

# Planung und Analyse elektrischer Energieversorgungsnetze

## Teil 2.2

### Netzbetrieb mit erneuerbaren Energien

Ausgabe 0.1, 31.10.2021

Autoren: Stephan Rupp

Kontakt: [stephan.rupp@srupp.de](mailto:stephan.rupp@srupp.de)

Web: <http://www.srupp.de>

Veröffentlicht unter [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Anlagen am Gleichspannungsnetz.....</b>	<b>6</b>
1.1. Stromgeführter Betrieb.....	6
1.2. Spannungsgeführter Betrieb.....	6
1.3. Inselnetz.....	6
1.4. Verbundnetz.....	6
<b>2. Anlagen am AC-Netz.....</b>	<b>7</b>
2.1. Stromgeführter Betrieb.....	7
2.2. Spannungsgeführter Betrieb.....	7
2.3. Inselnetz.....	7
2.4. Verbundnetz.....	7
<b>3. Maschinen und Umrichter.....</b>	<b>8</b>
3.1. Umrichter am Netz.....	8
3.2. Maschinen am Netz.....	8
3.3. Verbundbetrieb von Generatoren.....	8
3.4. Generisches Modell für Maschinen und Umrichter.....	8
<b>4. Betrieb von HGÜ-Kopfstationen.....</b>	<b>9</b>
4.1. Stromgeführter Betrieb.....	9
4.2. Spannungsgeführter Betrieb.....	9
4.3. Bereitstellung von Momentanreserve.....	9
4.4. Leistungsregelung.....	9
<b>5. Kraftwerksbetrieb.....</b>	<b>10</b>
5.1. Spannungshaltung.....	10
5.2. Momentanreserve.....	10
5.3. Primärregelleistung.....	10
5.4. Sekundärregelleistung.....	10
<b>6. Kraftwerksbetrieb mit erneuerbaren Erzeugern.....</b>	<b>11</b>
6.1. Energiequellen.....	11
6.2. Energiespeicher.....	11
6.3. Verteilnetz.....	11
6.4. Kopfstation.....	11
<b>7. Kraftwerksbetrieb mit Windparks.....</b>	<b>12</b>
7.1. Netzstruktur.....	12
7.2. Betrieb der Kopfstation.....	12
7.3. Transformatoren im Gleichspannungsnetz.....	12
7.4. Betrieb der unterlagerten Systeme.....	12
7.5. Bereitstellung von Momentanreserve.....	12

7.6. Verbundbetrieb mit Kraftwerken.....	12
8. Übungen.....	13
8.1. ....	13
8.2. ....	13
8.3. ....	13
8.4. ....	13



# **1. Anlagen am Gleichspannungsnetz**

...

## **1.1. Stromgeführter Betrieb**

...

## **1.2. Spannungsgeführter Betrieb**

...

## **1.3. Inselnetz**

...

... DC-Netz mit Erzeugungsanlagen und Bezugsanlagen

...

## **1.4. Verbundnetz**

...

... Parallelbetrieb spannungsgeführter Umrichter

## 2. Anlagen am AC-Netz

... Spannung im Drehstromnetz

...

...

### 2.1. Stromgeführter Betrieb

...

... Anlagenmodell einschließlich Regler

...

### 2.2. Spannungsgeführter Betrieb

...

### 2.3. Inselnetz

...

### 2.4. Verbundnetz

...

...

Frage 5.1.1: ...

Lösung: ...

Frage 5.1.2: ...

Lösung: ...

Frage 5.1.3: ...

Lösung: ...

Frage 5.1.4: ...

Lösung: ...

## **3. Maschinen und Umrichter**

### **3.1. Umrichter am Netz**

...

### **3.2. Maschinen am Netz**

...

### **3.3. Verbundbetrieb von Generatoren**

...

...

### **3.4. Generisches Modell für Maschinen und Umrichter**

...

## **4. Betrieb von HGÜ-Kopfstationen**

### **4.1. Stromgeführter Betrieb**

...  
...

### **4.2. Spannungsgeführter Betrieb**

...  
...

### **4.3. Bereitstellung von Momentanreserve**

...  
...

### **4.4. Leistungsregelung**

...  
...

## **5. Kraftwerksbetrieb**

### **5.1. Spannungshaltung**

...

### **5.2. Momentanreserve**

...

### **5.3. Primärregelleistung**

...

...

...

### **5.4. Sekundärregelleistung**

...

...

...

...

...

## **6. Kraftwerksbetrieb mit erneuerbaren Erzeugern**

...

### **6.1. Energiequellen**

...

### **6.2. Energiespeicher**

...

### **6.3. Verteilnetz**

...

### **6.4. Kopfstation**

...

## **7. Kraftwerksbetrieb mit Windparks**

...

### **7.1. Netzstruktur**

...

### **7.2. Betrieb der Kopfstation**

...

### **7.3. Transformatoren im Gleichspannungsnetz**

...

...

...

### **7.4. Betrieb der unterlagerten Systeme**

...

...

...

...

### **7.5. Bereitstellung von Momentanreserve**

...

...

...

### **7.6. Verbundbetrieb mit Kraftwerken**

...

...

## 8. Übungen

**8.1. ...**

...

**8.2. ...**

...

**8.3. ...**

...

**8.4. ...**

...

