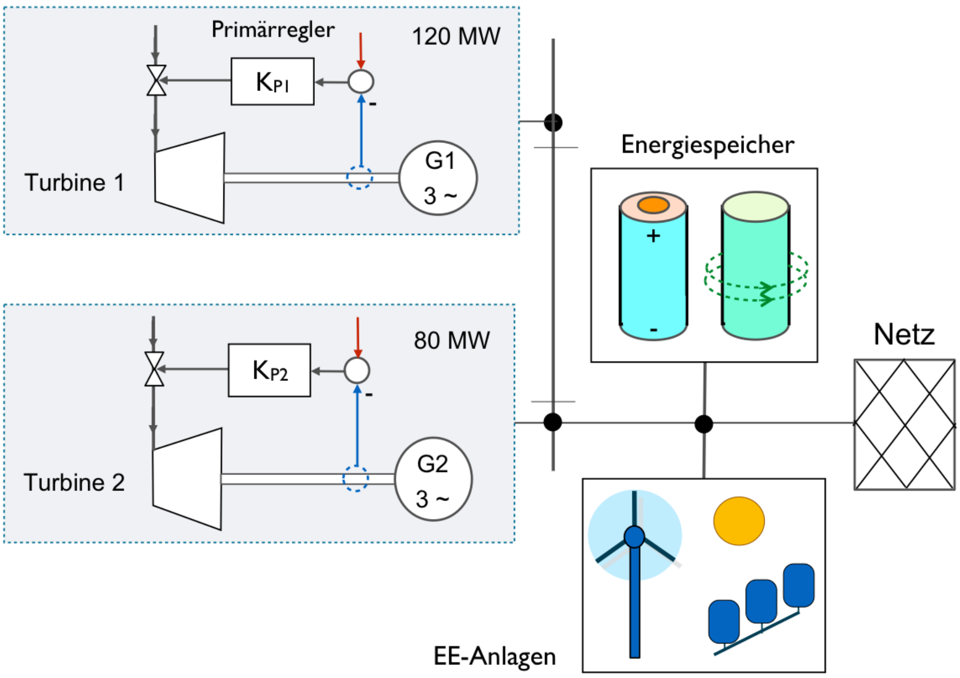
Lösung: siehe folgende Abbildung.



Die Netzfrequenz unterliegt nun Schwankungen wegen des verbleibenden Regelfehlers der Primärregler (P-Regler). Die Primärregler passen die Turbinenleistung den Fluktuationen im Rahmen ihrer Regelbandbreite an. Die Sekundärregelung hat auf diese Fluktuationen überhaupt keinen Einfluss und kann nur kontinuierliche Abweichungen (Bias) bzw. Schwankungen über lange Zeiträume ausgleichen.

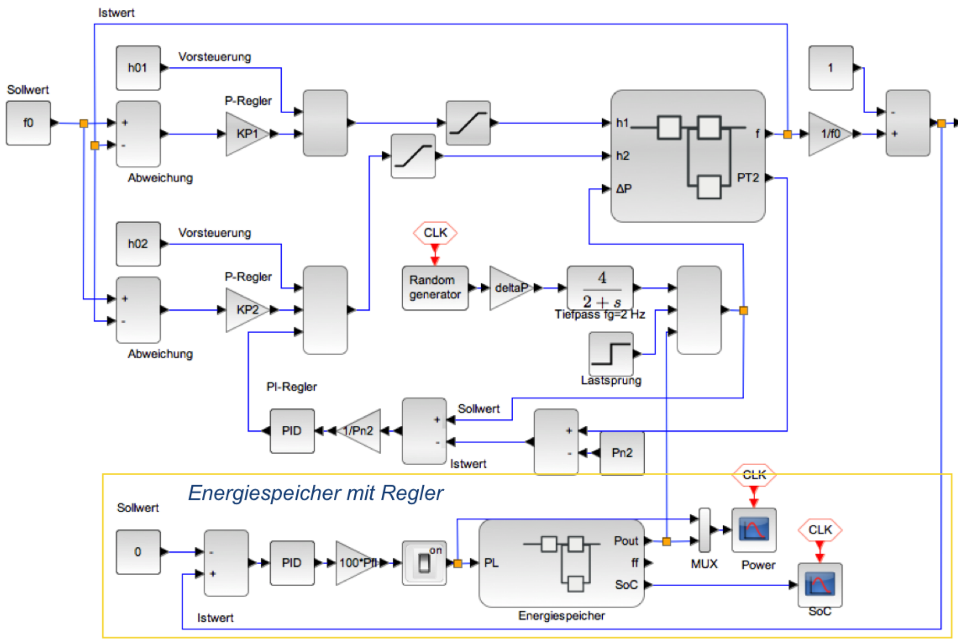
Frage 7.6.3: Beteiligung großer erneuerbarer Energieanlagen an der Primärregelung. Wäre es sinnvoll, zumindest große erneuerbare Energieanlagen an der Primärregelung zu beteiligen? Diskutieren Sie Vorteile und Nachteile. Was wären mögliche Lösungsansätze? Welche Änderungen wären gegenüber der heutigen Praxis für eine technische Umsetzung erforderlich? Welche technischen Richtlinien hierzu gelten bereits (siehe z.B. ENTSO-E)? Welche Änderungen der Marktmechanismen (z.B. Börse für Regelenergie) wären gegenüber der heutigen Praxis erforderlich?

Frage 7.6.4: Einsatz von Energiespeichern zur Unterstützung der Momentanreserve und Primärregelung. Eine Alternative zur Beteiligung der EE-Anlagen an der Primärregelung zumindest für Fluktuationen der Netzfrequenz ist der Einsatz von Energiespeichern. Folgende Abbildung zeigt ein um einen Energiespeicher erweitertes Szenario.



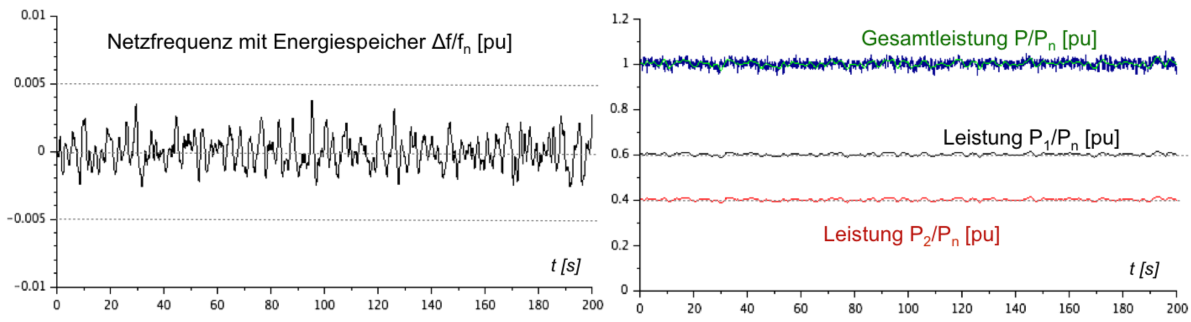
Da der Speicher nur Fluktuationen ausgleichen soll, käme z.B. ein chemischer Speicher (Batterie) bzw. ein kinetischer Speicher (Schwungmasse) in Frage. Erweitern Sie Ihr Netzmodell um einen Energiespeicher, entwerfen Sie einen passenden Regler und testen Sie Ihr Szenario in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Aufbau der Regelung siehe folgende Abbildung.



Sollwert des Energiespeichers ist eine relative Abweichung von der Netzfrequenz um Null. Als Istwert und Leistungsindikator wird die aktuelle relative Abweichung $\Delta f/f_n$ verwendet. Der Regler führt die Ausgangsleistung des Energiespeichers so, dass die Frequenzabweichung minimiert wird. Der in folgender Abbildung gezeigte Simulationslauf zeigt, dass der Energiespeicher eine Großteil der Fluktuationen auffangen kann.

Zur Dimensionierung: Die Energiemenge des Speichers muss ausreichen, um größere Schwankungen auszugleichen. Der Anschlusswert richtet sich nach zu regelnder Leistung. Für das gegebene Beispiel genügt eine Kapazität von 40 kWh und ein Anschlusswert von 20 MW (d.h. 1/10 der Gesamtleistung). Als Systemeigenschaft lässt sich das Verhältnis der Energiemenge (kWh) zum Anschlusswert (kW) definieren. Es kennzeichnet die Ladedauer, d.h. die Zeit zum Aufladen bzw. Entladen des Energiespeichers mit maximaler Leistung. Für die gegebenen Werte errechnet sich eine Ladedauer von 7,2 Sekunden.

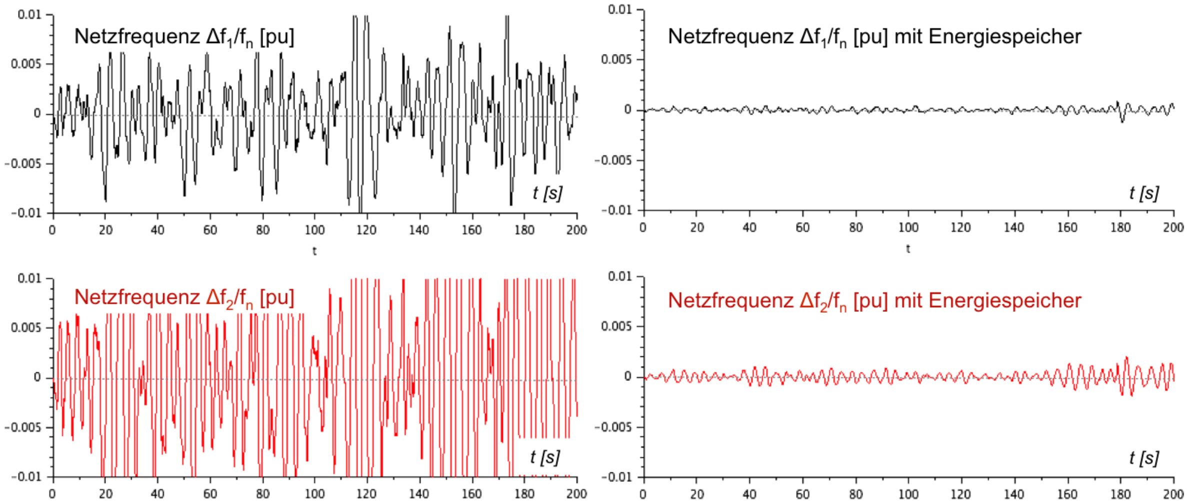


Auch wenn der Energiespeicher der Lastvorgabe durch die Netzfrequenz exakt folgt, kann er die Leistungsschwankungen nicht komplett ausregeln, da die Netzfrequenz nur einen Indikator für die Leistungsbilanz liefert, der durch die Schwungmasse der Generatoren mit Hilfe des Primärreglers vermittelt wird.

Frage 7.6.5: Alternative Konzepte zur Primärregelung: Bisher wurde davon ausgegangen, dass alle Kraftwerke im Netzverbund arbeiten und über die Synchronisation auf die Netzfrequenz miteinander gekoppelt sind. Eine Alternative wäre die Auftrennung des Netzes in mehrere Bereiche, die in Form zellularer Netze als eigenständige Frequenzdomänen kooperieren. Die Anbindung der Bereiche kann über DC-Kopplungen (HGÜ bzw. DC-Kurzkupplung) geschehen. Die Bereiche bleiben über die Wirkleistung miteinander verbunden, sind bzgl. der Netzfrequenz und der Blindleistung jedoch autonom. Diskutieren Sie die Konsequenzen einer solchen Aufteilung auf die Leistungsregelung. Wie liessen sich innerhalb der Bereiche EE_Anlagen an der Leistungsregelung beteiligen?

Frage 7.6.6: Alternative Konzepte zur Primärregelung: Schnelle Sekundärregelung. Anstelle der Netzfrequenz als Indikator für die Leistungsbilanz soll die Leistungsbilanz direkt mit Hilfe einer schnellen Leistungsmessung ermittelt werden. Die Leistungsbilanz wird über ein Kommunikationsnetz an den Energiespeicher kommuniziert. Ändern Sie das Modell der Regelung durch Energiespeicher so, dass anstelle der Netzfrequenz eine direkte Leistungsmessung als Führungsgröße verwendet wird. Testen Sie das Szenario in einer Simulation.

Lösungsbeispiel: siehe folgender Simulationslauf.



Im Modell wurden die Kraftwerke 1 und 2 mit Hilfe einer HGÜ-Übertragung in zwei unterschiedliche Frequenzbereiche getrennt. Beide Kraftwerke bleiben über die Wirkleistung miteinander gekoppelt. Da Kraftwerk 1 eine höhere Leistung hat als Kraftwerk 2, fällt die Frequenzschwankung $\Delta f_1/f_n$ dort geringer aus als $\Delta f_2/f_n$ (siehe linker Teil der Abbildung). Die Fluktuationen liegen im Beispiel bei ca. 1%.