## Englisch - Deutsch

Active power	Wirkleistung
Apparent power	Scheinleistung
Capacitor	Kapazität
Circuit breaker	Leistungsschalter
Line voltage	Leiter-zu-Leiter Spannung (Effektivwert)
Inductor	Induktivität
Nominal power	Nennleistung
Nominal voltage	Nennspannung
Peak value	Spitzenwert
Phase voltage	Leiter-zu-Nullleiter Spannung (Effektivwert)
Reactive power	Blindleistung
Resistor	Widerstand
Transformer	Transformator
Transmission	Übertragung
Voltage source	Spannungsquelle
Winding	Wicklung
...	
...	

## Abkürzungen

AC	Alternating Current, Wechselstrom
DC	Direct Current, Gleichstrom
$T = 1/f$	Schwingungsdauer, Periodendauer [s]
$f = 1/T$	Frequenz, Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit [1/s]
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung [1/s]
E	Energie [Joule, J, Nm, Ws, $\text{kg m}^2/\text{s}^2$ ] potentielle Energie $E_p = 1/2 k y^2$ , kinetische Energie, Translation $E_k = 1/2 m v^2$ , kinetische Energie, Rotation $E_r = 1/2 J \omega^2$ , Energie elektrisches Feld $E_C = 1/2 C U^2$ , Energie magnetisches Feld $E_L = 1/2 L I^2$
RMS	Root mean square (Effektivwert)
Z	komplexer Widerstand (Impedanz, impedance)
R	Wirkwiderstand (resistance)
X	Blindwiderstand (Reaktanz, reactance)
Y	komplexer Leitwert (Admittanz, admittance)
G	Wirkleitwert (conductance)
B	Blindleitwert (susceptance)
S	Scheinleistung (apparent power, in VA = Volt Ampere)
P	Wirkleistung (power, in Watt)
Q	Blindleistung (reactive power, in Var = Volt ampere reactive)
A	Ampere
deg	degrees (Phasenwinkel in Grad)
kV	Kilo Volt (1000V)
kVA	Kilo Volt Ampere (Scheinleistung S, zur Unterscheidung von kW = Wirkleistung))
kVar	Kilo Volt Ampere reactive (Blindleistung, Q)
MS	Mittelspannung
NS	Niederspannung
ONT	Ortsnetztransformator
p.u.	per unit (auf Nennwert und physikalische Einheit normierte Größe)
PV	Photovoltaik
W	Watt (Wirkleistung, P)

## Literatur

- (1) Stephan Rupp, Planung und Analyse elektrischer Energieversorgungsnetze, [Teil 1.1: Aufbau der Netze](#), Vorlesungsunterlage, siehe auch: <http://www.srupp.de>
- (2) Gerd Balzer und Claus Neumann, Schalt- und Ausgleichsvorgänge in elektrischen Netzen, Springer Vieweg, 2016, ISBN-13: 978-3662445464
- (3) Adolf J. Schwab, Elektroenergiesysteme: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie; Springer Vieweg, 4. Auflage, 2015, ISBN-13: 978-3662468555
- (4) Scilab/Xcos Open Source Simulationswerkzeug: <http://www.scilab.org/download/5.5.2>
- (5) Horst Kuchling, Taschenbuch der Physik, Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG; 21. Auflage, 2014; ISBN-13: 978-3446442184
- (6) Klaus Heuck, Klaus-Dieter Dettmann, Detlef Schulz: Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis, Vieweg+Teubner Verlag, 8. Auflage, 2010, ISBN 978-3834807366
- (7) Valentin Crastan, Elektrische Energieversorgung 1: Elektrische Energieversorgung 1: Netzelemente, Modellierung, stationäres Verhalten, Bemessung, Schalt- und Schutztechnik, Springer Vieweg, 4. Auflage, 2015, ISBN-13: 978-3-662-45984-3
- (8) Valentin Crastan, Elektrische Energieversorgung 2: Energiewirtschaft und Klimaschutz, Elektrizitätswirtschaft und Liberalisierung, Kraftwerkstechnik und alternative Stromversorgung, chemische Energiespeicherung, Springer Vieweg, 2. Ausgabe, 2017, ISBN-13: 978 - 3662489642
- (9) Valentin Crastan, Elektrische Energieversorgung 3: Dynamik, Regelung und Stabilität, Versorgungsqualität, Netzplanung, Betriebsplanung und -führung, Leit- und Informationstechnik, FACTS, HGÜ, Springer, 2. Ausgabe, 2012, ISBN-13: 978-3642200991

## Anhang A - Raumzeigertransformation

### Phasorenschreibweise

Unter Phasoren bzw. komplexen Zeigern werden komplexe Zahlen verstanden, die bei Wechselstromkreisen mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz die Phasenlage der Spannungen, Ströme bzw. Impedanzen oder Admittanzen darstellen. Diese Interpretation vereinfacht die Berechnung von Schaltungen, die mit konstanter Frequenz betrieben werden, im eingeschwungenen Zustand. An dieser Stelle seien die Grundlagen dieser Methode noch einmal zusammengefasst.