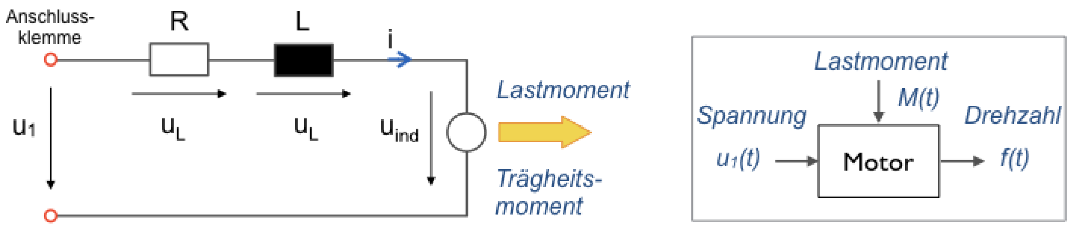
Durch Einführung des direkt leistungsgeführten Energiespeichers lässt sich die Frequenz erheblich stabilisieren: Die Schwankungen werden auf weniger als 0,1% reduziert. Dieser Effekt ist deutlicher als bei Verwendung der Netzfrequenz als Indikator. Allerdings wird eine genaue Leistungsmessung vorausgesetzt. Wie realistisch diese Voraussetzung ist, wäre in der Praxis zu überprüfen.

8. Klausuraufgaben

Die Prüfungsleistung besteht (1) aus der Seminararbeit (siehe Manuskript, Teil 1) und (2) aus einer Klausur. Seminararbeit und Klausur werden zu gleichen Teilen bewertet. Die Seminararbeit soll die eigenständige Arbeit mit den Methoden aus der Vorlesung fördern. In der Klausur wird das Verständnis der Zusammenhänge für Anlagen und Systeme abgefragt, sowie der Grundlagen und Methoden. Somit ist die Seminararbeit und die Auseinandersetzung mit den Übungen aus dem Manuskript die beste Vorbereitung auf die Klausur. In der Klausur werden insgesamt 3 Aufgaben gestellt.

8.1. Gleichstrommaschine

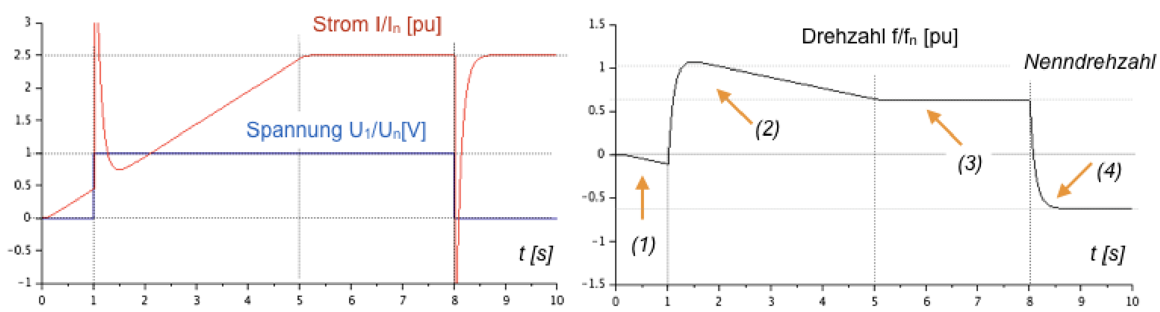
Eine Gleichstrommaschine mit folgendem Ersatzschaltbild wird wie im rechten Teil der Abbildung gezeigt als Motor betrieben.



Frage 8.1.1 (4 Punkte): Erläutern Sie das Funktionsprinzip der Maschine. Welche Rolle spielen die Klemmenspannung, der Strom, und die induzierte Spannung? Welche Rolle spielt das Last-moment im Motorbetrieb? Welche Größen beeinflusst das Lastmoment?

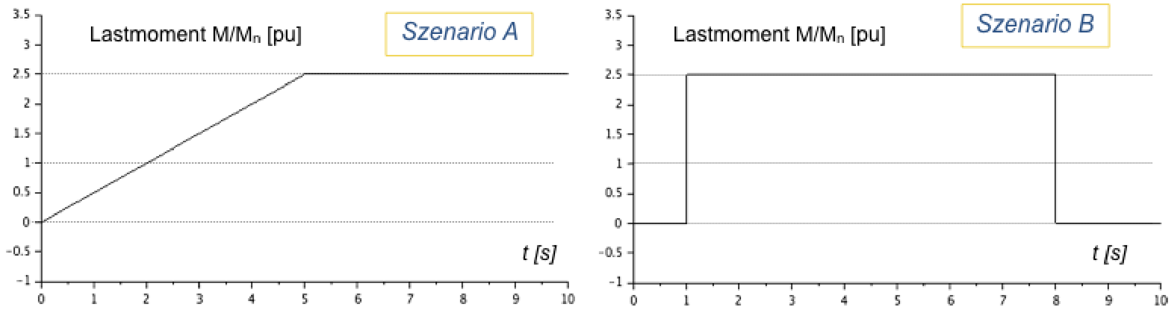
Lösung: Siehe Vorlesung und Übungen.

Frage 8.1.2 (6 Punkte): In einer Simulation wird das in der folgenden Abbildung links oben gezeigte Spannungsprofil $u_1(t)$ verwendet. Abhängig vom unbekannten Lastmoment ergibt sich der im gleichen Diagramm gezeigte Stromverlauf, sowie der rechts oben in der Abbildung gezeigte Verlauf der Drehzahl. Erläutern Sie das Verhalten der Maschine, speziell in den oben rechts markierten Intervallen (1) t = 0 bis 1s, (2) t = 1 bis 5s, (3) t = 5 bis 8s, (4) t = 8 bis 10s. Hinweis: Das Diagramm zeigt eine normierte Darstellung.



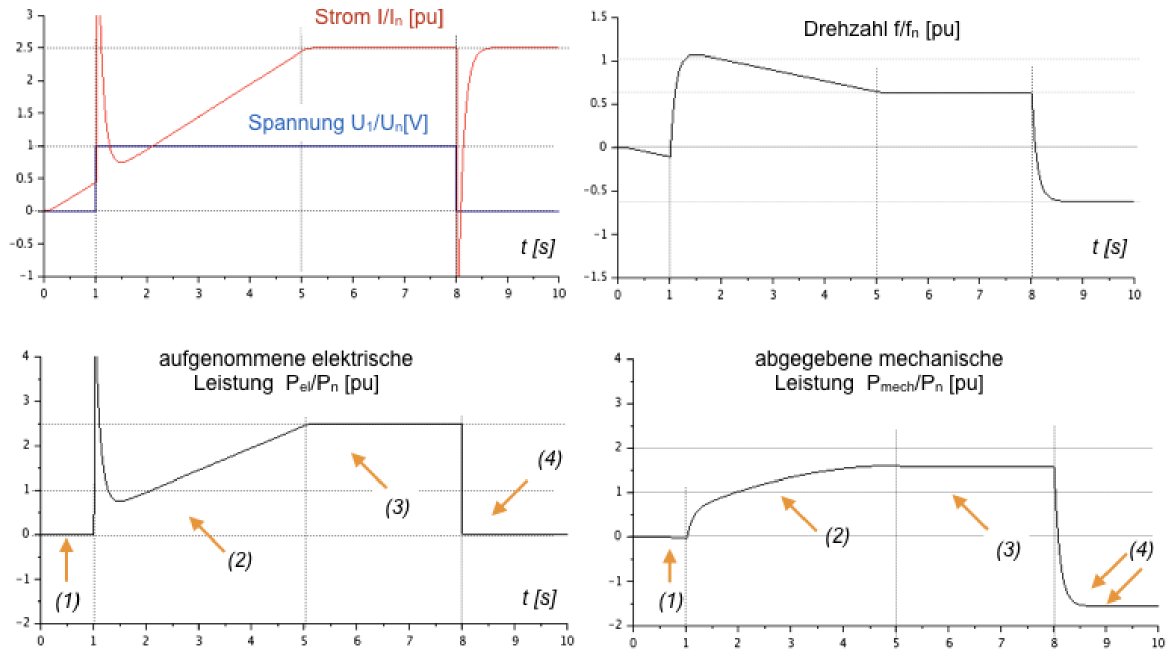
Lösung: siehe Vorlesung und Übungen.

Frage 8.1.3 (4 Punkte): Die in Frage 1.2 gezeigten Diagramme (siehe Abbildung oben) zeigen die Klem-menspannung $u_1(t)$ als Eingangsgröße, den Motorstrom i(t), sowie den Verlauf der Drehzahl f(t). Nur eines der in der folgenden Abbildung gezeigten Lastprofile (Verlauf des Lastmoments $M_L(t)$) ist korrekt im Sinne von passend zur Simulation. Nennen Sie das korrekte Lastprofil (Szenario A oder B) und be-gründen Sie Ihre Entscheidung.



Lösung: Szenario A. Im eingeschwungenen Zustand folgt der Strom dem Lastmoment. Von den transienten Effekten abgesehen (Spitzen im Stromverlauf nach dem Einschalten bzw. Ausschalten der Spannung), gilt das nur für Szenario A.

Frage 8.1.4 (6 Punkte): Elektrische Leistung. Folgende Abbildung zeigt **links unten** die aufgenommene elektrische Leistung des Motors. Der Übersicht halber sind im oberen Teil der Abbildung nochmals die Verläufe von Spannung, Strom, sowie der Drehzahl dargestellt. [1] Wie berechnet sich die aufgenom-mene elektrische Leistung? [2] Wie lautet die Leistungsbilanz (d.h. wohin fliesst die elektrische Leis-tung)? [3] Erklären Sie das Verhalten des Systems anhand der aufgenommenen elektrischen Leistung in den markierten Intervallen (1) t = 0 bis 1s, (2) t = 1 bis 5s, (3) t = 5 bis 8s, (4) t = 8 bis 10s.

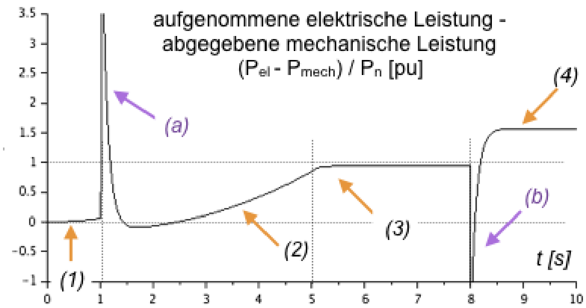


Lösung: [1[Aus dem Produkt von Strom und Klemmenspannung, P_{el} = U I. [2] Die aufgenommene elektrische Leistung wird als mechanische Leistung abgegeben (Aufgabe des Motors), bis auf die Leistung, die den Drehimpuls des Rotors aufbaut und als kinetische Energie gespeichert wird, und bis auf die Verluste, die den Motor erwärmen. [3] Abschnitt (1): P_{el} < 0, Generatorbetrieb. Das Lastmoment dreht den Motor langsam entgegen der Fahrtrichtung, es fliesst Strom; Abschnitt (2) Motorbetrieb mit wachsendem Moment und leicht rückläufiger Drehzahl; Abschnitt (3) Motorbetrieb mit konstantem Lastmoment. Wegen der 2,5-fachen Last bleibt die Drehzahl unterhalb der Nenndrehzahl; Abschnitt (4): Übergang in den Generatorbetrieb nach Abschalten der Klemmenspannung. Hinweis: U_k = 0 bedeutet, dass die Klemmen kurzgeschlossen wurden, somit kann Strom fließen. Wegen U_K = 0 wird an den Klemmen jedoch keine Leistung umgesetzt, daher ist die dort gemessene elektrische Leistung gleich Null.

Frage 8.1.5 (6 Punkte): Mechanische Leistung. Die Abbildung aus Frage 1.4 zeigt **rechts unten** die abgegebene mechanische Leistung des Motors. [1] Wie berechnet sich die abgegebene mechanische Leistung? [2[Erklären Sie das Verhalten des Systems anhand der abgegebenen mechanischen Leistung markierten Intervallen (1) t = 0 bis 1s, (2) t = 1 bis 5s, (3) t = 5 bis 8s, (4) t = 8 bis 10s. [3] Welchen Wirkungsgrad hat die Maschine? Hinweis: Da ausdrücklich von abgegebener Leistung die Rede ist, behält der gezeigte Wert von P_{mech} ein positives Vorzeichen (entsprechend dem Erzeugerzählpfeilsystem). Die elektrische Leistung P_{el} ist wie gewohnt im Verbraucherzählpfeilsystem wiedergegeben.

Lösung: [1] Aus dem Produkt aus Drehmoment und Kreisfrequenz $P_{mech} = M_L\ \omega$. [2] Abschnitt (1): Generatorbetrieb: Die Maschine nimmt mechanische Leistung auf. Abschnitt (2): Motorbetrieb: Die Spitzen der elektrischen Leistung werden nicht über die Welle übertragen. Die Leistung wächst mit steigendem Lastmoment trotz leicht rückläufiger Drehzahl; Abschnitt (3): konstante abgegebene Leistung oberhalb der Nennleistung bei konstantem Drehmoment und (wegen konstanter Spannung) konstanter Drehzahl; Abschnitt (4): Generatorbetrieb: Es wird mechanische Leistung aufgenommen. [3] Wirkungsgrad: Aus Abschnitt (3) folgt aus dem Verhältnis von mechanischer Leistung zur elektrischen Leistung ein Wirkungsgrad von ca. 3/5 (somit ein sehr schlechter Wert).