Elektrische Schaltungen werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Beim Betrieb mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz (harmonische Schwingung, erzwungene Schwingung) ist die Lösung der Differenzialgleichung ebenfalls ein sinusförmiges Signal. Für die Lösung der Differenzialgleichung kann man somit folgende Annahme treffen:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.1})$$

Hierbei bedeuten  $\hat{u}$  die Amplitude des Signals  $u(t)$  und  $\phi_u$  den Phasenwinkel des Signals mit Kreisfrequenz  $\omega$ . Für die Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Funktion ergänzt.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.2})$$

Diese Konstruktion dient der Vereinfachung der Berechnung. Das ursprüngliche Signal  $u(t)$  im Zeitbereich erhält man aus dem Realteil der komplexen Funktion, d.h.  $u(t) = \text{Re}\{\underline{u}(t)\}$ . Die komplexe Schreibweise lässt sich nun mit Hilfe der Eulerschen Beziehung  $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$  wie folgt umwandeln.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\omega t} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \quad (\text{A.3})$$

Letzterer Ausdruck  $e^{j\omega t}$  beschreibt als Zeitfaktor eine Kreisbewegung mit der Frequenz  $\omega$  im Einheitskreis (wegen  $|e^{j\omega t}| = 1$ ). Ersterer Ausdruck beschreibt die Amplitude und Phasenlage des Signals, somit den komplexen Zeiger (bzw. Phasor)  $\underline{U}$ .

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.4})$$

Der komplexe Zeiger  $\underline{U}$  enthält keinerlei Zeitabhängigkeit mehr, sondern beschreibt Amplitude und Phasenlage des Signals als komplexe Amplitude.

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} \quad (\text{A.5})$$

Setzt man die Schreibweise

$$\underline{u}(t) = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.6})$$

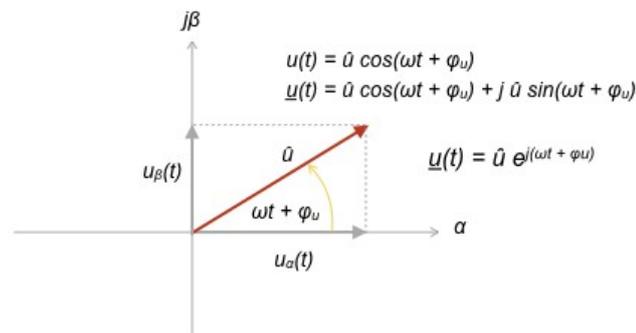
in eine Differenzialgleichung ein, so lässt sich die Zeitabhängigkeit eliminieren, da diese einheitlich der Beziehung  $e^{j\omega t}$  entspricht. Die Differenzialgleichung reduziert sich dann auf eine algebraische Gleichung, die sich mit algebraischen Mitteln lösen lässt.

### Koordinatensystem $\alpha\beta$ der komplexen Erweiterung des Zeitsignals

Ein reelles Zeitsignal wird in Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Signal ergänzt (siehe A.1 und A.2):

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u)$$
$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

Realteil und Imaginärteil kann man somit in der Zeigerdarstellung in der komplexen Ebene wie in folgender Abbildung gezeigt darstellen.



Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

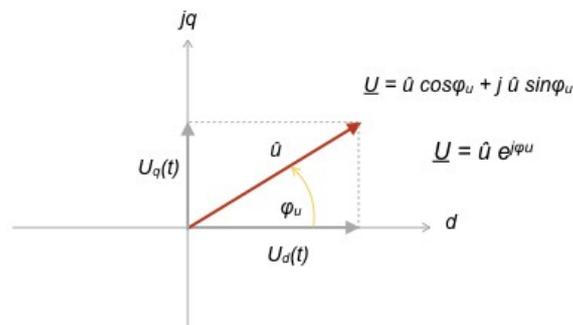
$$u_{\alpha}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u)$$

$$u_{\beta}(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

Das Koordinatensystem  $\alpha\beta$  entspricht somit der komplexen Erweiterung des Zeitsignals  $u(t)$ .

### Koordinatensystem dq des komplexen Zeigers

Ist man nur an der Phasenlage des komplexen Zeigers interessiert, ohne die Drehbewegung mit Frequenz  $\omega$ , nimmt man statt des Zeitsignals  $u(t)$  den komplexen Zeiger  $\underline{U}$  als Basis, wie in folgender Abbildung gezeigt (siehe A.5).



Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

$$U_d = \hat{u} \cos(\phi_u)$$

$$U_q(t) = \hat{u} \sin(\phi_u)$$

Wie man sieht, ist dieses Koordinatensystem statisch: es enthält keine Drehbewegung.

### Rekonstruktion des Zeitsignals aus dem Zeiger: Transformation dq nach $\alpha\beta$

Möchte man ein statisches Koordinatensystem dq mit dem Zeiger (siehe A.5)

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u}$$

in Drehbewegung versetzen, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

Der stationäre Zeiger  $\underline{U}$  wird mit dem rotierenden Einheitszeiger  $e^{j\omega t}$  multipliziert. Im allgemeinen Fall soll für der Phasenwinkels  $\theta(t) = \omega t$  bzw. allgemein  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  verwendet werden. In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil lautet die Transformation somit:

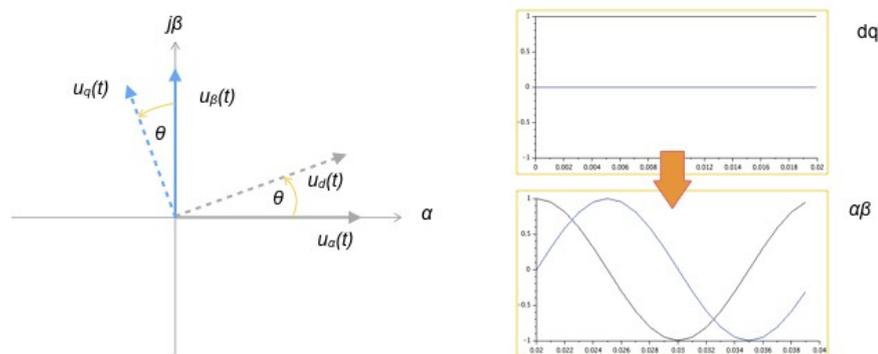
$$u_\alpha(t) = U_d \cdot \cos \theta - U_q(t) \cdot \sin \theta$$

$$u_\beta(t) = U_d \cdot \sin \theta + U_q \cdot \cos \theta$$

In Matrix-Schreibweise erhält man:

$$\begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix}$$

Folgende Abbildung illustriert die Transformation an einem Beispiel.