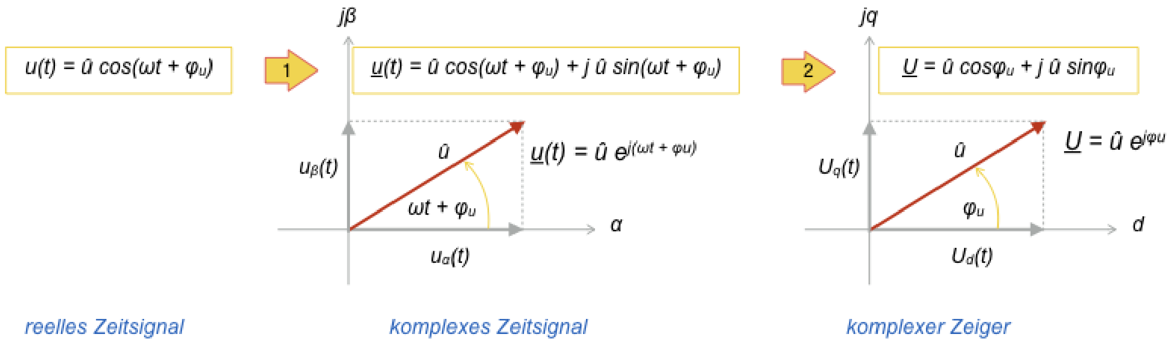
Frage 8.1.6 (6 Punkte): Leistungsbilanz. Folgende Abbildung zeigt die Bilanz aus aufgenommener elekt-rischer Leistung und abgegebener mechanischen Leistung. Bei einer idealen Maschine wäre diese Bilanz gleich Null (die aufgenommene Leistung wird jederzeit komplett abgegeben). [1] Erklären Sie den tatsächlichen Verlauf der Leistungsbilanz. [2] Was geschieht in den markierten Intervallen (1) t = 0 bis 1s, (2) t = 1 bis 5s, (3) t = 5 bis 8s, (4) t = 8 bis 10s? [3] Was geschieht an den beiden Spitzen (a) und (b)?



Lösung: [1] Die Abweichungen erklären sich einerseits durch die elektrischen Verluste (ohmscher Widerstand im Ersatzschaltbild), andererseits durch die in der Rotation gespeicherten Energie. Letztere geht nicht verloren, sondern wird beim Abbremsen wieder freigesetzt. [2] Abschnitt (1): leichte Verluste; Abschnitt (2) wachsende Verlusten mit steigendem Motorstrom; Abschnitt (3): konstante Verluste bei konstantem Motorstrom; Abschnitt (4): konstante Verluste bei konstantem Motorstrom; [3] Spitze (a): Aufbau der kinetischen Energie aus der zugeführten elektrischen Leistung, Spitze (b): Abgabe der kinetischen Energie und Umkehr des Drehimpulses. Da die Welle auf konstantem Lastmoment gehalten wird, pendeln kinetische Energie und elektrische Energie. Bei kurzgeschlos-senen Klemmen kann elektrische Leistung nicht mehr abgegeben werden, ggf. vorhandene Ströme erwärmen dann nur die Maschine (Verluste).

8.2. Raumzeigertransformation

Ein reelles Zeitsignal wird zu einem komplexen Zeitsignal erweitert, und anschließend in einen komplexen Zeiger transformiert, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Frage 8.2.1 (4 Punkte): Beschreiben Sie die Transformationsvorschriften beider Schritte (1) und (2).

Lösung: (1) Erweiterung mit dem Quadratursignal des Zeitsignals, d.h. einem um 90 Grad phasen-verschobenen Signal, Beispiel: Kosinus und Sinus.

(2) Multiplikation mit $e^{-j\omega t}$. Hierdurch wird die Drehbewegung eliminiert.

Frage 8.2.2 (4 Punkte): Vom komplexen Zeitsignal zum Zeiger. Übersetzen Sie die Transformationsvorschrift in eine mathematische Operation für die Realteile und Imaginärteile der komplexen Zeitsignale. Skizzieren Sie ein Blockschaltbild der Transformation mit den benötigten Eingangsgrößen und Ausgangsgrößen.

Lösung: siehe Teil 1, Anhang A, der Vorlesungsunterlagen. Der rotierende Zeiger u des komplexen Zeitsignal wird mit dem rotierenden Einheitszeiger $e^{-j\omega t}$ multipliziert. Im allgemeinen Fall soll der Phasenwinkel $\theta(t) = \omega t$ bzw. allgemein $\theta(t) = \omega t + \varphi_0$ verwendet werden. In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise: $\underline{U} = \hat{u}\, e^{j\phi_u} = \hat{u}\, e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega t}$

Im allgemeinen Fall wird für den Phasenwinkels $\theta(t) = \omega t$ bzw. allgemein $\theta(t) = \omega t + \varphi_0$ gelten (wobei φ_0 den Nullphasenwinkel zum Zeitpunkt t=0 darstellt). In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise:

$$\underline{U} = \hat{u}\, e^{j\phi_u} = \underline{u}(t) \cdot e^{-j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil ergibt sich die Transformation:

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Blockschaltbilder: siehe Musterlösungen zur folgenden Frage.

Frage 8.2.3 (4 Punkte): Vom Zeiger zum komplexen Zeitsignal (Rücktransformation). Übersetzen Sie die Transformationsvorschrift in eine mathematische Operation für die Realteile und Imaginärteile der Zeiger. Skizzieren Sie ein Blockschaltbild der Transformation mit den benötigten Ein-gangs-größen und Ausgangsgrößen.

Lösung: siehe Teil 1, Anhang A, der Vorlesungsunterlagen. Der stationäre Zeiger U wird mit dem rotierenden Einheitszeiger $e^{j\omega t}$ multipliziert. Im allgemeinen Fall soll für den Phasenwinkel $\theta(t) = \omega t$ bzw. allgemein $\theta(t) = \omega t + \varphi_0$ verwendet werden. In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise:

$$\underline{u}(t)=\hat{u}\,e^{j\phi_u}e^{j\omega t}=\underline{U}\,e^{j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil lautet die Transformation somit:

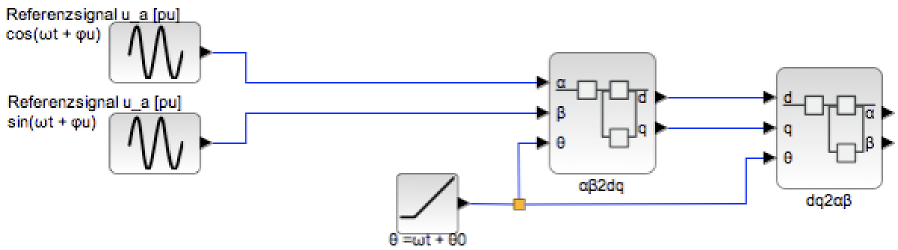
$$u_\alpha(t)=U_d\cdot\cos\theta-U_q(t)\cdot\sin\theta$$

$$u_\beta(t)=U_d\cdot\sin\theta+U_q\cdot\cos\theta$$

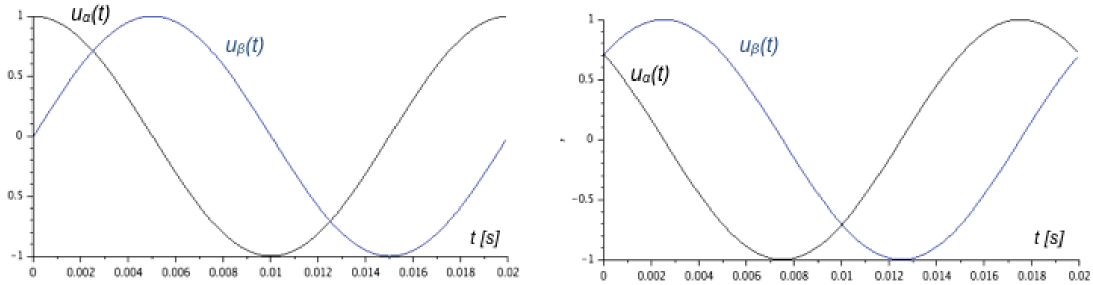
In Matrix-Schreibweise erhält man:

$$\begin{pmatrix}u_\alpha(t)\\u_\beta(t)\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_d(t)\\u_q(t)\end{pmatrix}$$

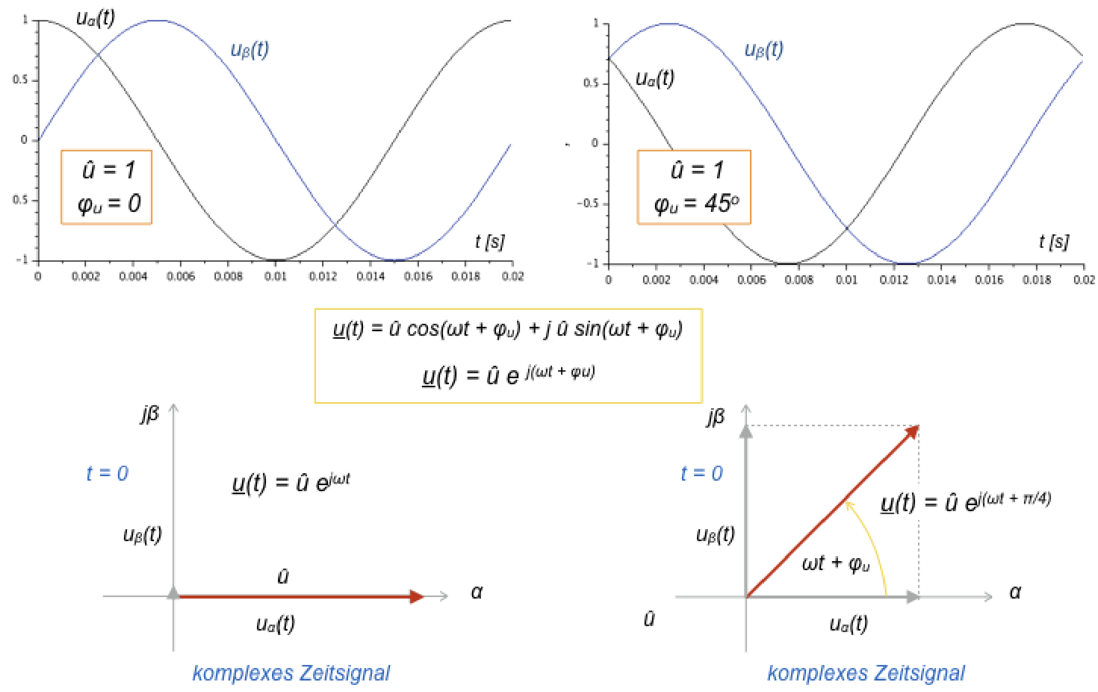
Blockschaltbilder :



Frage 8.2.4 (4 Punkte): Die in folgender Abbildung gezeigten komplexen Zeitsignale sind in Zeiger zu transformieren. Benennen Sie Realteil und Imaginärteil der Zeiger, sowie Betrag und Phase. Begründen Sie Ihre Aussage.

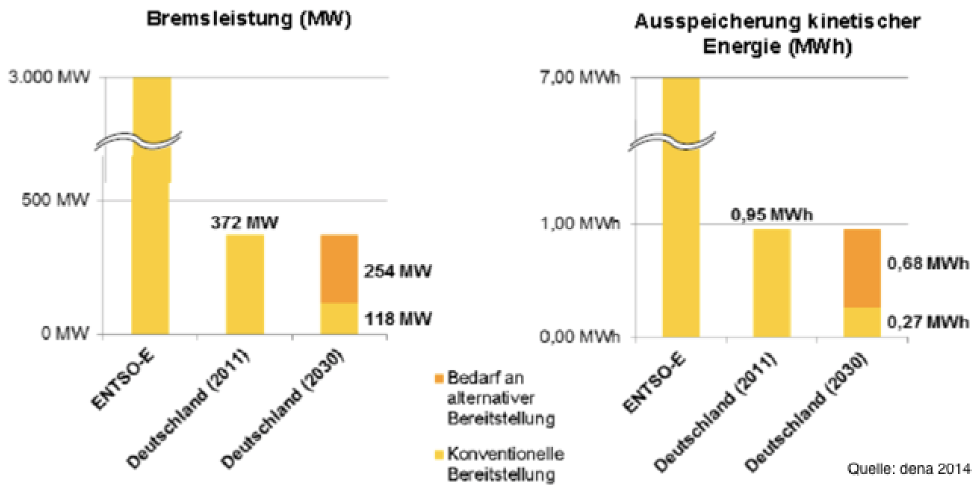


Lösung: Zum Zeitpunkt t = 0 lassen sich die gewünschten Größen unmittelbar aus dem Zeitsignal ablesen. Im Falle [1] (linker Teil der Abbildung): $u_\alpha(0)=1$, $u_\beta(0)=0$. Somit ist der Betrag des Zeigers gleich 1 und der Nullphasenwinkel = 0 Grad. Im Falle [1] (rechter Teil der Abbildung) erhält man: $u_\alpha(0)=\sqrt{2}/2$, $u_\beta(0)=\sqrt{2}/2$. Somit ist der Betrag des Zeigers gleich 1 und der Nullphasenwinkel = 45 Grad. Folgende Abbildung illustriert das Vorgehen.