### Ermittlung des komplexen Zeigers aus dem Zeitsignal: Transformation $\alpha\beta$ nach $dq$

Liegt ein Zeitsignal  $u(t)$  vor und möchte man aus diesem den komplexen Zeiger  $\underline{U}$  ermitteln, so wird die Umkehrtransformation benötigt. Mit Hilfe der  $dq$ -Koordinaten wird die Lage des Zeigers relativ zur Drehbewegung mit  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  beschrieben. In Matrixform lautet die Transformation:

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Das Zeigerdiagramm aus der letzten Abbildung bleibt hier weiterhin gültig. Allerdings werden jetzt die rotierenden Achsen  $\alpha\beta$  auf die ihrerseits mit  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  ebenfalls in Rotation versetzten Achsen  $dq$  projiziert. Bei Gleichlauf wird hierdurch die Drehbewegung eliminiert. Bei phasensynchronem Gleichlauf ( $\phi_0 = \phi_u$ ) verbleibt nur der Realteil  $U_d$  des Zeigers, andernfalls ergibt sich die Phasenlage aus dem Realteil  $U_d$  und dem Imaginärteil  $U_q$ .

Anstelle der Verwendung der inversen Matrix lässt sich auch diese Transformation anschaulich herleiten. Möchte man aus einem sich drehenden Koordinatensystem  $\alpha\beta$  mit dem Zeiger

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

die Drehbewegung eliminieren, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega t}$$

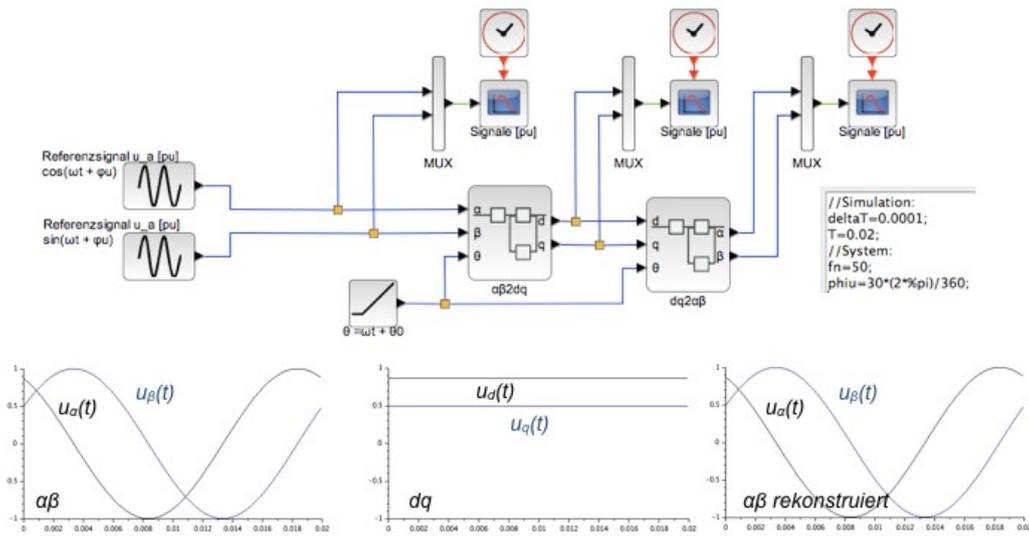
Im allgemeinen Fall soll für den Phasenwinkels  $\theta(t) = \omega t$  bzw. allgemein  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  gelten. In diesem Fall ergibt sich Schreibweise:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} = \underline{u}(t) \cdot e^{-j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil ergibt sich die oben genannte Transformation.

### Beispiel: Transformation $\alpha\beta$ nach $dq$ und zurück

Folgende Abbildung zeigt die Bestimmung des Zeigers aus dem Zeitsignal, sowie die Rekonstruktion des Zeitsignals aus dem Zeiger.