8.3. Momentanreserve

Laut deutscher Energie-Agentur (dena) wird zur Regelung von Leistungsabweichungen im europäischen Netzverbund 3000 MW Regelleistung eingesetzt (siehe Bremsleistung in folgender Abbildung links). Dieser Betrag entspricht einer Regelenergie von 7 MWh (siehe Ausspeicherung kinetischer Energie in folgender Abbildung rechts).



Leistung und Energie werden hierbei der gespeicherten kinetischen Energie der Generator-Turbinensätze entzogen:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Dieser Energiespeicher wird als Momentanreserve bezeichnet. Änderungen der kinetischen Energie bewirken Änderungen der Drehzahl der Generatoren, und somit der Netzfrequenz. Die Primärregelung reagiert auf diese Frequenzänderung und passt die Turbinenleistung an.

Frage 8.3.1 (4 Punkte): Trägheit. Unter der Trägheit (engl. inertia) wird das Verhältnis von kinetischer Energie zur Anschlussleistung verstanden:

$$H = \frac{E_{kin}}{P}$$

Berechnen Sie die Trägheit des europäischen Netzverbundes. Nach welcher Zeit wäre die kinetische Energie aufgebraucht, wenn man die gesamte Leistung aus diesem Reservoir beziehen würde?

Lösung: E_{kin} = 7 MWh = 25200 MWs. P = 3000 MW. H = 25200/3000 s = 8,4 s.

Frage 8.3.2 (8 Punkte): Momentanreserve und Primärregelung. Durch den Ausbau erneuerbarer Energien (EE) werden weniger konventionelle Kraftwerke benötigt. Da die EE-Anlagen überwiegend über Wechselrichter einspeisen, schwindet hierdurch die Momentanreserve. Wie könnte der Verlust an Momentanreserve in Deutschland kompensiert werden? Wie könnte die Primärre-gelung unterstützt werden? Nennen Sie verschiedene Möglichkeiten.

Lösung: [1] Momentanreserve: (a) Bezug der Momentanreserve aus dem europäischen Ausland; (b) Vorhaltung von Kraftwerkskapazität für die Momentanreserve; (c) Aufbau einer virtuellen Momentanreserve mit Hilfe von Energiespeichern. [2] Primärregelung: (a) Beteiligung großer EE-Anlagen an der Primärregelung; (b) Vorhaltung von Kraftwerkskapazität für die Primärregelung.

Frage 8.3.3 (4 Punkte): Bereitstellung von Momentanreserve. Es soll Kraftwerkskapazität für die Momentanreserve vorgehalten werden. Folgende Tabelle zeigt eine Übersicht unterschiedlicher Kraftwerkstypen. Hinweis: GuD bedeuten Gas und Dampf, d.h. die Kombination einer Gastur-bine mit einer nachgelagerten Dampfturbine, deren Kessel durch das Abgas beheizt wird.

Generator-Typen und Kenngrößen	Leistung	Trägheit	Synchronreakt.	Spannung
	P (MW)	H (s)	Xd (%)	U (kV)
GuD-Kraftwerk mt einer Welle	400	5,5	1,9	20
GuD-Kraftwerk mt einer Welle	260	6	2,3	17
GuD-Kraftwerk mit zwei Wellen	140	9	2,1	17
Dampfkraftwerk mit Erhitzer	300	5	1,7	17
Dampfkraftwerk	250	4,5	2,3	20
Dampfkraftwerk mit Brennstoffverflüssigung	150	8	2,2	11
Gasturbine	50	1,5	1,9	11
Schenkelpol-Wasserkraftwerk	30	2,7	1,4	11

Für welchen Kraftwerkstyp würden Sie sich entscheiden? Begründen Sie Ihre Aussage.

Lösung: GuD-Kraftwerk mit zwei Wellen. Begründung: Höchste Trägheit (9s) und somit das größte Energiereservoir. Außerdem: Schnell regelbar und somit auch zur Primärregelung geeignet.

Frage 8.3.4 (4 Punkte): Kraftwerke als Energiespeicher. Es soll Momentanreserve in Höhe von 0,95 MWh vorgehalten werden. Welche Kraftwerkskapazität benötigen Sie hierfür?

Lösung: Mit H = 9 s errechnet man eine benötigte Kraftwerksleistung von insgesamt 380 MW.

Frage 8.3.5 (8 Punkte): Windkraftanlagen als Energiespeicher. Es soll Momentanreserve in Höhe von 0,95 MWh vorgehalten werden. [1] Welche Leistung an Windanlagen benötigen Sie hierfür? [2] Wäre diese Lösung unmittelbar vergleichbar mit dem Einsatz von Kraftwerken? Hinweis: Eine typische Windanlage mit 3 MW Leistung besitzt ein Trägheitsmoment von 54 10^6 kg m² und dreht mit 12 Umdrehungen pro Minute (d.h. 0,2 Hz).

Lösung: [1] (a) kinetische Energie des Windrads: 11,8 kWh = 42,6 MWs; (b) Trägheit H = 42,4/3 s = 14,2 s. (c) Es wird somit eine Anschlussleistung von P = H * Ekin = 240 MW benötigt.

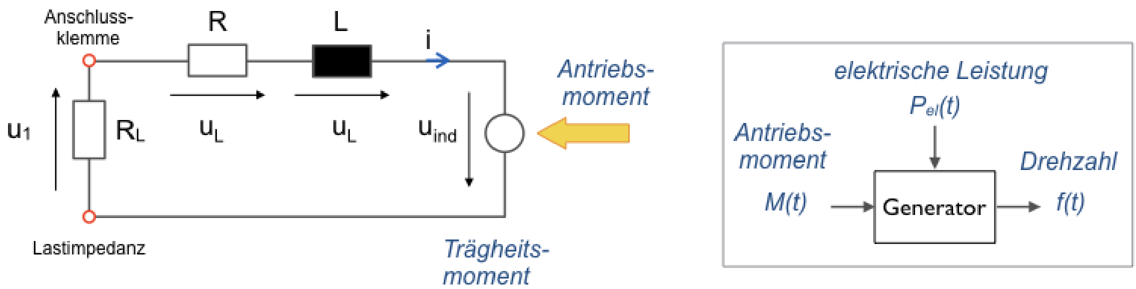
[2] Vergleichbarkeit mit Kraftwerken: Da die Schwungmasse über Wechselrichter einkoppelt, ist diese Lösung nicht direkt vergleichbar. Sie müsste regelungstechnisch als virtuelle Momentanreserve bereit gestellt werden. Hierzu wäre eine geeigneter Indikator erforderlich. Die Netzfrequenz als Indikator ist eine abgeleitete Größe: Sie ändert sich erst unter dem Einfluss der Momentanreserve der direkt ans Netz gekoppelten Synchronmaschinen in den Kraftwerken. Für eine virtuelle Momentanreserve wäre die Netzfrequenz daher nicht unmittelbar geeignet.

Frage 8.3.6 (4 Punkte): Verbundnetz und Momentanreserve. Am Netzverbund und somit an der Mo-men-tanreserve nehmen alle Generatoren teil, die in Betrieb sind. Das gilt auch, wenn nur ein Teil der Kraftwerksleistung für Regelleistung (d.h. Primärregelung) vorgehalten wird. Der Anteil an ver-fügbarer Momentanreserve wäre somit sehr viel höher. Welche kinetische Energie steht zur Ver-fügung, wenn in Deutschland 80 GW Leistung durch konventionelle Kraftwerke geliefert wer-den?

Lösung: [1a] Mit H = 9,2 s stehen aus existierenden Kraftwerke 205 MWh an kinetischer Energie zur Verfügung. [1b] Alternativer Lösungsweg: Mit den Zahlen der dena ist gemessen an der Leistung ein erhöhter Anteil vom 80 GW /3 GW = 26,7 erforderlich. Wegen H = 8,4 beträgt die zugehörige Energie 187 MWh.

8.4. Gleichstrommaschine im Generatorbetrieb

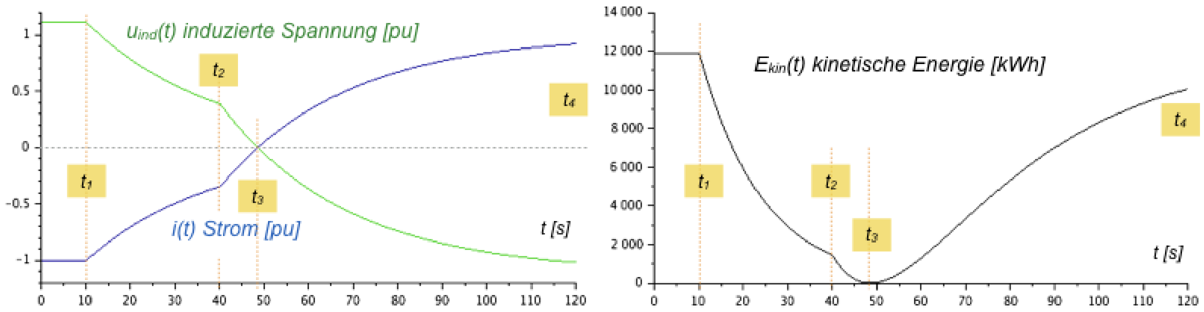
Eine Gleichstrommaschine mit folgendem Ersatzschaltbild wird wie im rechten Teil der Abbildung gezeigt als Generator betrieben.



Frage 8.4.1 (4 Punkte): Erläutern Sie das Funktionsprinzip der Maschine. Welche Rolle spielen die Klemmenspannung, der Strom, und die induzierte Spannung? Welche Rolle spielt das Antriebsmoment im Generatorbetrieb? Wodurch kommt ein Lastmoment zustande?

Lösung: Siehe Vorlesung und Übungen.

Frage 8.4.2 (8 Punkte): In einer Simulation mit einem vorgegebenen Antriebsmoment ergibt sich das in der folgenden Abbildung links oben gezeigte Spannungsprofil $u_{ind}(t)$ für die induzierte Spannung am Generator (siehe Ersatzschaltung oben). Abhängig vom unbekannten Antriebsmoment er-gibt sich der im gleichen Diagramm gezeigte Stromverlauf, sowie der rechts oben in der Ab-bil-dung gezeigte Verlauf der kinetischen Energie $E_{kin}(t)$ der Maschine. Erläutern Sie das Verhalten der Maschine, speziell in den im Diagramm markierten Zeitpunkten bzw. Intervallen (1) t_1, (2) t_2, (3) t_3, sowie (4) t_4. Hinweis: Die Diagramme für Strom und Spannung sind in normierter Darstel-lung auf Nennwerte wiedergegeben (pu-System).

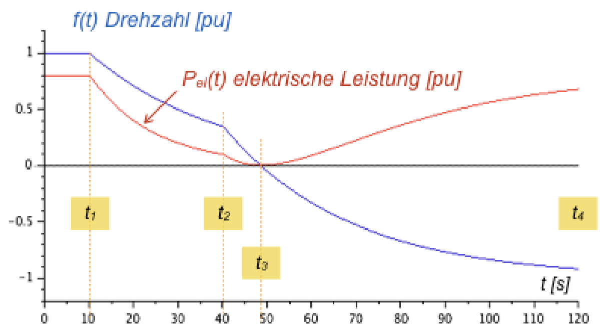


Lösung: siehe Vorlesung und Übungen.

[1] Strom und Spannung: Da das Produkt $P_{ind}(t) = u_{ind}(t)\ i(t)$ negativ bleibt, wird stets elektrische Leistung abgegeben. [2] Leistung: $P_{ind}(t)$ ist hierbei gleich der aufgenommenen mechanischen Leistung. [3] Energie: Eine Abweichung von aufgenommener mechanischen Leistung und abgegebener elektrischer Leistung findet sich in der kinetischen Energie des Systems, bedingt durch seine Schwungmasse (Trägheitsmoment). [4] Übergänge: Zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 finden Änderungen im Antriebsmoment statt. Dazwischen zeigt der Verlauf von Strom und Spannung einen Einschwingvorgang.

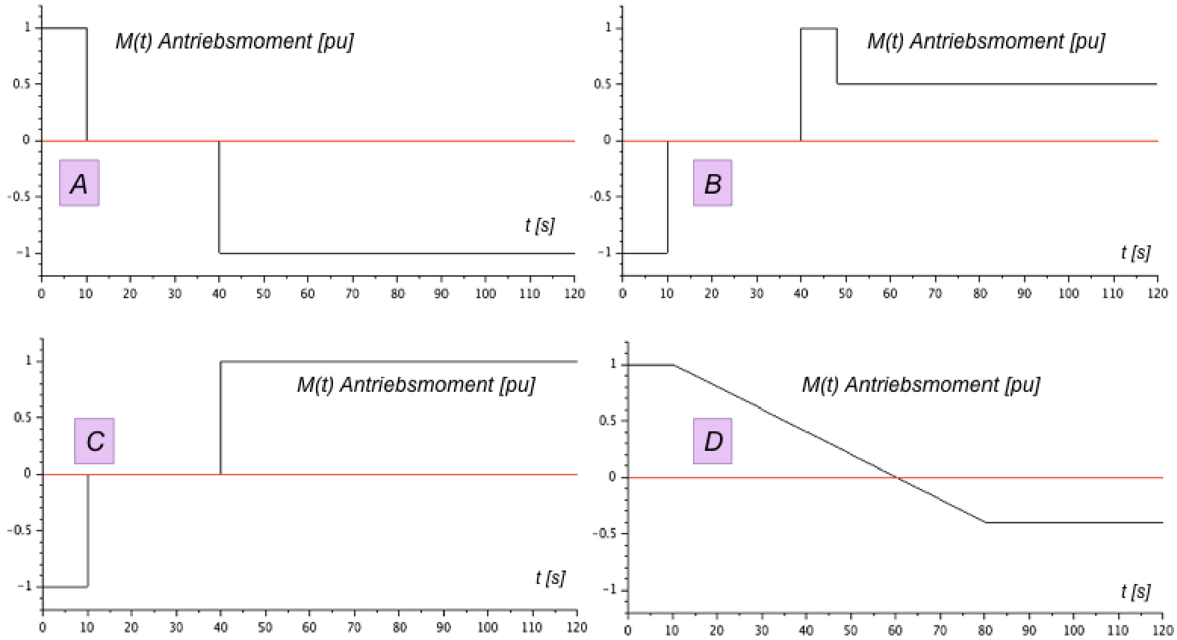
Frage 8.4.3 (8 Punkte): Die in Frage 8.4.2 gezeigten Diagramme (siehe Abbildung oben) zeigen den Generatorstrom i(t) sowie die induzierte Spannung $u_{ind}(t)$ als Folge des Antriebsmoments. Die folgende Abbildung zeigt weitere Ergebnisse der Simulation: (1) die Drehzahl f(t) der Maschine, sowie (2) die abgegebene elektrische Leistung $P_{el}(t)$.

Wie berechnet sich die abgegebene elektrische Leistung aus der Ersatzschaltung? Welchen Wirkungsgrad besitzt die Maschine? Erläutern Sie das Verhalten von Drehzahl und elektrischer Leistung zu den in Frage 1.2 genannten Zeitpunkten und Intervallen. Ab Zeitpunkt t_3 haben Leistung und Drehzahl umgekehrte Vorzeichen. Was bedeutet dies für die Leistungsbilanz? Welcher Zusammenhang besteht mit der mechanischen Leistung? Begründen Sie Ihre Aussagen.



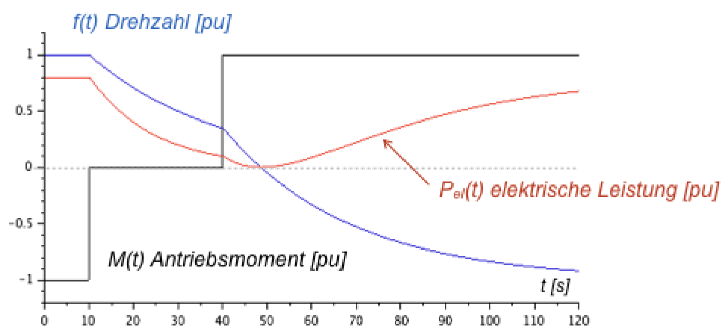
Lösung: [1] Abgegebene elektrische Leistung = im Lastwiderstand umgesetzte Leistung, somit $P_{el} = u_1(t) * i(t) = R_L * i^2(t)$. Im Verbraucherzählpfeilsystem wäre diese Leistung negativ, d.h. Pel < 0, da der Strom in den gewählten Zählpfeilen umgekehrtes Vorzeichen wie die Spannung u_1 hat. In der Simu-lation wird die im Lastwiderstand umgesetzte Leistung gezeigt. Da stets elektrische Leistung abge-geben wird, bleibt diese positiv. [2] Wirkungsgrad: Die Maschine startet aus dem eingeschwungenen Zustand heraus. Bei t = 0 beträgt die abgegebene Leistung im pu-System 0.8, somit beträgt der Wirkungsgrad 80%. [3] Zum Zeitpunkt t_2 ändert sich das Vorzeichen der Drehzahl, d.h. die Maschine dreht anders herum. [4] Übergänge: Wechsel des Antriebsmoments finden zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 statt. Da der Strom dem Antriebsmoment folgt, muss eine Änderung des Vorzeichens des Antriebsmomentes erfolgt sein.

Frage 8.4.4 (6 Punkte): Antriebsmoment. Folgende Abbildung zeigt vier Verläufe für das Antriebsmoment der Simulation (A, B, C und D). Nur einer dieser Varianten trifft wirklich zu. Welche? Begründen Sie Ihre Aussage.



Lösung: Szenario C, siehe folgende Abbildung zusammen mit Drehzahl und elektrischer Leistung.

Begründung: [A] wäre denkbar. Allerdings sollte der Strom dem Antriebsmoment folgen. Hier stimmt das Vorzeichen nicht. [B] ist nicht plausibel, da sich (1) im Strom keine Reaktion auf die Spitze zwischen 40s < t < 50 s findet, und außerdem (2) der eingeschwungene Zustand betragsmäßig mit der Nenndrehzahl und der elektrischen Nennleistung endet, nicht mit halbem Wert. [D] Kann (abgesehen vom Vorzeichen) die Reaktionen zu t_2 und t_3 nicht erklären. Hier müsset der Verlauf des Stromes glatt bleiben.



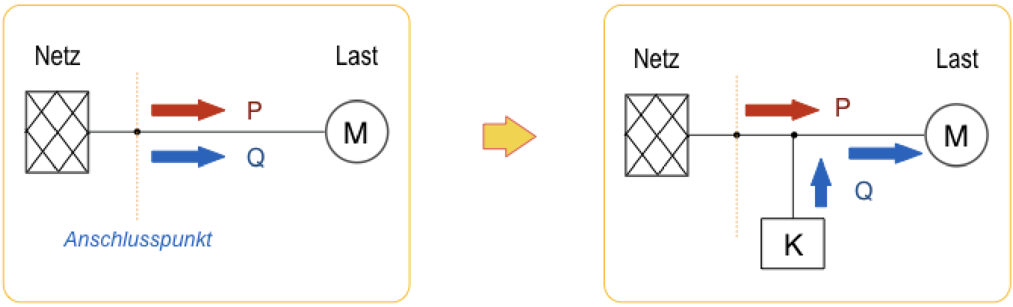
Frage 8.4.5 (6 Punkte): Mechanische Leistung und kinetische Energie. Welche mechanische Leistung nimmt der Generator auf? Lässt sich die Anordnung im gezeigten Ersatzschaltbild durch Manipulation des Antriebsmoments in den Motorbetrieb bewegen? Tritt in den gezeigten Simulationsläufen ein Motorbetrieb auf? Wo treten Leistungsverluste auf? Woher bezieht die Maschine zwischen t_1 und t_2 die abgegebene elektrische Leistung?

Lösung: [1] $P_{mech}(t) = M(t)\ 2\pi\ f(t) = P_{el}(t)/\eta$. Wegen der Verluste (Wirkungsgrad) wird mehr mechanische Leistung zugeführt als elektrische Leistung abgeführt. [2] Verluste werden im Normalbetrieb als

Generator im Widerstand R der Ersatzschaltung umgesetzt (Verlustwiderstand). [3] Motorbetrieb: Nein, das wäre nur mit einer externen Klemmenspannung möglich, z.B. bei Einspeisung in ein DC-Netz. [4] Zwischen t_1 und t_2 ist kein Antriebsmoment vorhanden. Hier baut der Generator seine in der Schwungmasse gespeicherte Energie ab und wird dadurch langsamer.

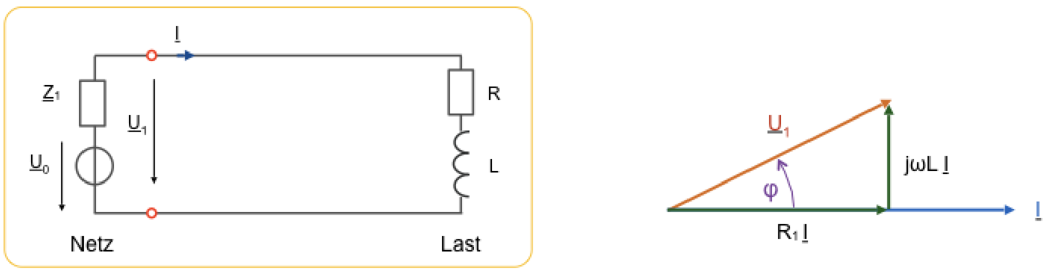
8.5. Kompensationsanlage

An einem Netzanschlusspunkt werden Maschinen betrieben, die aus dem Netz Wirkleistung (P) und Blindleistung beziehen. Dieser Zustand soll so geändert werden, dass die Blindleistung mit Hilfe einer Kompensationsanlage lokal erzeigt wird, und nicht mehr aus dem Netz bezogen werden muss.



Frage 8.5.1 (4 Punkte): Ersatzschaltung und Zeigerdiagramm ohne Kompensationsanlage. Skizzieren Sie ein einphasiges Ersatzschaltbild des Zustandes **ohne** Kompensationsanlage (links in der Abbildung oben). Verwenden Sie eine ohmsch-induktive Last anstelle des Motors. Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für Strom und Spannungen. Wodurch kommt der Bedarf an Blindleistung zustande?

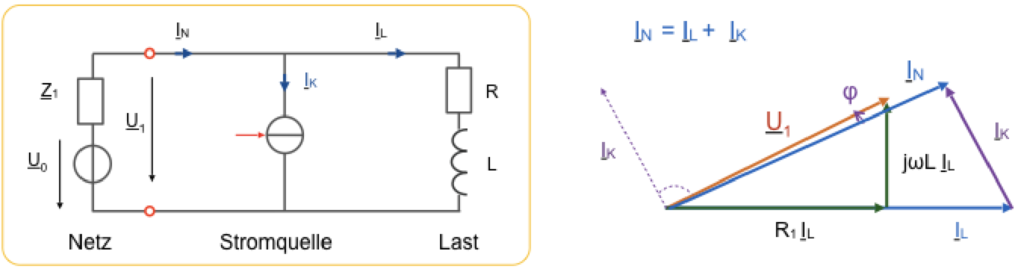
Lösung: Für das Netz lässt sich eine Spannungsquelle mit Innenimpedanz verwenden; für die Last ein Widerstand und eine Reaktanz. Am Anschlusspunkt ergibt sich in Abhängigkeit der Spannung $\underline{U}_1$ das folgende Zeigerdiagramm.



Der Bedarf an Blindleistung kommt durch den induktiven Anteil (Reaktanz) zustande: der Strom eilt hierdurch der Spannung am Anschlusspunkt (und somit der Netzspannung) nach.

Frage 8.5.2 (6 Punkte): Ersatzschaltung und Zeigerdiagramm mit Kompensationsanlage. Skizzieren Sie ein einphasiges Ersatzschaltbild des Zustandes **mit** Kompensationsanlage (rechts in der Abbildung oben). Verwenden Sie eine ohmsch-induktive Last anstelle des Motors. Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für Ströme und Spannungen. Erläutern Sie das Funktionsprinzip.

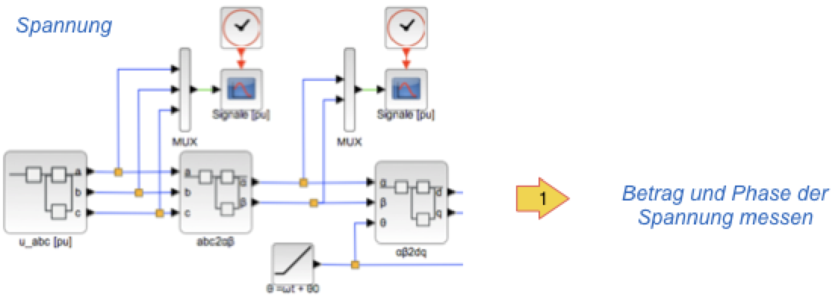
Lösung: Die Kompensationsanlage prägt einen Strom ein. Somit enthält das Ersatzschaltbild eine Stromquelle. An Anschlusspunkt der Kompensationsanlage ergibt sich der Netzstrom aus der Summe von Laststrom und Strom der Kompensationsanlage.



Der Strom der Kompensationsanlage wird orthogonal zur Spannung am Anschlusspunkt gewählt. Hierdurch ist dieser Strom bezogen auf die Spannung ein reiner Blindstrom: Die Kompensationsanlage liefert keine Wirkleistung. Addition der Ströme verschiebt die Phasenlage des Netzstroms in Richtung der Spannung. Hierzu ist eine geeignete Amplitude des Kompensationsstroms zu wählen.