## Anhang B – Wirkleistung und Blindleistung

### Wechselstromsystem

Für Spannung und Strom gemäß

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{i} \cos(\omega t - \phi)$$

berechnet sich die elektrische Leistung aus

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{u} \cos(\omega t) \cdot \hat{i} \cos(\omega t - \phi)$$

Mit Hilfe der Beziehung

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

folgt hieraus für den zeitlichen Verlauf der Leistung:

$$p(t) = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos(\phi) + \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos(2\omega t - \phi)$$

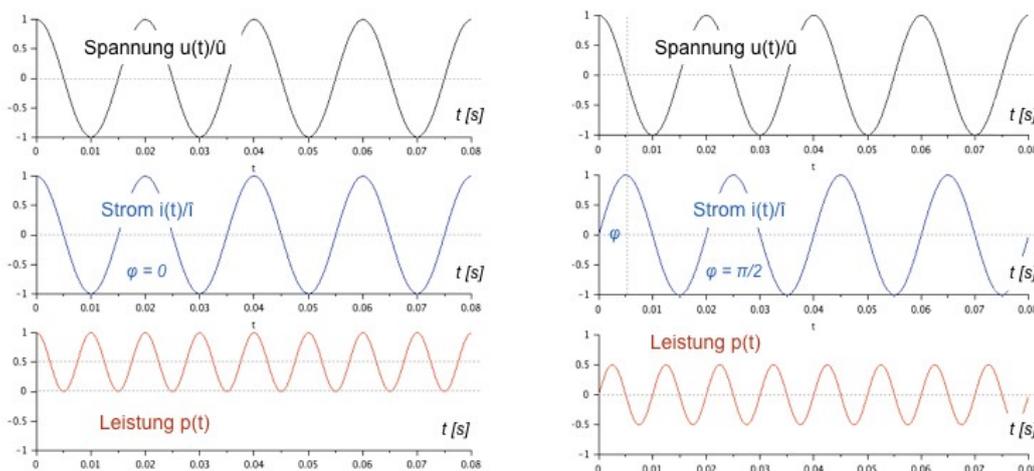
Die resultierende Leistung hat somit zwei Anteile:

- einen konstanten Anteil (= mittlere Leistung)
- einen Anteil, der mit doppelter Frequenz um den Wert 0 schwankt.

Abhängig vom Phasenwinkel  $\phi$  zwischen Strom und Spannung beträgt die mittlere Leistung

$$P = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cdot \cos(\phi) = UI \cdot \cos(\phi)$$

Dieser Anteil wird als Wirkleistung bezeichnet. Bei einem Wechselstromsystem beträgt er nur die Hälfte des Produktes der Amplituden (= Scheitelwerte) von Strom und Spannung. Zur Vereinfachung der Leistungsberechnung werden daher auf  $\sqrt{2}$  normierte Spannungen  $U$  und Ströme  $I$  verwendet, die sogenannten Effektivwerte.



Der zeitlich variable Anteil

$$p_{\text{var}}(t) = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos(2\omega t - \phi)$$

kennzeichnet eine Leistung, die zwischen zwei Energiespeichern mit doppelter Netzfrequenz hin und her pendelt. Dieser Anteil wird als Blindleistung bezeichnet.

Wenn man sich an den Zeigern für Strom und Spannung orientiert, lässt sich die Blindleistung nach folgender Gleichung beschreiben:

$$Q = UI \cdot \sin(\phi)$$

Der Betrag der Blindleistung entspricht der Amplitude des Leistungsanteils von  $p(t)$ , der um den Nullpunkt schwingt.

### Leistungsbilanz

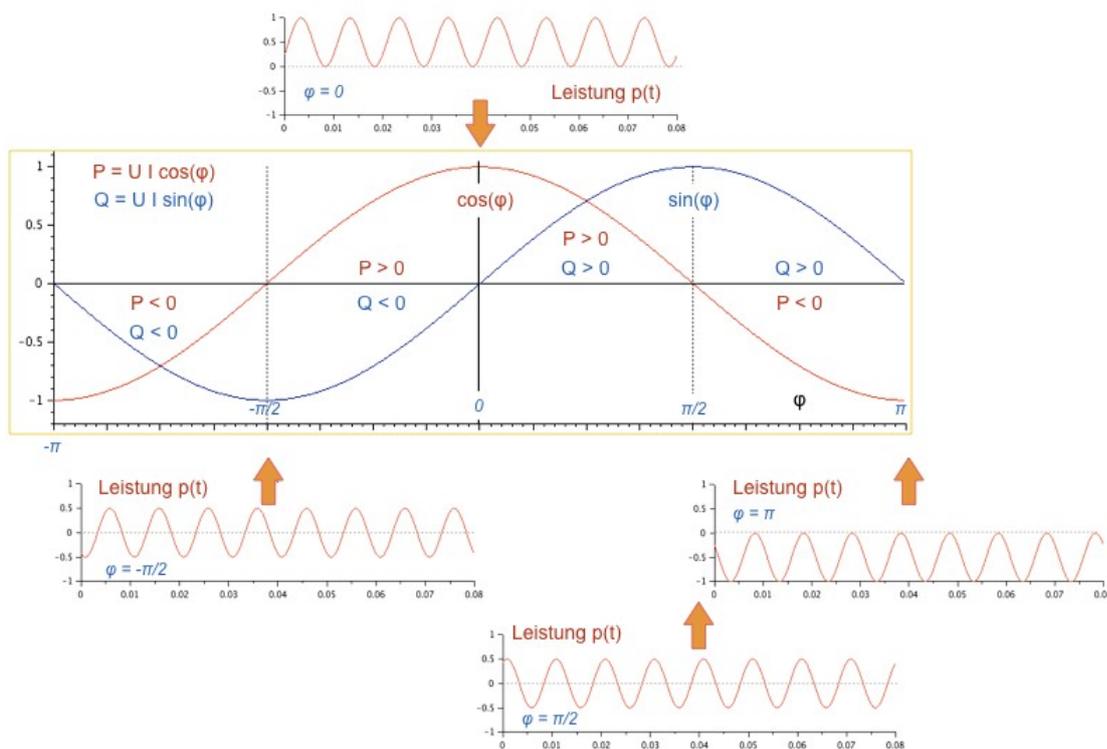
Im Verbraucherzählpeilsystem gilt folgende Vereinbarung:

- $P > 0$ : Leistung wird aufgenommen
- $P < 0$ : Leistung wird abgegeben.