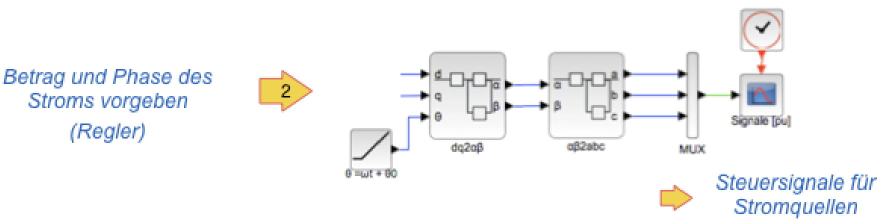
Frage 8.5.3 (4 Punkte): Phasenlage der Spannung. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise, durch Messung eine Bezugsgröße für den Phasenwinkel des Stroms zu ermitteln. Skizzieren Sie hierzu den Signalfluss (Blockschaltbild mit Signalen) zur Messung des Phasenwinkels der Spannung aus dem Drehstromsystem. Hinweis: Es genügt als Block jeweils ein Kästchen mit der Bezeichnung der Transformation (z.B. „abc-zu-αβ“) und den zugehörigen Eingangs- und Ausgangssignalen.

Lösung: (1) Messung der Spannungswerte $u_{ab}(t)$, $u_{bc}(t)$ und $u_{ca}(t)$ am Anschlusspunkt, (2) Berechnung der Strangspannungen $u_a(t)$, $u_b(t)$ und $u_c(t)$ hieraus, (3) Transformation „abc-nach-αβ“, (4) Transformation „αβ-nach-dq“; Berechnung von Betrag und Phase der Spannung hieraus bezogen auf das Referenzsystem θ. In der Praxis: Referenzsignal für die Netzfrequenz gemessen aus der Spannung per PLL. Blockschaltbild siehe folgende Abbildung:



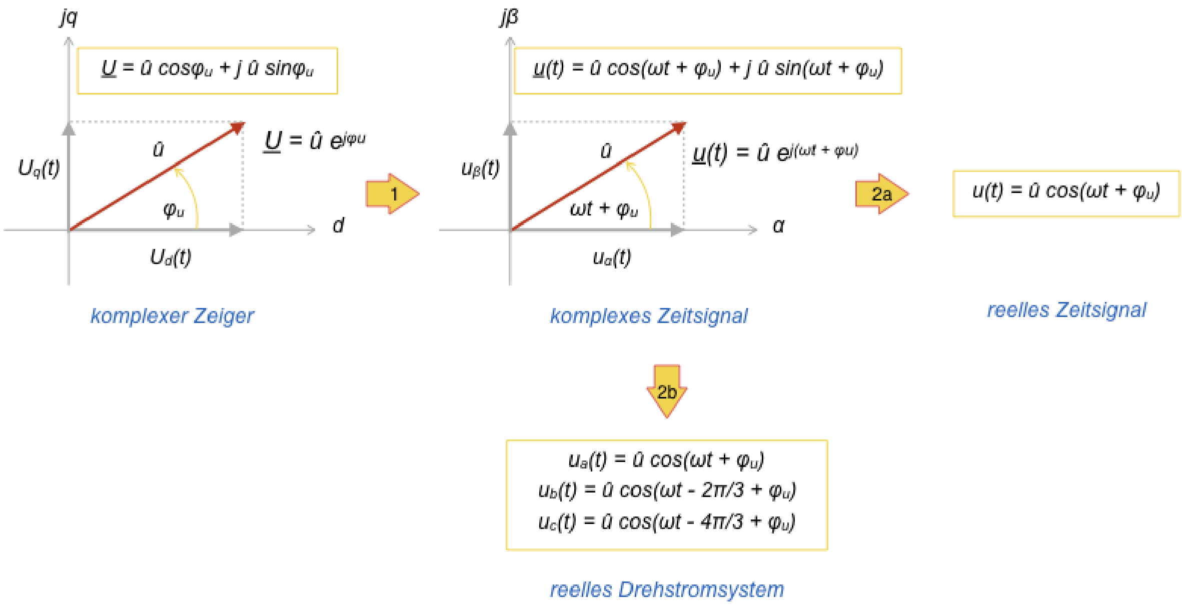
Frage 8.5.4 (6 Punkte): Welchen Phasenwinkel in Bezug zur Spannung wählen Sie für den Strom? Welche Vorgabe machen Sie im dq-System? Skizzieren Sie die Transformation in den Zeitbereich für das Drehstromsystem als Blockschaltbild (Transformationsblöcke mit Signalen). Wie lässt sich eine passende Amplitude des Stroms ermitteln?

Lösung: Strom um π/2 (90 Grad) voreilend zu Spannung mit den unter 2.2 gezeigten Zählpfeilen. Somit $I_d = 0$ und $I_q = 1$ in normierter Schreibweise.



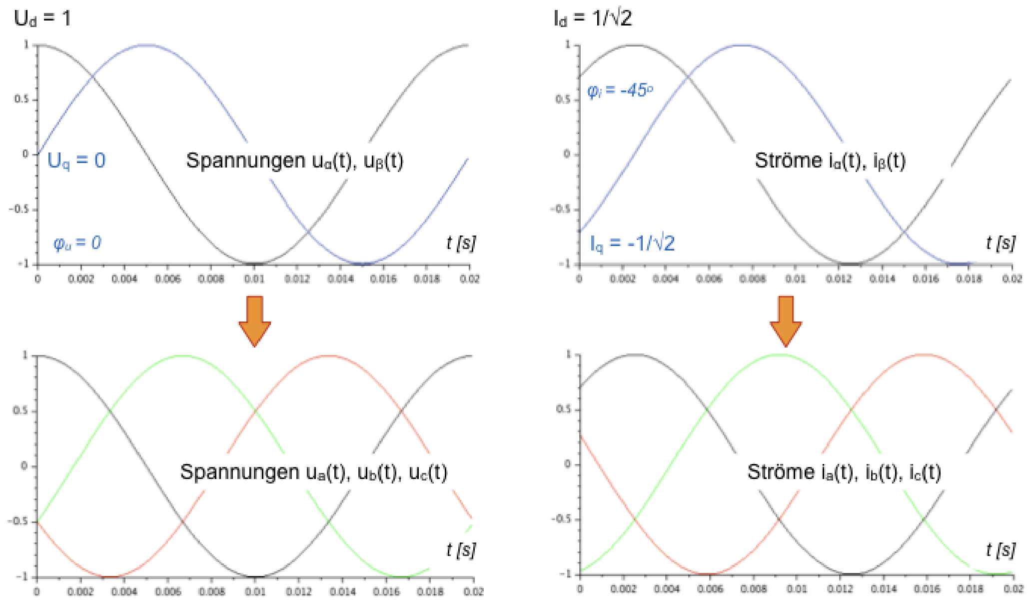
Eine passende Amplitude findet man in der Simulation durch Probieren. Bzw. durch eine Regler, der mit der Amplitude als Stellgröße den Phasenwinkel des Netzstroms relativ zur Spannung minimiert.

Frage 8.5.5 (6 Punkte): Folgende Abbildung zeigt den Weg von einem komplexen Zeiger zu einem reellen Zeitsignal, bzw. zu den Zeitsignalen in einem reellen Drehstromsystem. Welches Prinzip steckt hinter den Transformationen (1), (2a) und (2b)? Hinweis: bitte keine mathematischen Formeln, nur eine Erläuterung des Funktionsprinzips.



Lösung: (1) Der komplexe Zeiger enthält die Phasenlage und die Amplitude des komplex erweiterten Zeitsignals. Der komplexe Zeiger wird durch Multiplikation mit der Drehoperator $e^{j\omega t}$ in Drehbewegung versetzt: Hierdurch erfolgt die Transformation vom statischen dq-System ins bewegte αβ-System. (2a) Das reelle Zeitsignal ist der Realteil des komplexen Zeitsignals. (2b): In den 3 reellen Zeitsignalen muss zusätzlich die Phasenverschiebung von 2π/3 (120 Grad) und 4π/3 (240 Grad) berücksichtigt werden.

Frage 8.5.6 (6 Punkte): Folgende Abbildung zeigt als alternative Vorgabe für den Strom $I_d = 1/\sqrt{2}$ und $I_q = -1/\sqrt{2}$ relativ zur Spannung. Welche Konsequenz auf die Leistungsbilanz (Blindleistung und Wirkleistung) hätte diese Vorgabe? Wäre eine solche Vorgabe mit einer Kompensationsanlage realisierbar? Begründen Sie Ihre Aussagen.



Lösung: Der gewählte Strom eilt der Spannung um 45 Grad nach. (1) Konsequenzen auf das Netz: Die aus dem Netz bezogene Blindleistung nimmt zu statt ab. Begründung: Zeigerdiagramm. Außerdem wird zusätzliche Wirkleistung aus dem Netz bezogen (I_d positiv bezogen auf U_d). (2) Die Kompensationsanlage müsste somit Wirkleistung aufnehmen. Das ist normalerweise nicht vorgesehen, wäre aber mit einem zusätzlichen Energiespeicher realisierbar.

8.6. ...

…

Englisch - Deutsch

Active power	Wirkleistung
Apparent power	Scheinleistung
Capacitor	Kapazität
Circuit breaker	Leistungsschalter
Line voltage	Leiter-zu-Leiter Spannung (Effektivwert)
Inductor	Induktivität
Nominal power	Nennleistung
Nominal voltage	Nennspannung
Peak value	Spitzenwert, Scheitelwert
Phase current	Leiterstrom
Phase-to-phase voltage	Leiterspannung (auch Leiter-zu-Leiter Spannung)
Reactive power	Blindleistung
Resistor	Widerstand
RMS value	Effektivwert
Space vector	Raumzeiger
String current	Strangstrom
String voltage	Strangspannung
Transformer	Transformator
Transmission	Übertragung
Voltage source	Spannungsquelle
Winding	Wicklung
...	
...	

Abkürzungen und Konstanten

AC Alternating Current, Wechselstrom

DC Direct Current, Gleichstrom

$T = 1/f$ Schwingungsdauer, Periodendauer [s]
$f = 1/T$ Frequenz, Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit [1/s]
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung [1/s]

E Energie [Joule, J, N m, W s, kg m^2/ s^2]
potentielle Energie $E_p = 1/2\ k\ y^2$,
kinetische Energie, Translation $E_k = 1/2\ m\ v^2$,
kinetische Energie, Rotation $E_r = 1/2\ J\ \omega^2$,
Energie elektrisches Feld $E_C = 1/2\ CU^2$,
Energie magnetisches Feld $E_L = 1/2\ LI^2$

RMS Root mean square (Effektivwert)

Z komplexer Widerstand (Impedanz, impedance)

R Wirkwiderstand (resistance)

X Blindwiderstand (Reaktanz, reactance)

Y komplexer Leitwert (Admittanz, admittance)

G Wirkleitwert (conductance)

B Blindleitwert (susceptance)

S Scheinleistung (apparent power, in VA = Volt Ampere)

P Wirkleistung (power, in Watt)

Q Blindleistung (reactive power, in Var = Volt ampere reactive)

A Ampere

deg degrees (Phasenwinkel in Grad)

kV Kilo Volt (1000V)

kVA Kilo Volt Ampere (Scheinleistung S, zur Unterscheidung von kW = Wirkleistung))

kVar Kilo Volt Ampere reactive (Blindleistung, Q)

MS Mittelspannung

NS Niederspannung

ONT Ortsnetztransformator

p.u. per unit (auf Nennwert und physikalische Einheit normierte Größe)

PV Photovoltaik

W Watt (Wirkleistung, P)

Feldgrößen

B	Magnetische Flussdichte [Tesla] = [Vs/m^2]
E	Elektrische Feldstärke [V/m]
D	Elektrische Flussdichte [Coulomb/m^2] = [As/m^2]
H	Magnetische Feldstärke [A/m]
J	Stromdichte (Flussdichte der Strömung) [A/m^2]
ε	Permittivität [Coulomb/Vm] = [As/Vm] = [Farad/m]
μ	Permeabilität [Vs/Am] = [Henry/m]
σ	Konduktivität [A/Vm] = [Siemens/m]
ρ	elektrische Ladungsdichte [Coulomb/m^3] = [As/m^3]
ϕ	skalares elektrisches Potential [V]
ϕ_m	skalares magnetisches Potential [A]
A	magnetisches Vektorpotential [Tesla m] = [Vs/m]

Konstanten

$\varepsilon_0 = 8{,}86\ 10^{-12}$ As/Vm	Leitfähigkeit (Permittivität) im Vakuum
$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ Vs/Am	Leitfähigkeit (Permeabilität) im Vakuum

Literatur

(1) Scilab/Xcos Open Source Simulationswerkzeug: http://www.scilab.org/download/5.5.2

(2) Günter Faas, Scilab: Eine Einführung in das Mathematikprogramm Scilab; Books on Demand, 2014, ISBN-13: 978-3732297542

(3) Gert Hagmann, Leistungselektronik: Grundlagen und Anwendungen in der elektrischen Antriebstechnik; AULA-Verlag; 5. Auflage, 2015, ISBN-13: 978-3891047934

(4) Johannes Teigelkötter, Energieeffiziente elektrische Antriebe: Grundlagen, Leistungselektronik, Betriebsverhalten und Regelung von Drehstrommotoren, Springer Vieweg, 2012, ISBN-13: 978-3834819383

(5) Horst Kuchling, Taschenbuch der Physik, Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG; 21. Auflage, 2014; ISBN-13: 978-3446442184

Regulatorische Rahmenbedingungen:

(6) ENTSO-E. Network Code on Requirements for Grid Connection Applicable to all Generators (RfG), https://www.entsoe.eu/major-projects/network-code-development/requirements-for-generators

Allgemein über die elektrischen Energieversorgungsnetze:

(7) Klaus Heuck, Klaus-Dieter Dettmann, Detlef Schulz: Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis, Vieweg+Teubner Verlag, 8. Auflage, 2010, ISBN 978-3834807366

(8) Gerd Balzer, Claus Neumann, Schalt- und Ausgleichsvorgänge in elektrischen Netzen, Springer Vieweg, 2016, ISBN 978-3-662-44546-4

(9) Siegfried Heier, Windkraftanlagen: Systemauslegung, Netzintegration und Regelung, Vieweg + Teubner Verlag, 5 Auflage, 2009, ISBN-13 978-3835101425

Vertiefung Leistungselektronik:

(10) Joachim Specovius, Grundkurs Leistungselektronik: Bauelemente, Schaltungen und Systeme, Springer Vieweg Verlag, 7. Auflage, 2015, ISBN-13: 978-3658033088

(11) Rainer Jäger, Edgar Stein: Leistungselektronik: Grundlagen und Anwendungen, VDE-Verlag, 6. Auflage, 2011, ISBN-13: 978-3800729661

(12) Rainer Jäger, Edgar Stein: Übungen zur Leistungselektronik: 82 Übungsaufgaben mit Lösungen; 50 digitale Simulationen, VDE-Verlag, 2012, ISBN-13: 978-3800731459

Vertiefung Modellierung und Simulation mit Scilab/Xcos und Modelica:

(13) Sprachreferenz Modelica: http://modref.xogeny.com

(14) Spezifikation der Modellierungssprache Modelica:

https://www.modelica.org/documents/ModelicaSpec33.pdf

(15) Helmut Büch, Einführung in Scilab/Xcos 5.4, Übersetzung und Erweiterung aus dem italienischen (G. Antonelli et al, Introdizione a Scilab 5.3), Publiziert unter Free Documentation Licence, Free Software Foundation http://fsf.org:

http://www.buech-gifhorn.de/scilab/Einfuehrung.pdf

(16) Stephan L. Campbell et al, Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4, Springer New York, 2. Auflage, 2010, ISBN-13: 978-1441955265

Anhang A – Raumzeiger-Transformation

Phasorenschreibweise

Unter Phasoren bzw. komplexen Zeigern werden komplexe Zahlen verstanden, die bei Wechelstromkreisen mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz die Phasenlage der Spannungen, Ströme bzw. Impedanzen oder Admittanzen darstellen. Diese Interpretation vereinfacht die Berechnung von Schaltungen, die mit konstanter Frequenz betrieben werden, im eingeschwungenen Zustand. An dieser Stelle seien die Grundlagen dieser Methode noch einmal zusammengefasst.

Elektrische Schaltungen werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Beim Betrieb mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz (harmonische Schwingung, erzwungene Schwingung) ist die Lösung der Differenzialgleichung ebenfalls ein sinusförmiges Signal. Für die Lösung der Differenzialgleichung kann man somit folgende Annahme treffen:

$$u(t)=\hat{u}\cos(\omega t+\phi_u)$$

Hierbei bedeuten û die Amplitude des Signals u(t) und ϕ_u den Phasenwinkel des Signals mit Kreisfrequenz ω. Für die Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Funktion ergänzt.

$$\underline{u}(t)=\hat{u}\cos(\omega t+\phi_u)+j\hat{u}\sin(\omega t+\phi_u)$$

Diese Konstruktion dient der Vereinfachung der Berechnung. Das ursprüngliche Signal u(t) im Zeitbereich erhält man aus dem Realteil der komplexen Funktion, d.h. u(t) = Re{(u(t))}. Die komplexe Schreibweise lässt sich nun mit Hilfe der Eulerschen Beziehung $e^{j\theta}$ = cos(θ) + j sin(θ) wie folgt umwandeln.

$$\underline{u}(t)=\hat{u}\,e^{j\omega t}\,e^{j\phi_u}=\hat{u}\,e^{j\phi_u}\,e^{j\omega t}$$

Letzterer Ausdruck $e^{j\omega t}$ beschreibt als Zeitfaktor eine Kreisbewegung mit der Frequenz ω im Einheitskreis (wegen $|e^{j\omega t}| = 1$). Ersterer Ausdruck beschreibt die Amplitude und Phasenlage des Signals, somit den komplexen Zeiger (bzw. Phasor) $\underline{U}$.

$$\underline{u}(t)=\hat{u}\,e^{j\phi_u}\,e^{j\omega t}=\underline{U}\,e^{j\omega t}$$

Der komplexe Zeiger $\underline{U}$ enthält keinerlei Zeitabhängigkeit mehr, sondern beschreibt Amplitude und Phasenlage des Signals als komplexe Amplitude.

$$\underline{U}=\hat{u}\,e^{j\phi_u}$$

Setzt man die Schreibweise

$$\underline{u}(t)=\underline{U}\,e^{j\omega t}$$

in eine Differenzialgleichung ein, so lässt sich die Zeitabhängigkeit eliminieren, da diese einheitlich der Beziehung $e^{j\omega t}$ entspricht. Die Differenzialgleichung reduziert sich dann auf eine algebraische Gleichung, die sich mit algebraischen Mitteln lösen lässt (d.h. Umformungen, komplexe Bruchrechnung).

Drehfeld

Ein Drehstromsystem sei beschrieben durch folgende Spannungen:

$$u_a(t)=\hat{u}\cos(\omega t+\phi_0)$$

$$u_b(t)=\hat{u}\cos(\omega t+\phi_0-2\pi/3)$$

$$u_c(t)=\hat{u}\cos(\omega t+\phi_0-4\pi/3)$$

In Zeigerdarstellung ergibt sich hieraus:

$$\underline{u}_a(t)=\underline{U}\,e^{j\omega t}$$

$$\underline{u}_b(t)=\underline{U}\,e^{j\omega t}e^{-j2\pi/3}$$

$$\underline{u}_c(t)=\underline{U}\,e^{j\omega t}e^{-j4\pi/3}$$

Die Wicklungen zu den zugehörigen Phasen sind in einer Drehstrommaschine in folgenden Raumwinkeln angeordnet: $\phi_a = 0$, $\phi_b = 2\pi/3$, $\phi_a = 4\pi/3$. Ein sich im Inneren der Maschine drehender magnetisierter Rotor durchläuft diese Raumwinkel und induziert somit das oben beschriebene Drehfeld. Umgegehrt erzeugt ein Drehstromsystem an den Ankerwicklungen im Inneren ein Drehfeld.

Transformation abc nach αβ

Der Einfluß der Geometrie der Wicklungen in Stator soll in einem kartesischen Koordinatensystem wiedergegeben werden. Folgende Abbildung zeigt die Spannungen (bzw. Ströme) im Drehstromsystem, abgebildet in der Stator-Geometrie. Hierbei stellt das Zielsystem den Realteil und den Imaginärteil der Summe der Komponenten des abc-Systems dar. Es gelten:

$$u_\alpha(t)=\Re\left(u_a(t)+u_b(t)+u_c(t)\right) \tag{A.1.1}$$

$$u_\beta(t)=\Im\left(u_a(t)+u_b(t)+u_c(t)\right) \tag{A.1.2}$$

Berücksichtigt man die gegebene Geometrie, so gilt mit $\cos(\pi/3) = ½$ (und somit $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$) für die Komponenten im αβ-System:

$$u_\alpha(t)=u_a(t)-\cos\frac{\pi}{3}\cdot\left(u_b(t)+u_c(t)\right)=u_a(t)-\frac{1}{2}\cdot\left(u_b(t)+u_c(t)\right)$$

$$u_\beta(t)=\sin\frac{\pi}{3}\cdot\left(u_b(t)-u_c(t)\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(u_b(t)-u_c(t)\right)$$

In Matrixschreibweise ergibt sich für diese Transformation:

$$\begin{pmatrix}u_\alpha(t)\\u_\beta(t)\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_a(t)\\u_b(t)\\u_c(t)\end{pmatrix}$$

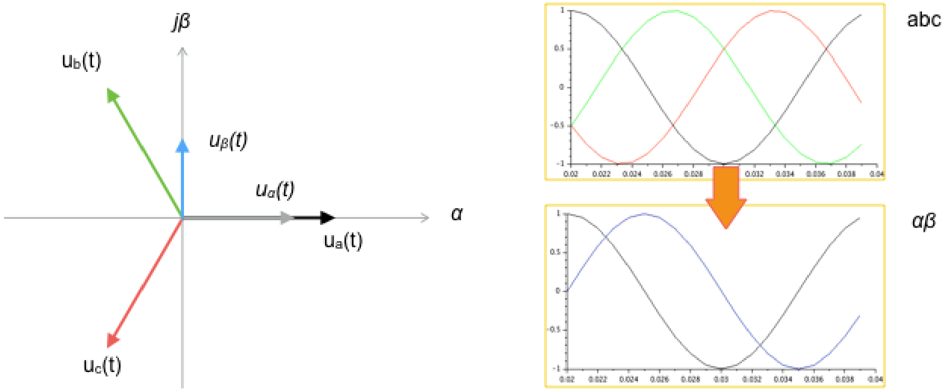
Damit die Transformation symmetrisch wird (d.h. das Produkt der Transformationsmatrix mit der inversen Transformationsmatrix ergibt die Einheitsmatrix) wird folgende Skalierung eingeführt:

$$\begin{pmatrix}u_\alpha(t)\\u_\beta(t)\end{pmatrix}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_a(t)\\u_b(t)\\u_c(t)\end{pmatrix}$$

Die inverse Matrix für die Rücktransformation lautet hiermit:

$$\begin{pmatrix}u_a(t)\\u_b(t)\\u_c(t)\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_\alpha(t)\\u_\beta(t)\end{pmatrix}$$

Folgende Abbildung illustriert die Transformation.



In diesem Fall wurde ein Drehstromsystem für das abc-System gewählt. Bedingt durch die Geometrie addieren sich die drei Raumzeiger zu einem Zeiger, der das Drehfeld beschreibt. Die Projektion dieses Zeigers auf die α- und β-Achsen ergibt die Anteile von Kosinus und Sinus für den rotierenden Zeiger. Somit sind die Verhältnisse im Stator durch das αβ-System äquivalent beschrieben zum abc-System.

Transformation αβ nach dq

Wenn man das Drehfeld im Stator mit Hilfe der αβ-Koordinaten beschreibt, so dreht sich der Rotor in diesem Koordinatensystem mit der Phasendifferenz θ(t). Bei Gleichlauf wäre also $\theta(t) = \omega t + \theta_0$. Mit Hilfe der dq-Koordinaten wird die Lage des Rotors relativ zum Drehfeld beschrieben.

$$u_d(t) = u_\alpha(t) \cdot \cos\theta + u_\beta(t) \cdot \sin\theta$$

$$u_q(t) = -u_\alpha(t) \cdot \sin\theta + u_\beta(t) \cdot \cos\theta$$

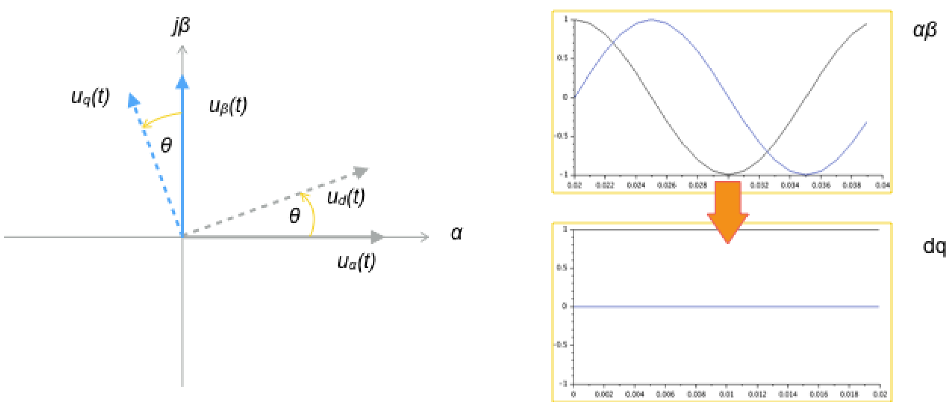
In Matrixform lautet die Transformation:

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Für die inverse Transformation erhält man:

$$\begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix}$$

Folgende Abbildung illustriert ein Beispiel.