Folgt man dieser Lesart für die Blindleistung, so gilt:

- $Q > 0$ : Blindleistung wird aufgenommen
- $Q < 0$ : Blindleistung wird abgegeben.

Folgende Abbildung illustriert die möglichen Betriebsarten für unterschiedliche Phasenwinkel:



Blindleistung mit positivem Vorzeichen wird auch als induktive Blindleistung bezeichnet (hier eilt der Strom der Spannung im Bereich  $0 < \phi < \pi$  nach, Blindleistung wird aufgenommen). Blindleistung mit negativem Vorzeichen wird auch als kapazitive Blindleistung bezeichnet (hier eilt der Strom der Spannung im Bereich  $-\pi < \phi < 0$  vor, Blindleistung wird abgegeben).

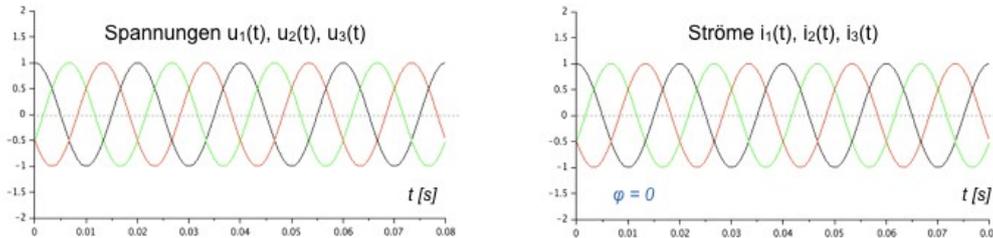
### Drehstromsystem

Bei einem Drehstromsystem sei der Winkel zwischen Strom und Spannung jeweils in jeder Phase angenommen, d.h.

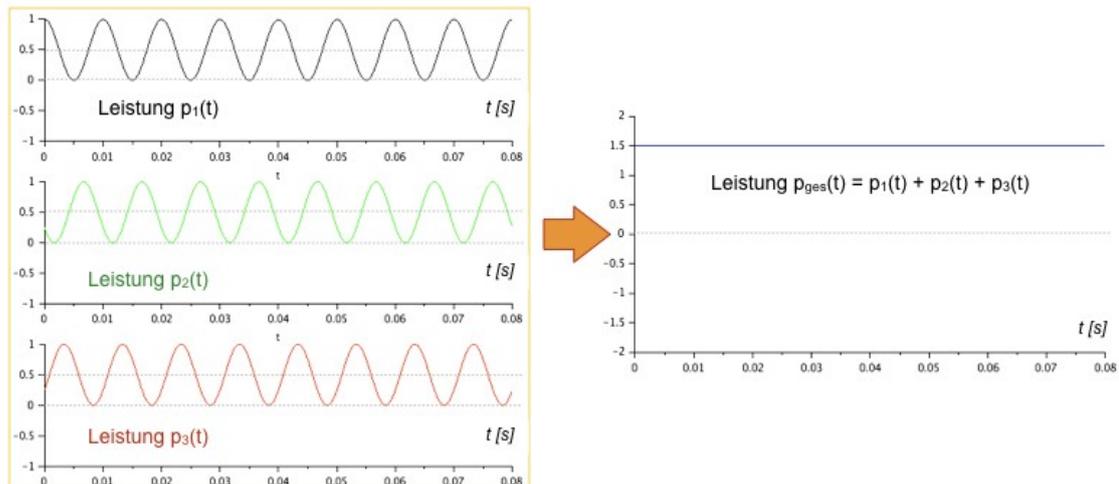
$$u_1(t) = \hat{u} \cos(\omega t); \quad i_1(t) = \hat{i} \cos(\omega t - \phi)$$

$$u_2(t) = \hat{u} \cos(\omega t - 2\pi/3); \quad i_2(t) = \hat{i} \cos(\omega t - \phi - 2\pi/3)$$

$$u_3(t) = \hat{u} \cos(\omega t - 4\pi/3); \quad i_3(t) = \hat{i} \cos(\omega t - \phi - 4\pi/3)$$



Die Anteile  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  und  $p_3(t)$  der Leistung berechnen sich hieraus phasenweise wie beim einfachen Wechselstromsystem.



Auch hier ergeben die Mittelwerte abhängig von  $\cos(\phi)$  Anteile zwischen  $-0,5 \leq p_i(t) \leq 0,5$ . Die gesamte Leistung ergibt sich aus der Summe der einzelnen Leistungen:

$$p_{ges}(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t)$$

Hierbei mitteln sich sich bei einem symmetrischen Drehstromsystem die variablen Anteile der einzelnen Phasen heraus.