Anhang B – Wirkleistung und Blindleistung

Wechselstromsystem

Für Spannung und Strom gemäß

$$u(t) = \hat{u}\cos(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{i}\cos(\omega t - \phi)$$

berechnet sich die elektrische Leistung aus

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{u}\cos(\omega t) \cdot \hat{i}\cos(\omega t - \phi) \quad .$$

Mit Hilfe der Beziehung

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

folgt hieraus für den zeitlichen Verlauf der Leistung:

$$p(t) = \frac{1}{2}\hat{u}\,\hat{i}\cos(\phi) + \frac{1}{2}\hat{u}\,\hat{i}\cos(2\omega t - \phi) \quad .$$

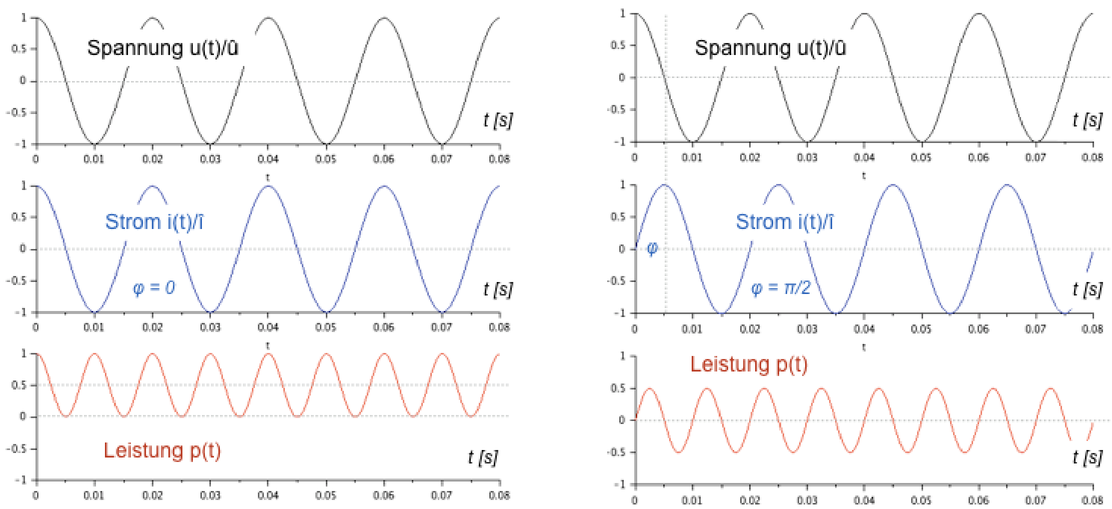
Die resultierende Leistung hat somit zwei Anteile:

- einen konstanten Anteil (= mittlere Leistung)
- einen Anteil, der mit doppelter Frequenz um den Wert 0 schwankt.

Abhängig vom Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung beträgt die mittlere Leistung

$$P = \frac{1}{2}\hat{u}\,\hat{i} \cdot \cos(\phi) = U I \cdot \cos(\phi) \quad .$$

Dieser Anteil wird als Wirkleistung bezeichnet. Bei einem Wechselstromsystem beträgt er nur die Hälfte des Produktes der Amplituden (= Scheitelwerte) von Strom und Spannung. Zur Vereinfachung der Leistungsberechnung werden daher auf √2 normierte Spannungen U und Ströme I verwendet, die sogenannten Effektivwerte.



Der zeitlich variable Anteil

$$p_{var}(t) = \frac{1}{2}\hat{u}\,\hat{i}\cos(2\omega t - \phi)$$

kennzeichnet eine Leistung, die zwischen zwei Energiespeichern mit doppelter Netzfrequenz hin und her pendelt. Dieser Anteil wird als Blindleistung bezeichnet.

Wenn man sich an den Zeigern für Strom und Spannung orientiert, lässt sich die Blindleistung nach folgender Gleichung beschreiben:

$$Q = U\,I \cdot \sin(\phi)$$

Der Betrag der Blindleistung entspricht der Amplitude des Leistungsanteils von p(t), der um den Nullpunkt schwingt.

Leistungsbilanz

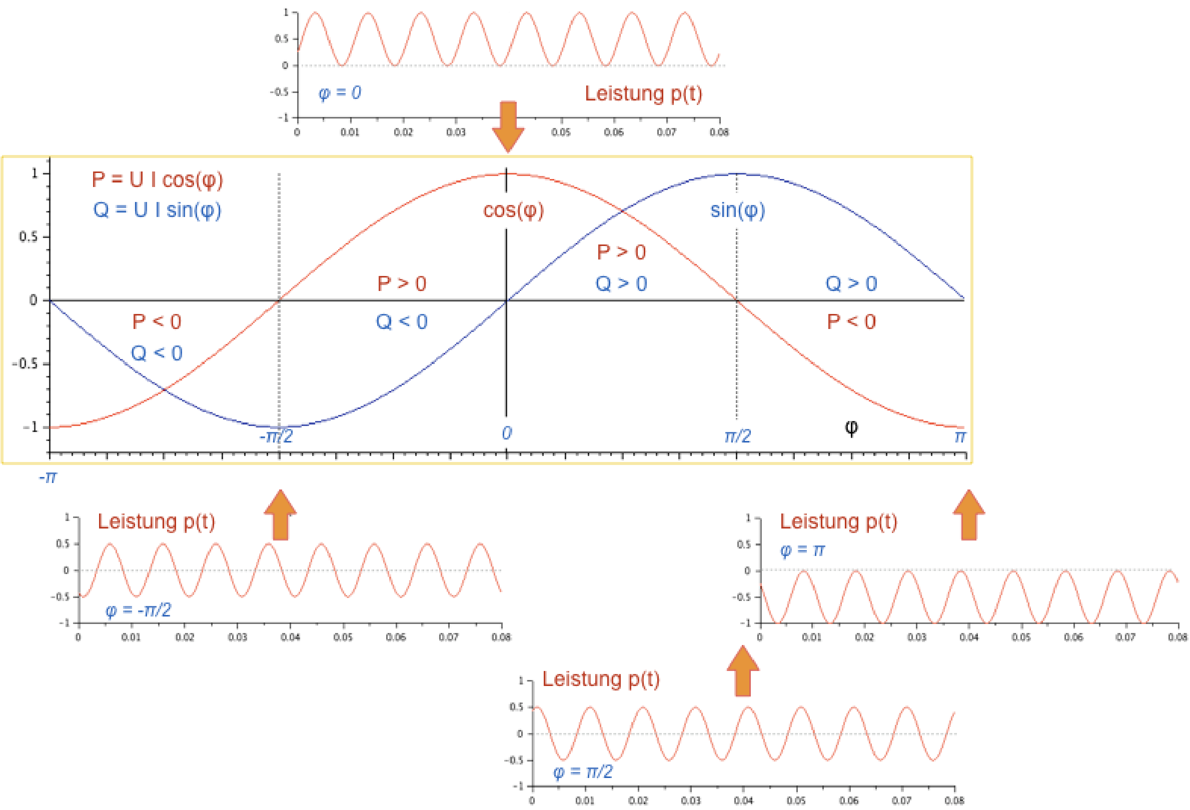
Im Verbraucherzählpfeilsystem gilt folgende Vereinbarung:

- $P > 0$: Leistung wird aufgenommen
- $P < 0$: Leistung wird abgegeben.

Folgt man dieser Lesart für die Blindleistung, so gilt:

- $Q > 0$: Blindleistung wird aufgenommen
- $Q < 0$: Blindleistung wird abgegeben.

Folgende Abbildung illustriert die möglichen Betriebsarten für unterschiedliche Phasenwinkel:



Blindleistung mit positivem Vorzeichen wird auch als induktive Blindleistung bezeichnet (hier eilt der Strom der Spannung im Bereich $0 < \phi < \pi$ nach, Blindleistung wird aufgenommen). Blindleistung mit negativem Vorzeichen wird auch als kapazitive Blindleistung bezeichnet (hier eilt der Strom der Spannung im Bereich $-\pi < \phi < 0$ vor, Blindleistung wird abgegeben).

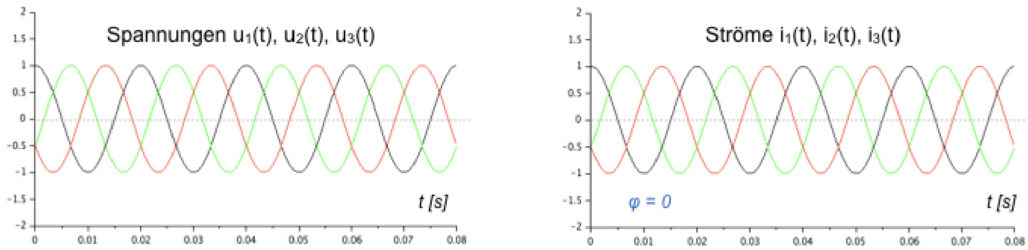
Drehstromsystem

Bei einem Drehstromsystem sei der Winkel zwischen Strom und Spannung jeweils in jeder Phase angenommen, d.h.

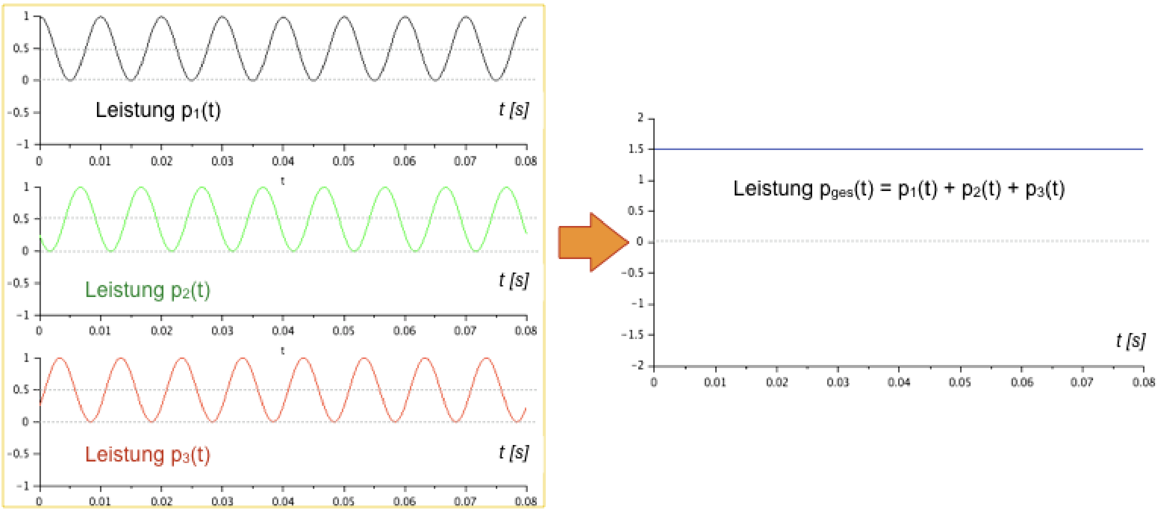
$$u_1(t)=\hat{u}\cos(\omega t);\; i_1(t)=\hat{i}\cos(\omega t-\phi)$$

$$u_2(t)=\hat{u}\cos(\omega t-2\pi/3);\; i_2(t)=\hat{i}\cos(\omega t-\phi-2\pi/3)$$

$$u_3(t)=\hat{u}\cos(\omega t-4\pi/3);\; i_3(t)=\hat{i}\cos(\omega t-\phi-4\pi/3)$$



Die Anteile $p_1(t)$, $p_2(t)$ und $p_3(t)$ der Leistung berechnen sich hieraus phasenweise wie beim einfachen Wechselstromsystem.



Auch hier ergeben die Mittelwerte abhängig von cos(φ) Anteile zwischen $-0{,}5 \le p_i(t) \le 0{,}5$. Die gesamte Leistung ergibt sich aus der Summe der einzelnen Leistungen:

$$p_{ges}(t)=p_1(t)+p_2(t)+p_3(t)$$

Hierbei mitteln sich sich bei einem symmetrischen Drehstromsystem die variablen Anteile der einzelnen Phasen heraus.

Wirkleistung und Blindleistung im Drehstromsystem

Im Drehstromsystem lässt sich der Phasenwinkel von Strom und Spannung am einfachsten in der Zeigerdarstellung ablesen, d.h. nach Transformation des Systems (a, b, c) nach (α, β) und weiter nach (d, q). Letzteres beschreibt einen Zeiger nach Realteil und Imaginärteil, d.h. $\underline{U} = (U_d, U_q)$, wobei $U_d = \mathrm{Re}\{\underline{U}\}$ und $U_q = \mathrm{Im}\{\underline{U}\}$. Aus der Zeigerdarstellung berechnen sich Betrag und Phasenwinkel gemäß:

$$\Re(\underline{U})=U_d;\quad \Im(\underline{U})=U_q$$

$$\tan(\phi_u) = \frac{U_q}{U_d}$$

Bei der Berechnung des Winkels ist die genaue Phasenlage wegen der Mehrdeutigkeit der Funktionen Tangens und Arcustangens mit Hilfe des Vorzeichens den Realteils und Imaginärteils zu rekonstruieren. Aus den Vorzeichen von Real- und Imaginärteil geht hervor, in welchem Quadranten in der komplexen Ebene der Zeiger sich befindet.

Umgekehrt lässt sich mit Hilfe der Transformation aus dem System (d, q) zurück ins System (α, β) bzw. weiter in das System (a, b, c) ein Drehstromsystem mit vorgegebener Phasenlage erzeugen. Benötigt wird hierzu nur der Rotorwinkel $\theta(t) = \omega_0 t$, sowie die Vorgabe der Zeiger $\underline{U}$ und $\underline{I}$ im (d, q) System. Folgende Abbildung zeigt ein Beispiel.