### Wirkleistung und Blindleistung im Drehstromsystem

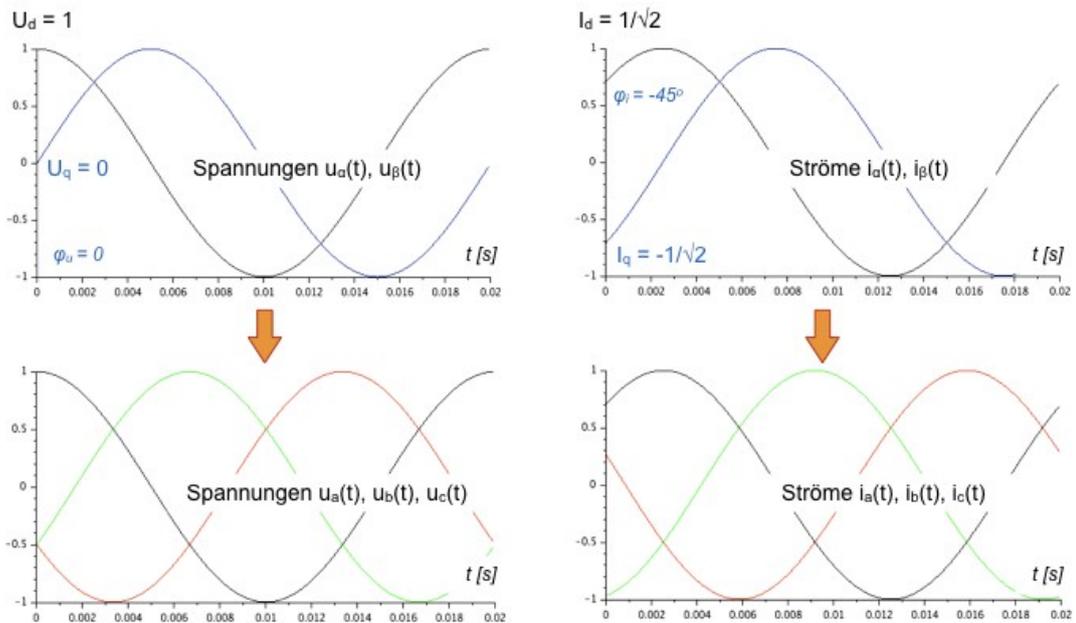
Im Drehstromsystem lässt sich der Phasenwinkel von Strom und Spannung am einfachsten in der Zeigerdarstellung ablesen, d.h. nach Transformation des Systems (a, b, c) nach ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) und weiter nach (d, q). Letzteres beschreibt einen Zeiger nach Realteil und Imaginärteil, d.h.  $\underline{U} = (U_d, U_q)$ , wobei  $U_d = \text{Re}\{\underline{U}\}$  und  $U_q = \text{Im}\{\underline{U}\}$ . Aus der Zeigerdarstellung berechnen sich Betrag und Phasenwinkel gemäß:

$$\Re(\underline{U}) = U_d; \quad \Im(\underline{U}) = U_q$$

$$\tan(\phi_u) = \frac{U_q}{U_d}$$

Bei der Berechnung des Winkels ist die genaue Phasenlage wegen der Mehrdeutigkeit der Funktionen Tangens und Arcustangens mit Hilfe des Vorzeichens den Realteils und Imaginärteils zu rekonstruieren. Aus den Vorzeichen von Real- und Imaginärteil geht hervor, in welchem Quadranten in der komplexen Ebene der Zeiger sich befindet.

Umgekehrt lässt sich mit Hilfe der Transformation aus dem System (d, q) zurück ins System ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) bzw. weiter in das System (a, b, c) ein Drehstromsystem mit vorgegebener Phasenlage erzeugen. Benötigt wird hierzu nur der Rotorwinkel  $\theta(t) = \omega_0 t$ , sowie die Vorgabe der Zeiger  $\underline{U}$  und  $\underline{I}$  im (d, q) System. Folgende Abbildung zeigt ein Beispiel.



## Anhang C – Messmethoden

### Effektivwerte

zeitkontinuierlich:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$$

zeitdiskret:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s^2(i)} \quad \text{für ein Signal } s(i) \text{ mit Stützstellen } i = 0, 1, \dots, N-1$$

### Harmonische Signale

Signal:  $s(t) = \hat{s}_1 \sin(\omega t + \phi_1)$

Signal mit Oberwellen:  $s(t) = \sum_{k=1}^K \hat{s}_k \sin(k \omega t + \phi_k)$

Effektivwert:  $S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$

$$s^2(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2 \cos(2k\omega t + 2\phi_k) + 2 \sum_{k,m=1, k \neq m}^K \hat{s}_k \hat{s}_m \sin(k\omega t + \phi_k) \sin(m\omega t + \phi_m)$$

Nach Tiefpass-Filterung:

$$s^2(t)_{\text{tiefpass}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2$$

Effektivwert:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2} = \sqrt{s^2(t)_{\text{tiefpass}}}$$

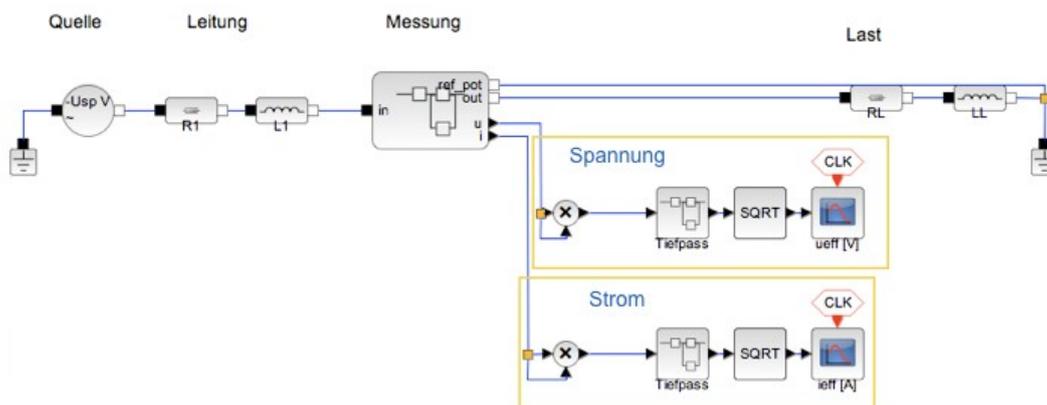
### Messung des Effektivwertes

direkte Methode: siehe Definition der Effektivwerte oben.

Speziell im zeitdiskreten Fall: numerisch aus abgetasteten Werten.

Harmonische Signale (mit Oberwellen):

Signalfluss siehe folgende Abbildung.



### Leistungsmessung

Harmonische Signale (mit Oberwellen):

Spannung: 
$$u(t) = \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \sin(k \omega t + \phi_{u,k})$$

Strom: 
$$i(t) = \sum_{k=1}^K \hat{i}_k \sin(k \omega t + \phi_{i,k})$$

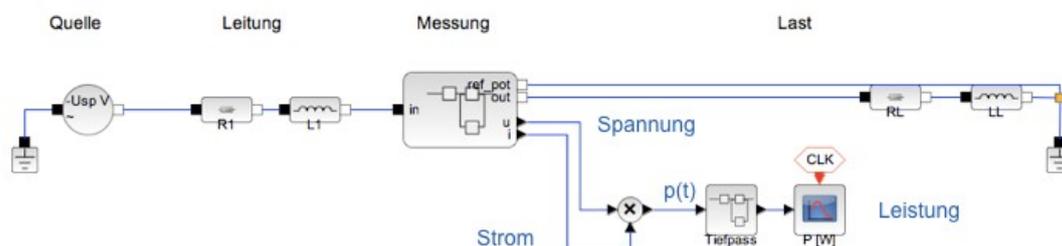
Leistung: 
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = P + p_{HF}(t) \quad \text{Gleichanteil + pendelnde Leistung}$$

$$P = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \hat{i}_k \cos(\phi_{u,k} - \phi_{i,k})$$

$$p_{HF}(t) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \hat{i}_k \cos(2k \omega t + \phi_{u,k} + \phi_{i,k}) +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{k,m=1, k \neq m}^K \hat{u}_k \hat{i}_m (\cos((k-m)\omega t + \phi_{u,k} - \phi_{i,m}) + \cos((k+m)\omega t + \phi_{u,k} + \phi_{i,m}))$$

Signalfluss siehe folgende Abbildung.



Wirkleistung P: Leistung gemäß Berechnung bzw. Messung oben

Scheinleistung S: 
$$S = U \cdot I$$

Produkt der Effektivwerte von Spannung und Strom

Blindleistung Q: 
$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

Berechnung aus Scheinleistung und Wirkleistung

$$\text{Leistungsfaktor } \cos(\phi): \quad \cos(\phi) = \frac{P}{S}$$

### *Oberwellen*

Mit Hilfe eines Tiefpassfilters kann zwischen Grundschwingung und Oberschwingungen unterschieden werden. Gemessen werden auf diese Art direkt auf dem Messchip:

- Gesamte Leistung (Total Active Power): Ungefiltertes Signal, siehe Leistungsmessung im vorangegangenen Abschnitt.
- Leistung der Grundschwingung (Fundamental Active Power): Leistungsmessung des gefilterten Signals.

$$P_1 = \frac{1}{2} \hat{u}_1 \hat{i}_1 \cos(\phi_{u,1} - \phi_{i,1})$$

- Leistung der Oberschwingungen: Differenz beider Messungen.

Nach der gleichen Methode ist mit einem  $\pi/2 = 90^\circ$  phasenverschobenen Strom auch eine Messung der Blindleistung insgesamt (Total Reactive Power), sowie der Blindleistung der Grundschwingung (Fundamental Reactive Power) möglich.

Alternative: Messung der Zeitverläufe der Signale (Strom und Spannung der einzelnen Phasen z.B. mit Abtastrate 4 kSamples/s entsprechend einer Grenzfrequenz von 2 kHz) und Signalverarbeitung (FFT) auf einem Rechner.

### *Frequenz*

Die Frequenzmessung erfolgt durch Detektion der Nullstellen und Ausmessen des Zeitintervalls zwischen diesen. Ein Messchip übernimmt die Nullstellendetektion und erzeugt Interrupts für einen Mikrocontroller, der die Zeitmessung und Berechnung der Frequenz übernimmt.

Alternativ kann ein PLL verwendet werden (siehe Manuskript, Abschnitt 1). Hierzu wäre eine Messung der Zeitverläufe mit ausreichender zeitlicher Auflösung erforderlich. Der PLL kann dann z.B. mit Hilfe der Signalverarbeitung realisiert werden.

### *Erkennung der Phasensequenz*

Die Messung der Reihenfolge der angeschlossenen Phasen erfolgt ebenfalls mit Hilfe der Ermittlung der Nullstellen. Aufeinander folgende Phasen besitzen aufeinander folgende Nullstellen.

## Anhang D – Konvertermodell

...

## Anhang E – Modell der Synchronmaschine

...

...

## Anhang F – Spannungsführung im reaktiven Netz

...